2. časť

Zobrazenie

Rovnobežné premietanie

Kolmé premietanie

Deskriptívna geometria

- Rozvíja metódy vzájomne jednoznačného zobrazenia

  3- rozmerného priestoru na

  2- rozmerný a naopak

3D → 2D

Deskriptívna geometria

- Rozvíja metódy vzájomne jednoznačného zobrazenia

  3- rozmerného priestoru na

  2- rozmerný a naopak

3D ← 2D

Deskriptívna geometria

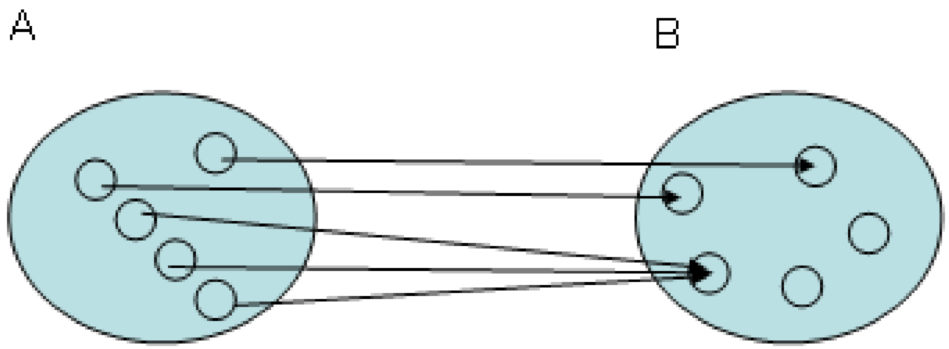
- Rozvíja metódy vzájomne jednoznačného zobrazenia

3- rozmerného priestoru na

2- rozmerný a naopak

3D ⟷ 2D

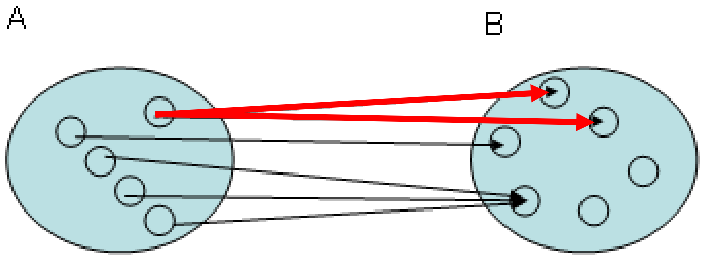
Pojem zobrazenie



Pr.
A – dievčatá
B- chlapci
Zobrazenie = dievčaťu sa páči chlapec

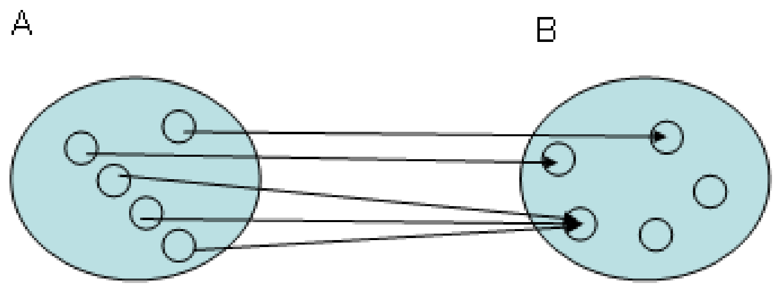
Zobrazenie je predpis, podľa ktorého
každému prvku množiny A je **jednoznačne** priradený prvok množiny B.

Prvky množiny A budeme nazývať **vzory**,
prvky množiny B budeme nazývať **obrazy**.

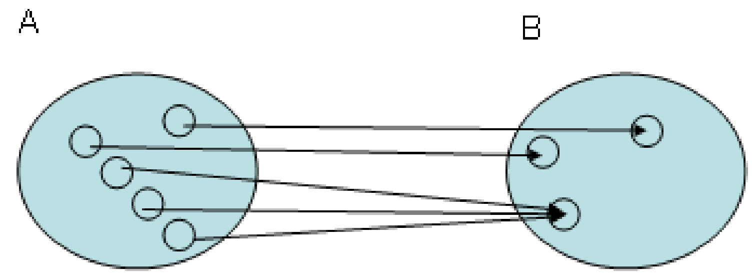


Nie je zobrazenie

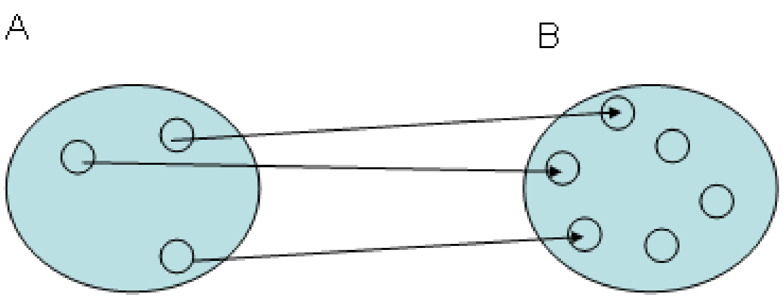
Kontrapríklad: Jeden z prvkov množiny A má priradené **dva** prvky množiny B



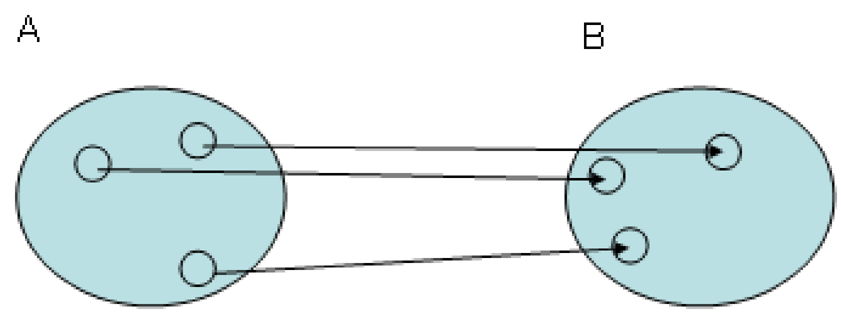
Zobrazenie množiny A **do** množiny B. Niektoré prvky množiny B nemajú vzor.



Zobrazenie množiny A **na** množinu B. Každý prvok množiny B má vzor z množiny A.



Prosté zobrazenie
Každý prvok množiny B má najviac jeden vzor z množiny A.



Bijektívne (vzájomne jednoznačné) zobrazenie je zároveň **prosté** aj **na .**
Každý prvok množiny B má práve jeden vzor z množiny A.

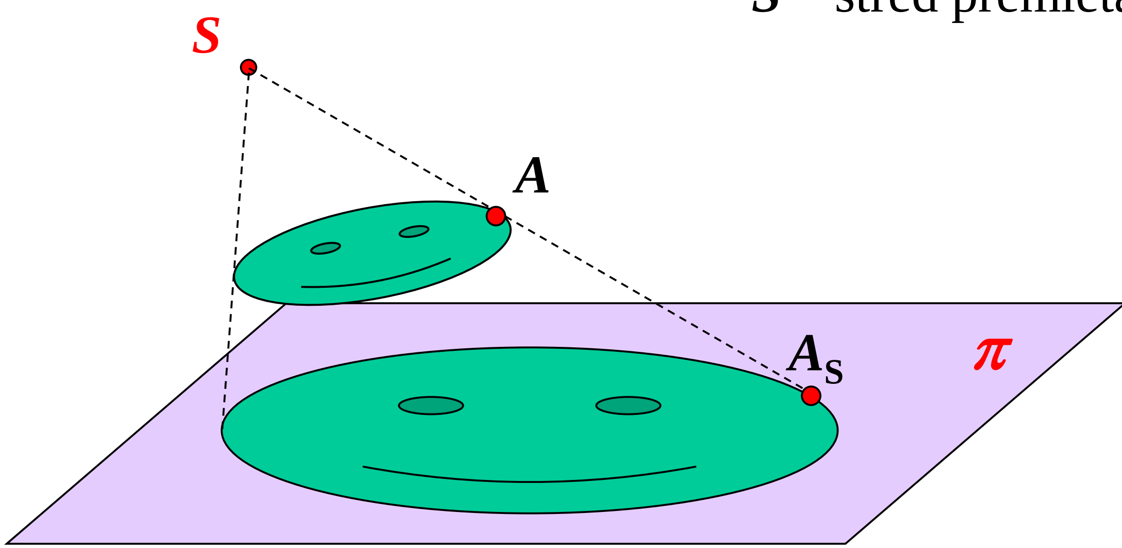
Stredové premietanie

Definícia 1: **Stredové premietanie** je zobrazenie $f : (\mathbf{E_3} - \{S\}) \rightarrow \pi$, kde $S \notin \pi$, ktoré každému bodu $A \in \mathbf{E_3} - \{S\}$ priradí bod $A_S \in \pi$, kde

$A_S = SA \cap \pi.$

π – priemetňa,

S – stred premietania, $S \notin \pi$.



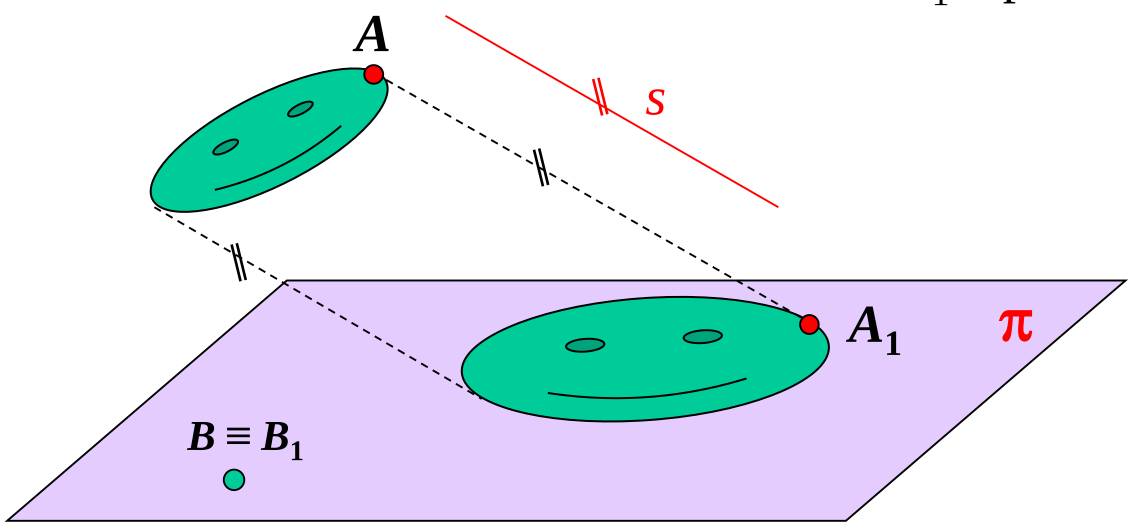
Rovnobežné premietanie

Definícia 2: **Rovnobežné premietanie** je zobrazenie $f:\ \mathbf{E}_3 \to \pi$, ktoré každému bodu $A \in \mathbf{E}_3$ priradí bod $A_1 \in \pi$ taký, že $AA_1 \parallel \boldsymbol{s}$, pričom $\boldsymbol{s} \nparallel \pi$.

π – priemetňa,

$\boldsymbol{s}$ – smer premietania,

AA_1 – premietacia priamka bodu A.



Ak bod B leží v priemetni $\pi \Rightarrow$ priemet bodu $B \equiv B_1$.

Rovnobežný priemet priamky

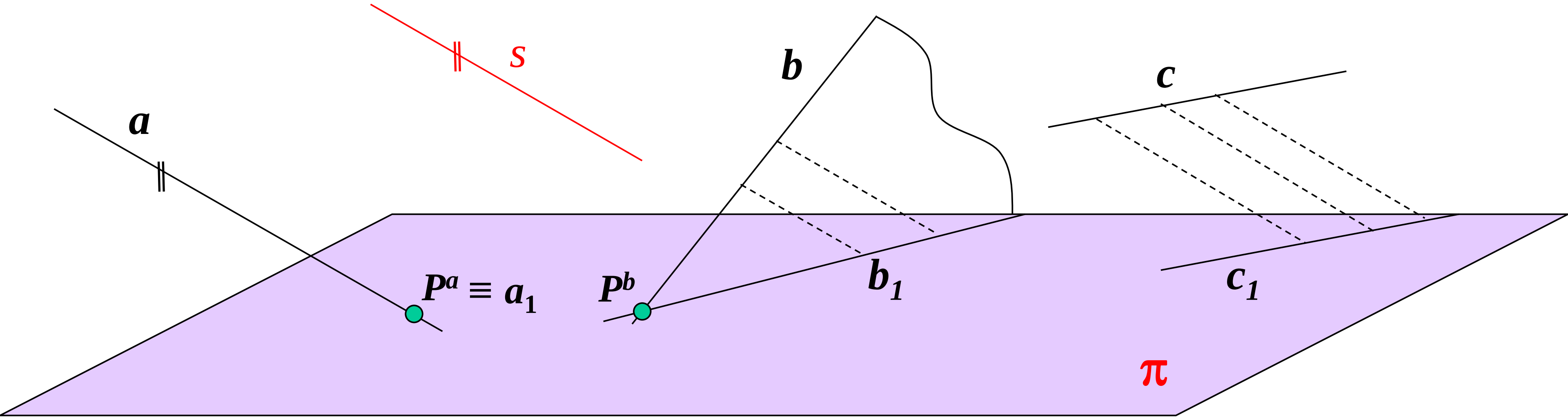
Veta 1: Rovnobežným priemetom priamky rovnobežnej so smerom premietania je bod, inak priamka.

Definícia 3: Priesečník priamky s priemetňou nazývame **stopník priamky**, teda stopník priamky a: $a \cap \pi = P^a$.

a) Ak priamka $a \parallel s$, tak $a_1 \equiv P^a$.

b) Ak priamka $b \nparallel s$, tak b_1 je priamka.

c) Ak priamka $c \parallel \pi$, tak $c_1 \parallel c$.



Pozn.: Priamky roviny rovnobežné s priemetňou nazývame **hlavné priamky roviny**.

Rovinu $\lambda(b, b_1)$ nazývame **premietacia rovina priamky** b.

Rovnobežný priemet roviny

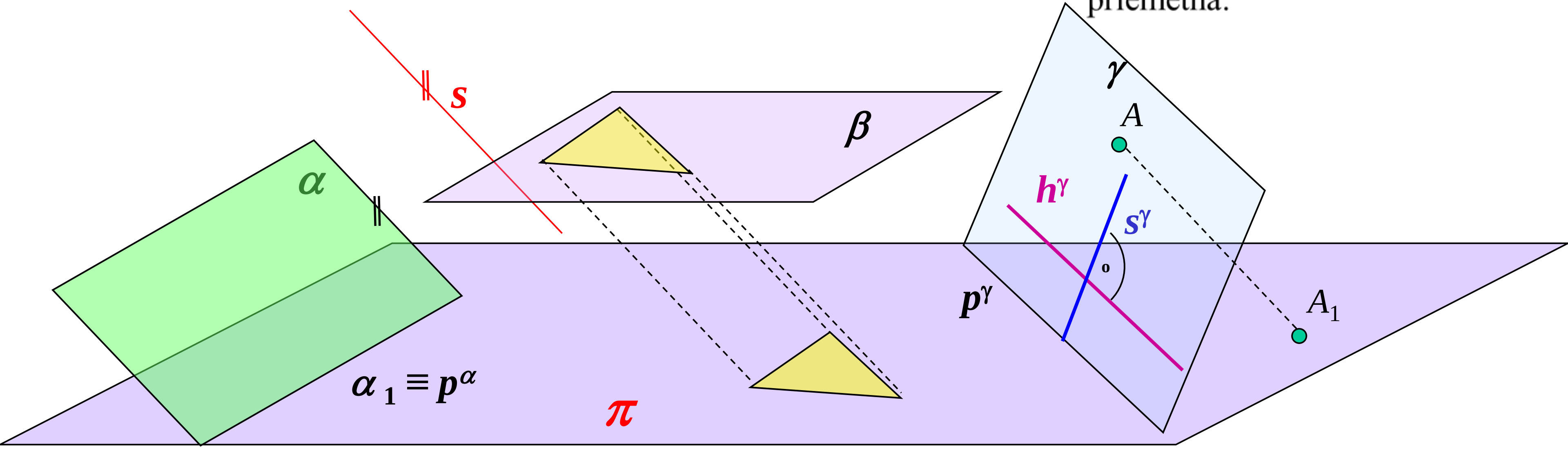
Veta 2: Rovnobežným priemetom roviny rovnobežnej so smerom premietania je priamka, inak celá priemetňa.

Definícia 4: Priesečnicu roviny s priemetňou nazývame **stopa roviny,** teda stopa roviny α : $\alpha \cap \pi = p^{\alpha}$.

a, Ak rovina $\alpha \parallel s$, tak $\alpha_1 \equiv p^{\alpha}$.

b, Ak rovina $\beta \parallel \pi$, tak útvary ležiace v β sa zobrazujú do útvarov zhodných.

c, Ak rovina $\gamma \nparallel \pi$, $\gamma \nparallel s$ tak priemetom roviny γ je celá priemetňa.



Definícia 5: **Hlavné priamky roviny** sú priamky rovnobežné s priemetňou (aj so stopou roviny), označujeme ich h, $h \parallel \pi$, $h \parallel p$.

Spádové priamky roviny sú priamky kolmé na hlavné priamky roviny (stopu roviny), označujeme ich s, $s \perp h$,($s \perp p$).

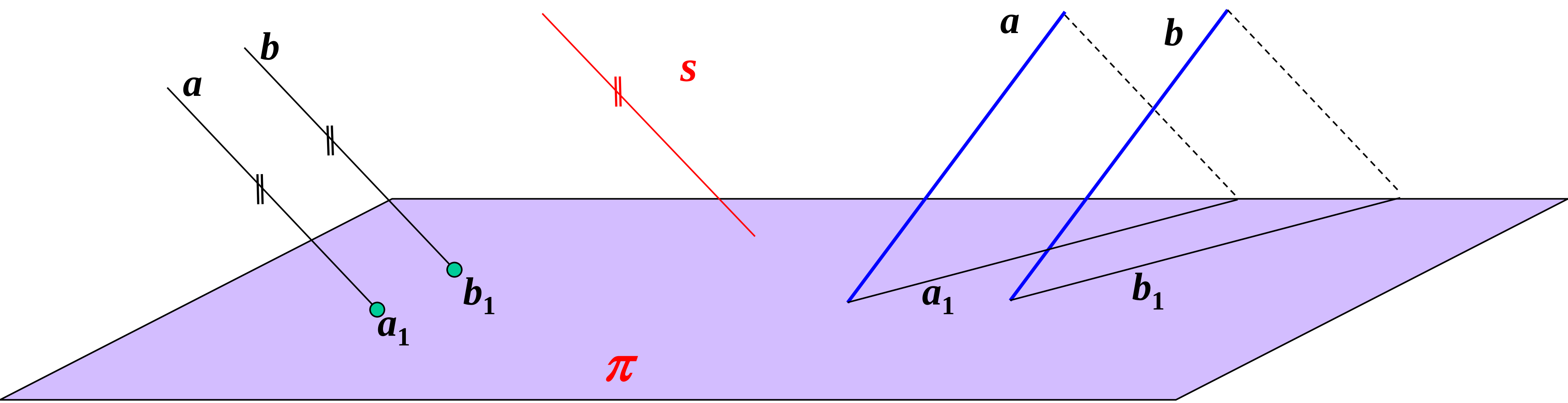
Poznámka: *K označeniu hlavných a spádových priamok pridávame index, ktorý znamená príslušnosť priamky k rovine, napr.* h^{α}, s^{α}, h^{β}, s^{β}, h^{γ}, s^{γ} ... ,

Vlastnosti rovnobežného premietania

Veta 3: Rovnobežným priemetom dvoch rovnobežných priamok sú buď dva body alebo dve rovnobežné priamky (príp. totožné priamky).

a, Ak priamky $a \parallel b \parallel s$, potom a_1 a b_1 sú body.

b, Ak priamky $a \parallel b$ X s, potom $a_1 \parallel b_1$.



Vlastnosti rovnobežného premietania

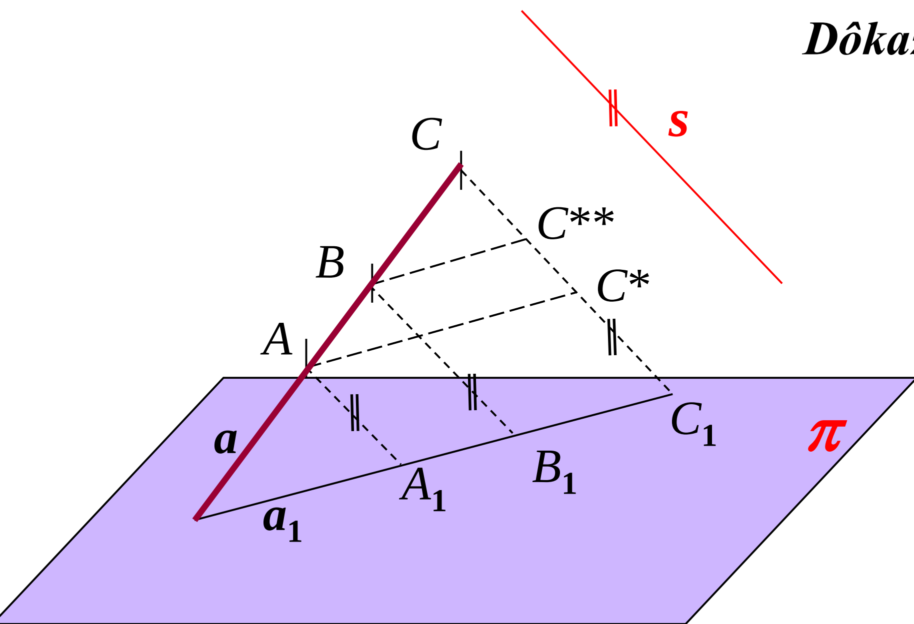
Veta 4: Rovnobežné premietanie zachováva kolinearitu 3 bodov na priamke.

Definícia 6: Nech A, B, C, kde $B \neq C$ ležia na jednej priamke. Potom deliaci pomer bodu C vzhľadom na body A, B je číslo:

$$(A,B;C)=\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{BC}|},$$

kde $|\overrightarrow{AC}|,|\overrightarrow{BC}|$ sú orientované vzdialenosti bodov na priamke.

Veta 5: Rovnobežné premietanie zachováva deliaci pomer 3 bodov na priamke, ktorá nie je rovnobežná so smerom premietania.



Dôkaz: Zostrojme na CC_1 body C^* a C^{**} tak, že $AC^* \parallel a_1$ a $BC^{**} \parallel a_1$.

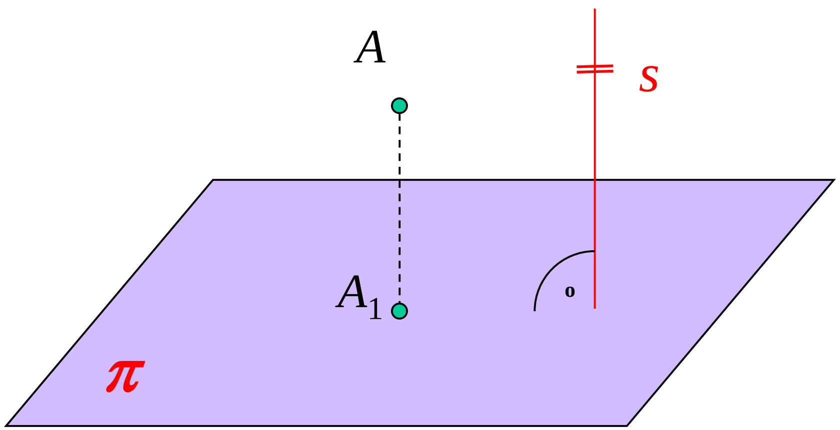
Potom platí, že $\Delta AC^*C \approx \Delta BC^{**}C$, a teda:

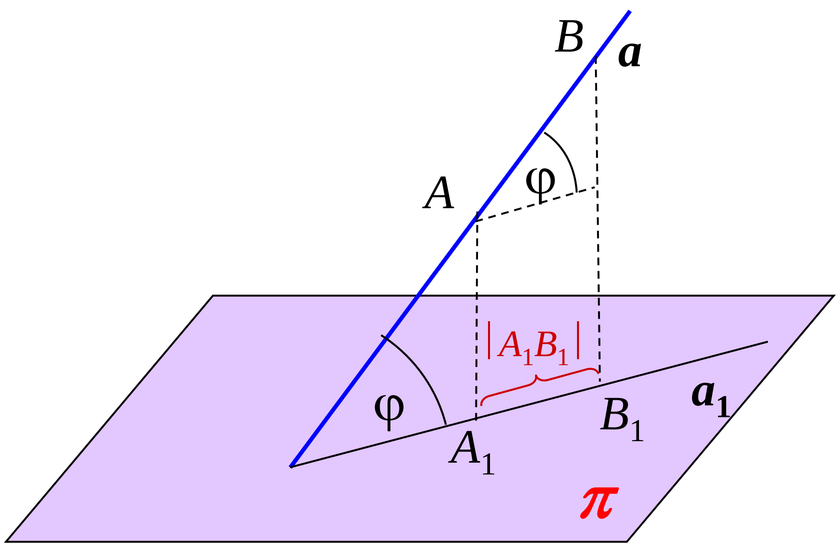
$$(A,B;C)=\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{BC}|}=\frac{|\overrightarrow{AC^*}|}{|\overrightarrow{BC^{**}}|}=\frac{|\overrightarrow{A_1C_1}|}{|\overrightarrow{B_1C_1}|}=(A_1,B_1;C_1)$$

Kolmé premietanie a jeho vlastnosti

Definícia 7: **Kolmé premietanie** je taký druh rovnobežného premietania, kedy smer premietania ***s*** je kolmý na priemetňu.

Poznámka: Uvedieme niektoré špeciálne vlastnosti kolmých priemetov útvarov.

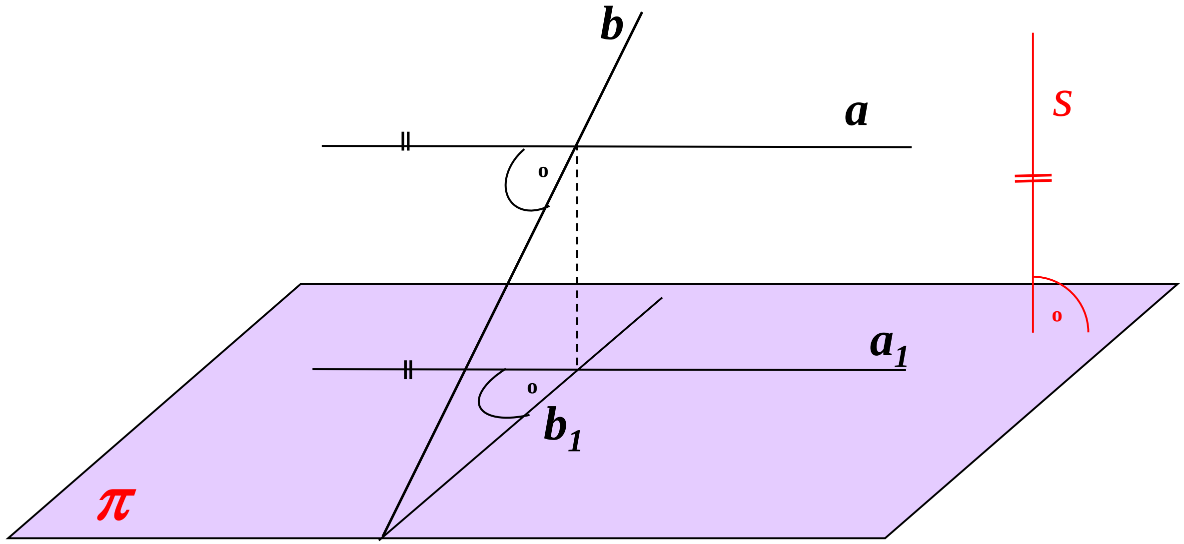




Veta 6: Nech AB je úsečka, ktorá leží na priamke a a nech priamka a zviera s priemetňou π uhol φ. Potom pre jej kolmý priemet A_1B_1 platí:

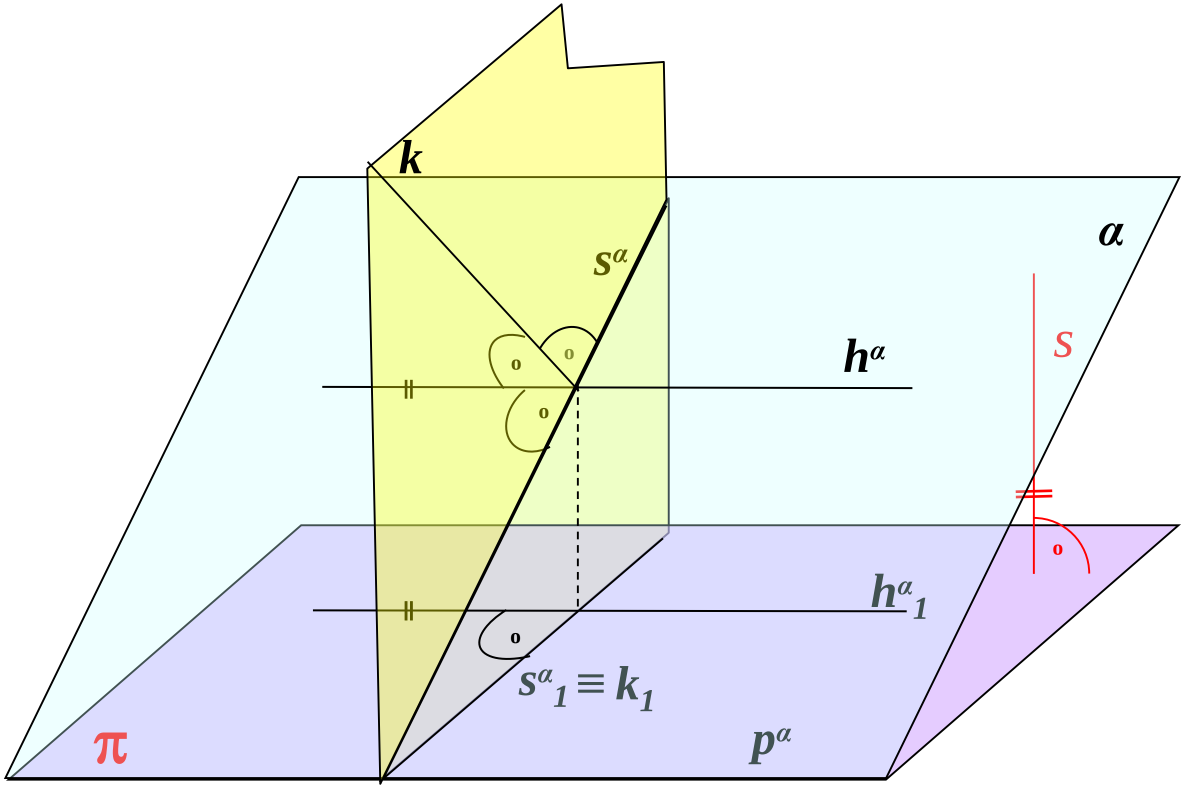
$$|A_1B_1| = |AB| \cos \varphi \, .$$

Kolmé premietanie a jeho vlastnosti



***Veta 7:* (o kolmom priemete pravého uhla):** Nech priamka $a \parallel \pi$, nech $b \perp a$ a b nie je kolmá na π. Potom kolmé priemety priamok a, b sú kolmé, teda $a_1 \perp b_1$.

Kolmé premietanie a jeho vlastnosti



Dôsledky vety o kolmom priemete pravého uhla:

- Kolmý priemet spádovej priamky roviny je kolmý na kolmé priemety jej hlavných priamok (na stopu roviny):

$$s_1{}^\alpha \perp h_1{}^\alpha (\, p^\alpha).$$

- Kolmý priemet kolmice na rovinu je kolmý na kolmé priemety jej hlavných priamok (na stopu roviny):

$k_1 \perp h_1{}^\alpha (\, p^\alpha)$, teda platí, že $k_1 \equiv s_1{}^\alpha$, ak majú spoločnú premietaciu rovinu.