

KURZ DESKRIPTÍVNEJ GEOMETRIE

6 Priesečník priamky a roviny v Mongeovej projekcii a v axonometrii

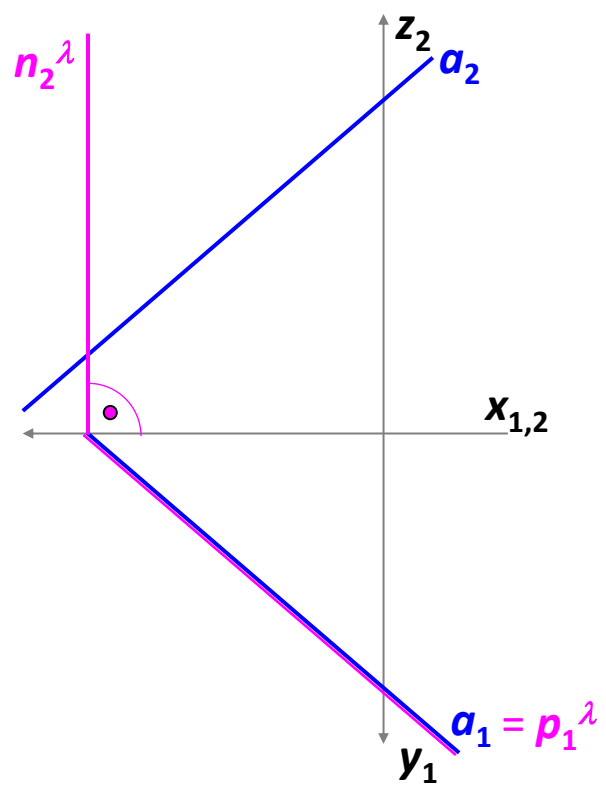
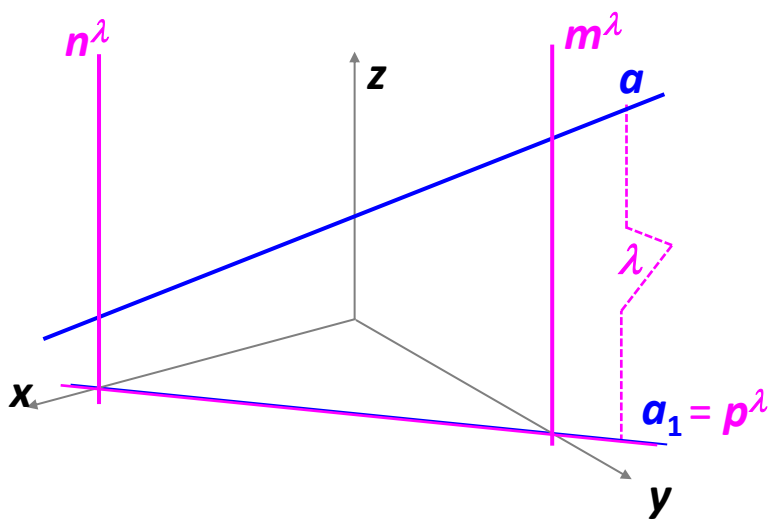
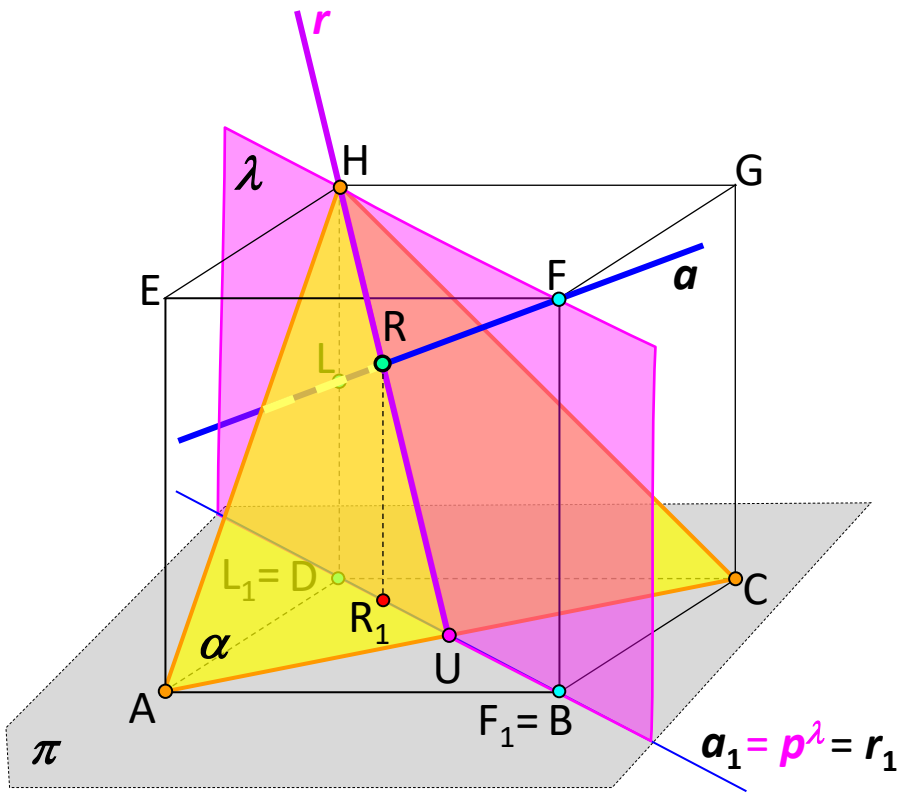
Mgr. Juliana Beganová, PhD.

Dané: priamka $a = LF$ a rovina $\alpha = ACH$. Zostrojte priesečník priamky a s rovinou α .

Metóda krycej priamky

- 1. Priamkou a preložíme pomocnú rovinu λ ,
 $\lambda \perp \pi$, $\lambda = (a, a_1)$,
- 2. $\lambda \cap \alpha = r$, platí: $r_1 = a_1$, *priamku r nazývame krycia priamka*,
- 3. $a \cap r = R = a \cap \alpha$.

Viditeľnosť:



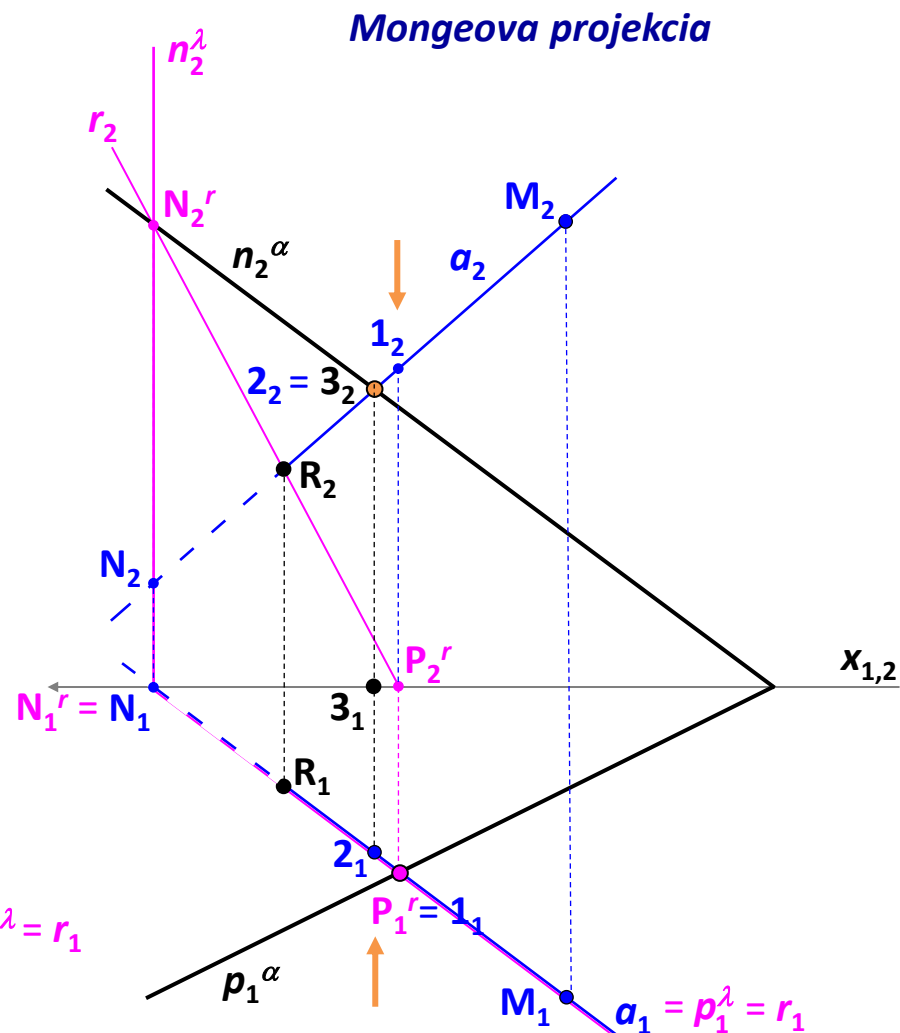
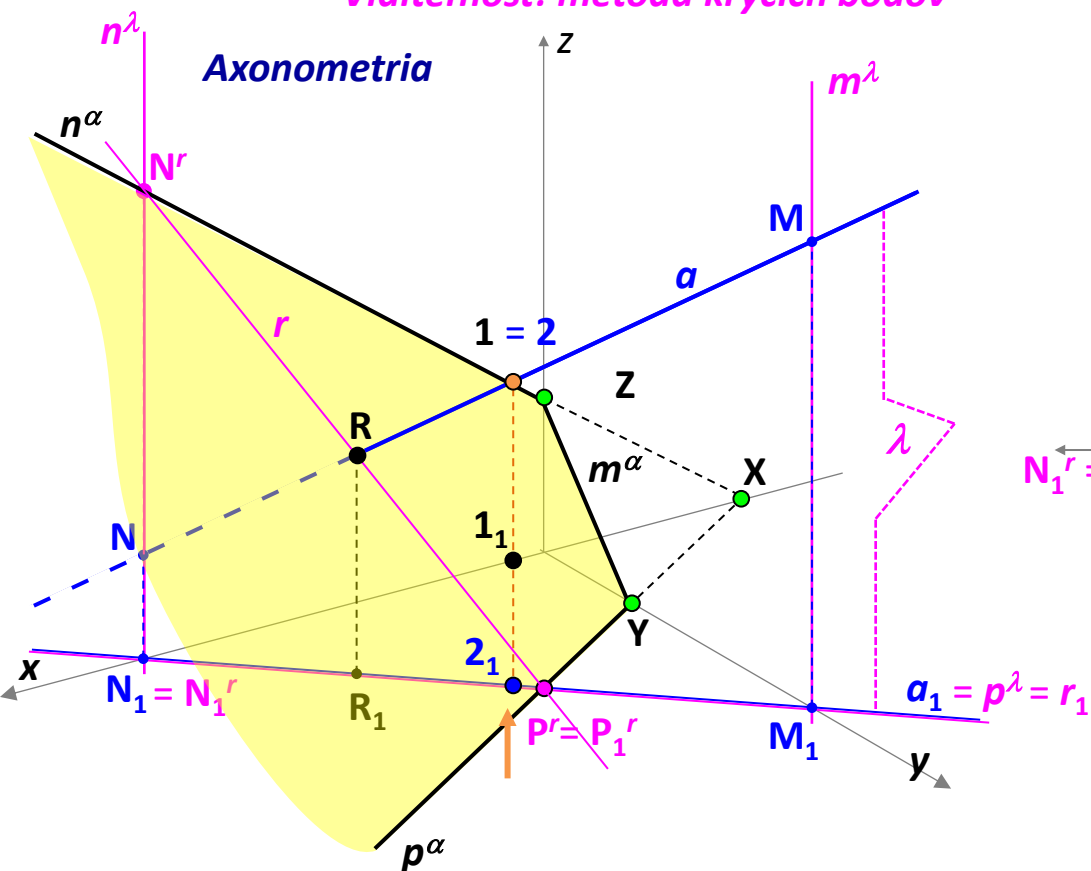
Príklad 2: Zobrazte priesečník priamky $a = MN$ s rovinou $\alpha = (XYZ)$.

Úlohu riešte v šikmej axonometrii a v Mongeovej projekcii, pričom platí $j^x = j^y = j^z = j^m = 1 \text{ cm}$.

Metóda krycej priamky

1. pomocná rovina $\lambda = (a, a_1)$; $\lambda \perp \pi$
2. $\lambda \cap \alpha = r$,
 $r \subset \lambda \Rightarrow r_1 = a_1$, r je krycia priamka
 $r \subset \alpha \Rightarrow r = P^r N^r$,
3. $r \cap a = r \cap \alpha = R$.

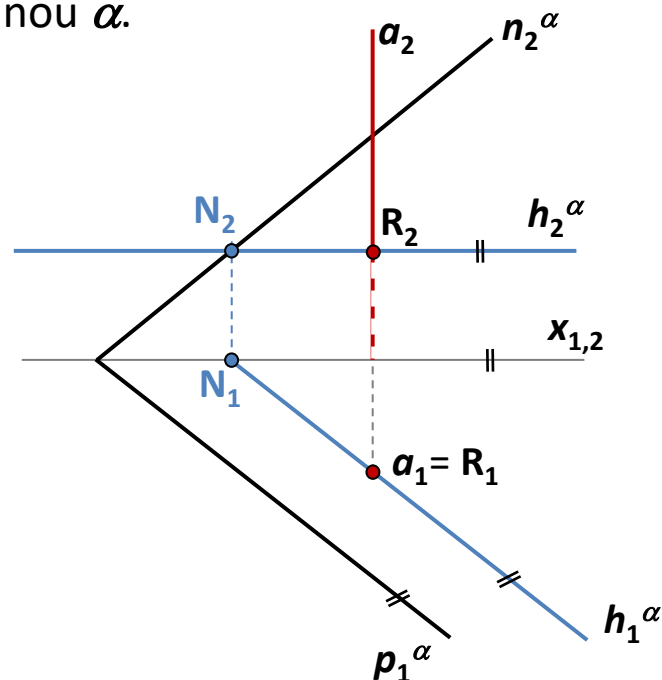
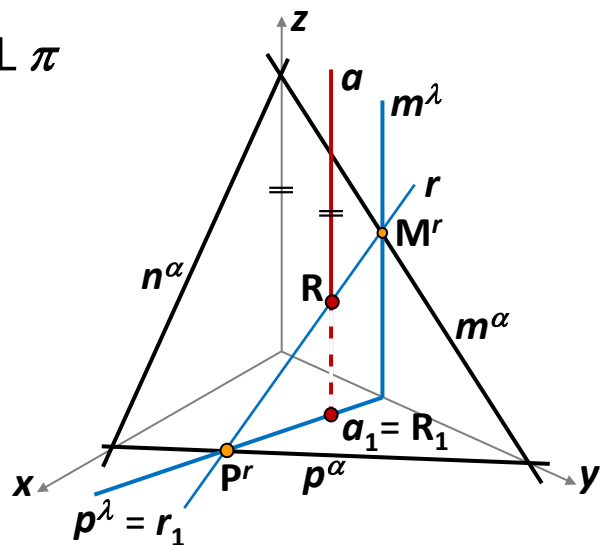
Viditeľnosť: metóda krycích bodov



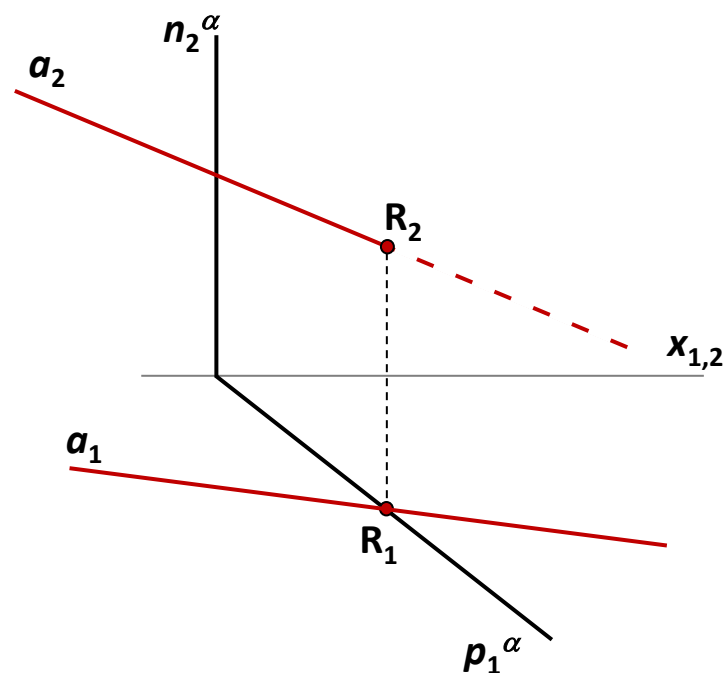
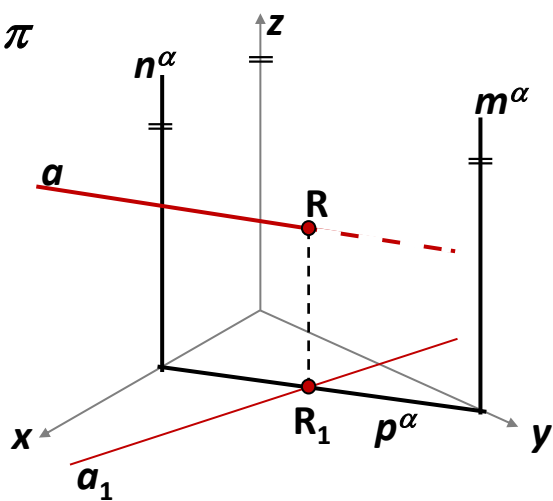
Príklad 4: Zostrojte priesečník priamky a s rovinou α .

R

a) $a \perp \pi$

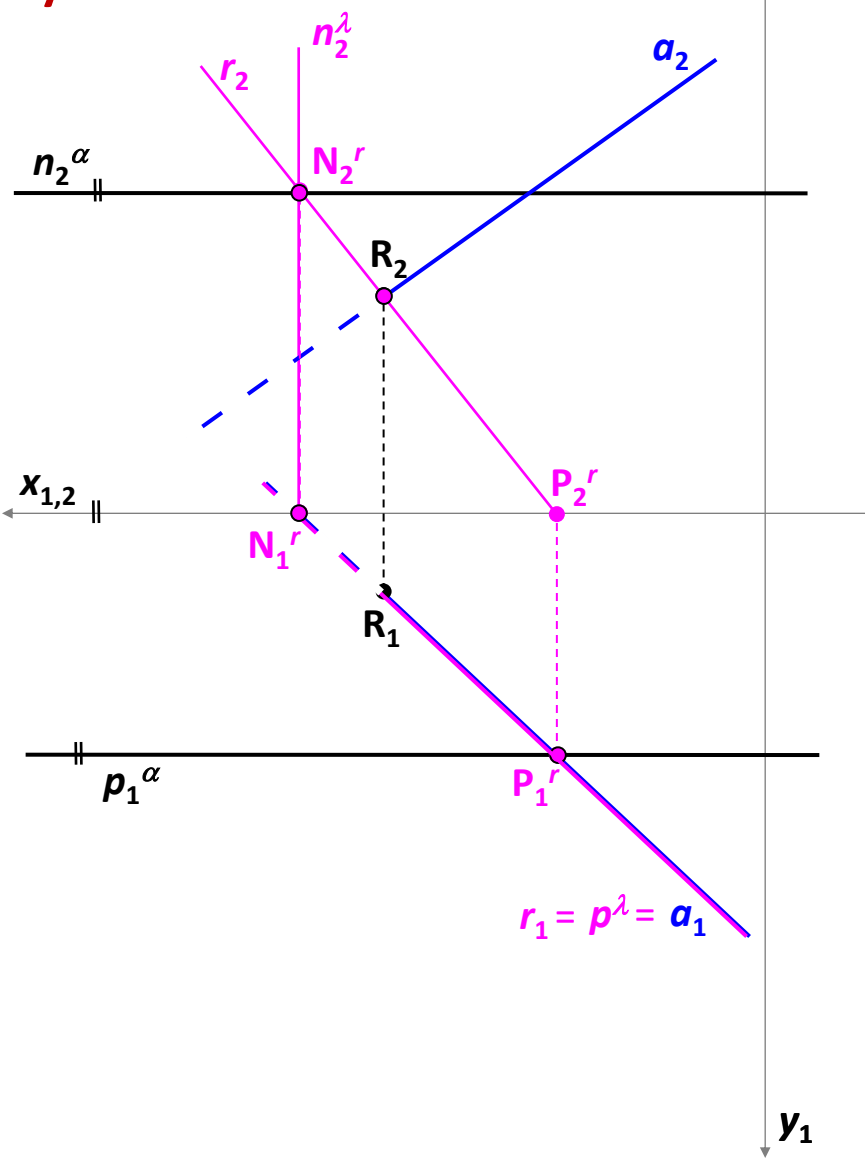
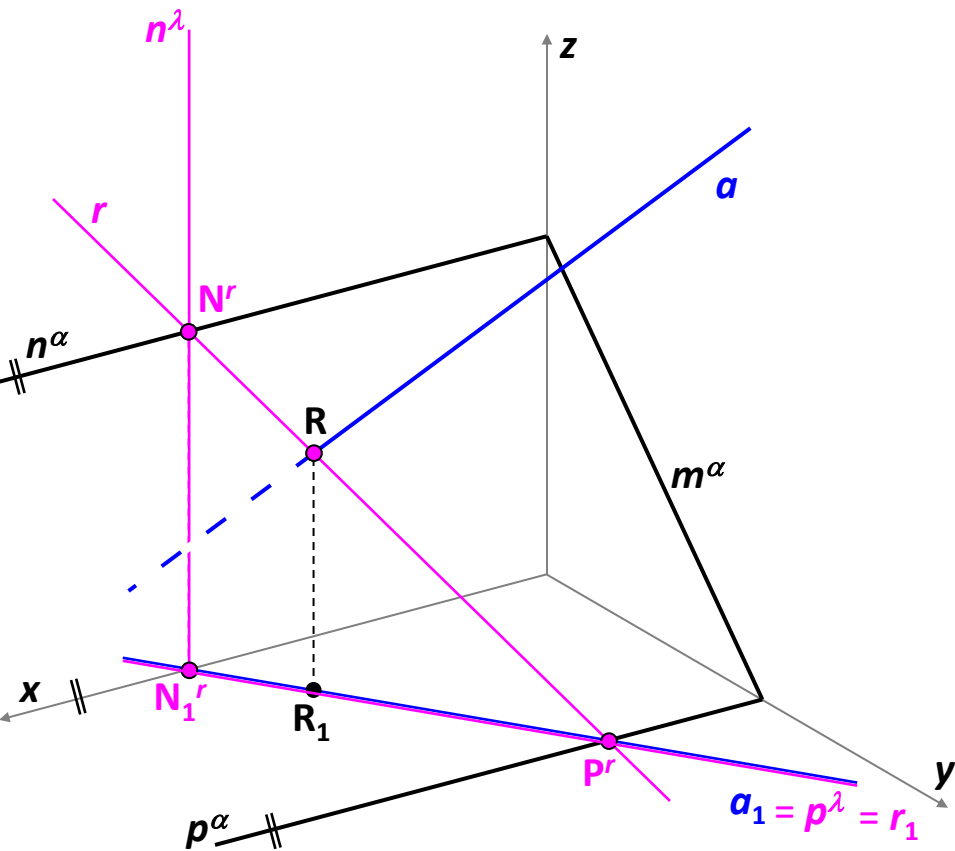


b) $\alpha \perp \pi$



Určte viditeľnosť priamky a vzhľadom na rovinu α .

Metóda krycej priamky

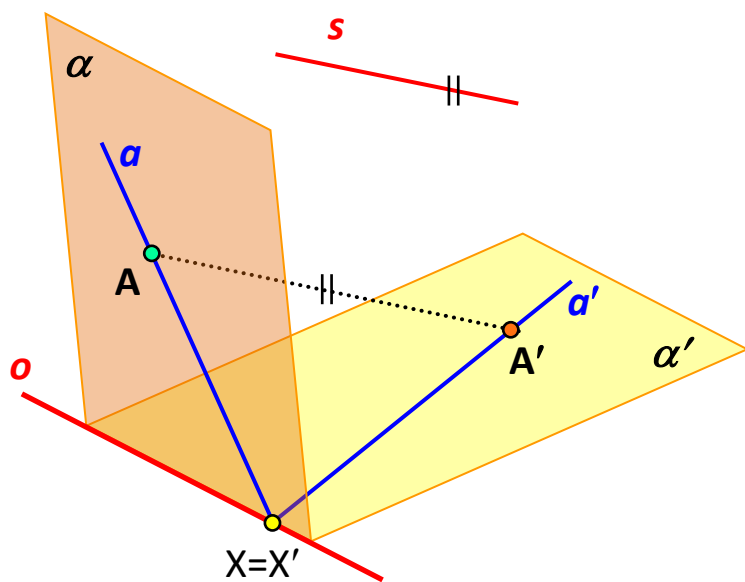


Perspektívna afinita

Perspektívna afinita roviny α na rovinu α' – princíp zobrazenia

Definícia: Nech α a α' sú dve rôzne roviny a s je priamka, ktorá nie je rovnobežná so žiadnou z nich. Zobrazenie, ktoré každému bodu $A \in \alpha$ priradí bod $A' \in \alpha'$, kde $AA' \parallel s$, nazývame **perspektívna afinita roviny α na rovinu α'** .

Poznámka: V prípade, že rovina α je rovnobežná s rovinou α' , je perspektívna afinita posunutím roviny α do roviny α' . V ďalšom texte budeme uvažovať len prípad, keď α a α' sú dve rôznobežné roviny.

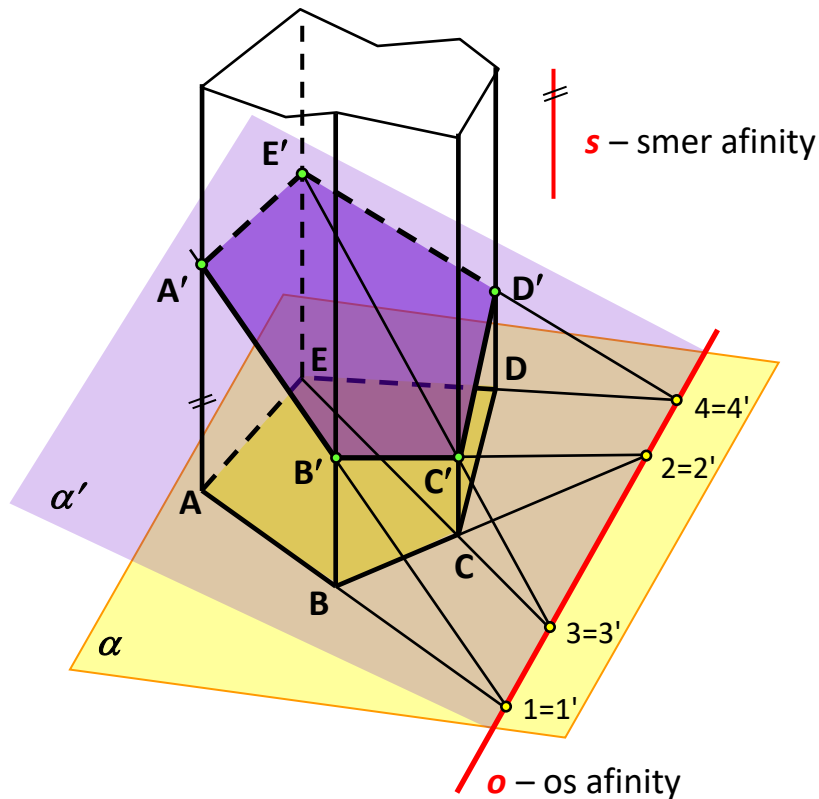


- s - smer afinity
- $o = \alpha \cap \alpha'$ - os afinity
- Bod sa zobrazuje do bodu: $A \rightarrow A'$.
- $A \in \alpha$ - vzor
- $A' \in \alpha'$ - obraz bodu
- Platí: $AA' \parallel s$
- Dvojicu bodov (A, A') nazývame afinne združené body.
- Priamka a sa zobrazuje do priamky a' .
- Priesečník $X = X'$ priamky a s osou afinity o sa nazýva **samodružný bod**.
- Všetky samodružné body ležia na osi afinity.

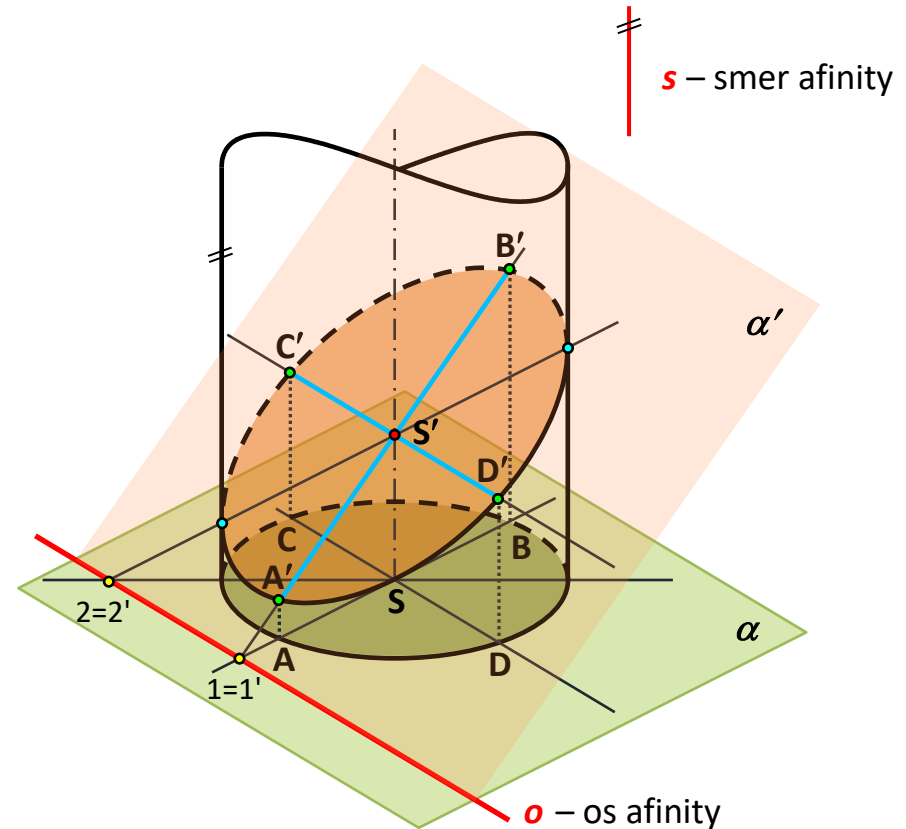
Perspektívna afinita medzi dvomi rovinami – využitie

Afinita medzi dvomi rovinami má široké uplatnenie pri konštrukcii rovinných rezov hranolových plôch a hranolov, a tiež kružnicových valcových plôch a valcov, napr. v Mongeovej projekcii, alebo axonometrii.

Afinným obrazom mnohoúhelníka v rovine α je mnohoúhelník v rovine α' . Obidva ležia na tej istej hranolovej ploche. Smer afinity je smer tvoriacich priamok hranolovej plochy.



Afinným obrazom kružnice v rovine α je elipsa v rovine α' . Obidve ležia na tej istej valcovej ploche. Smer afinity je smer tvoriacich priamok valcovej plochy.



Využitie afinity: rez hranolovej plochy rovinou v axonometrii a v Mongeovej projekcii

Daná je šikmá hranolová plocha, ktorá je určená všeobecným 5 - uholníkom $ABCDE$ ležiacim v rovine π a tvoriacou priamkou $a(a, a_1)$. Zostrojte rez plochy rovinou $\alpha(p^\alpha, n^\alpha)$. Riešte v axonometrii a v Mongeovej projekcii.

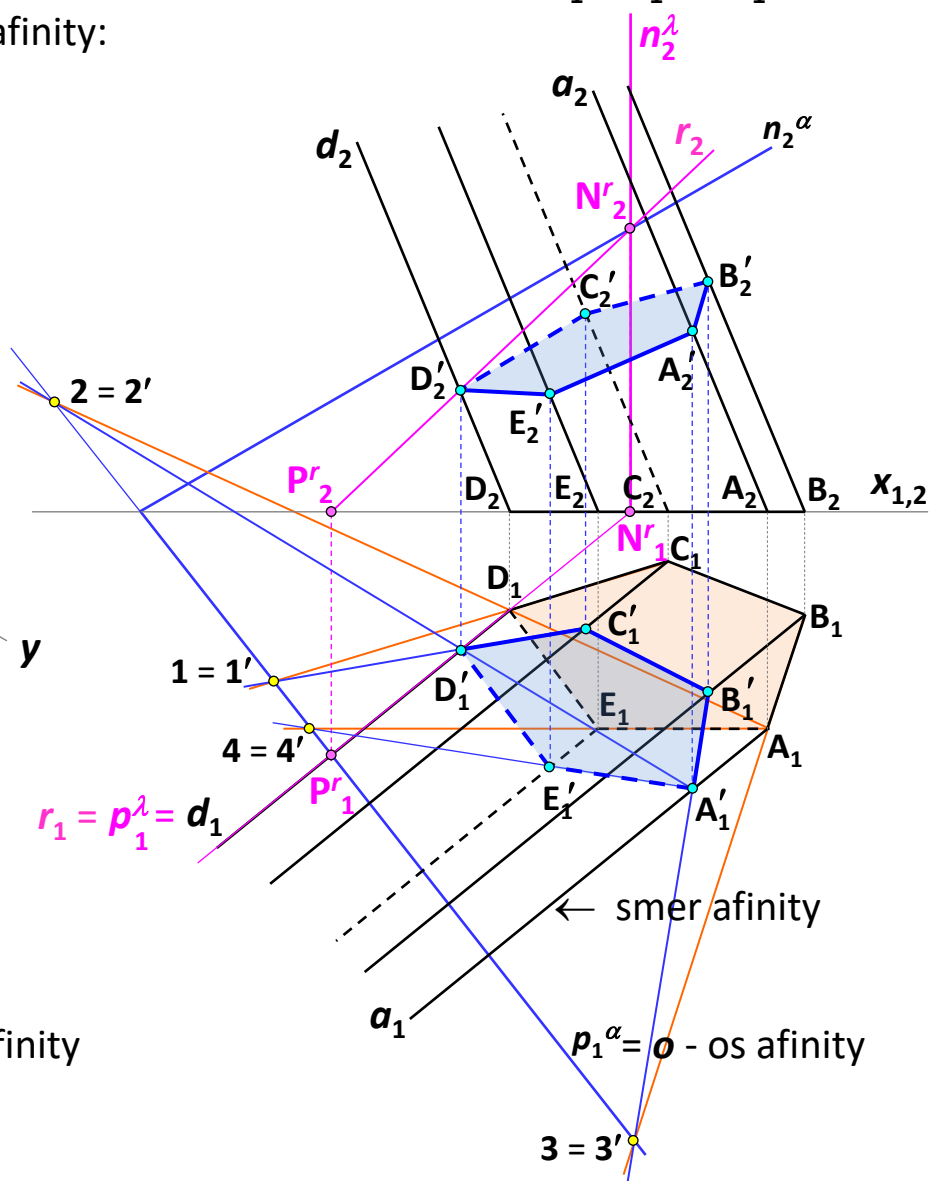
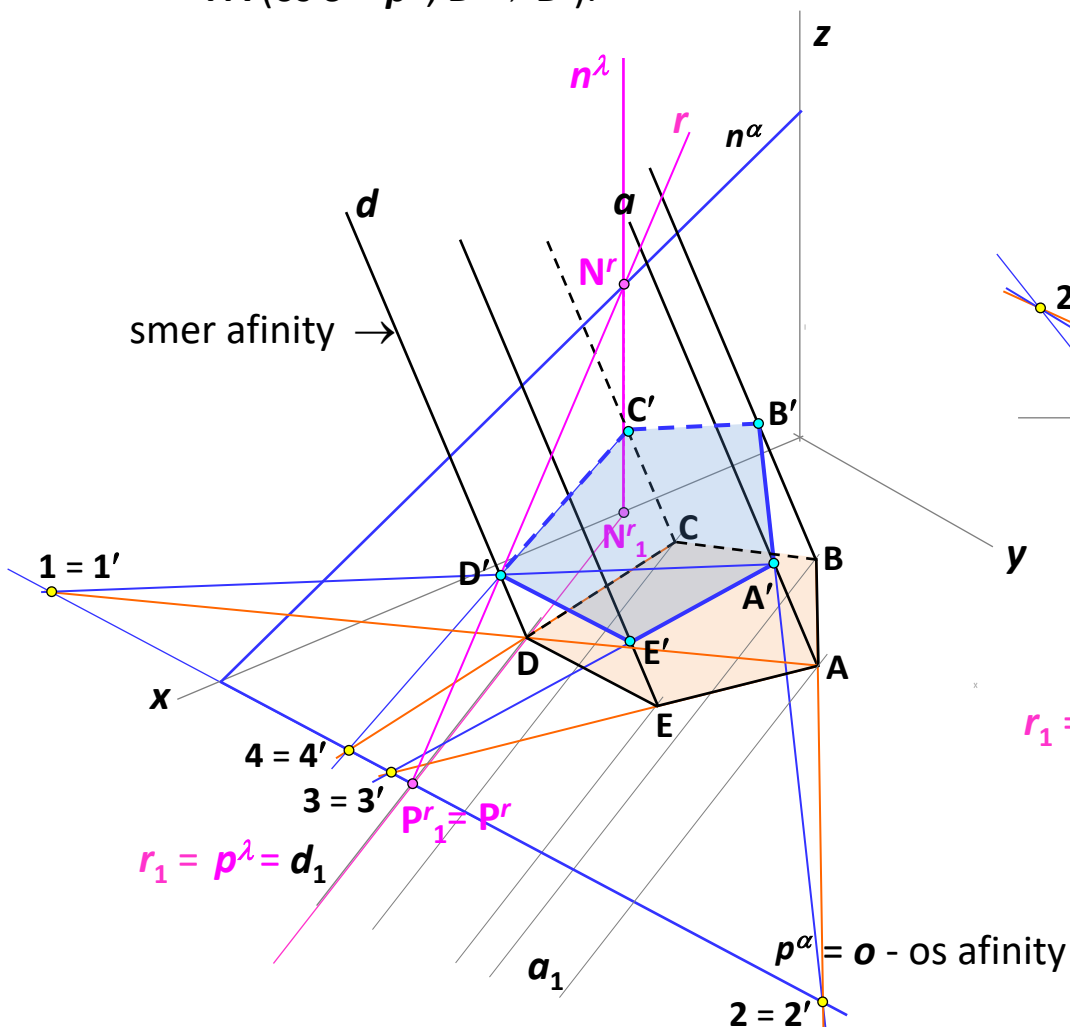
Riešenie:

1. Prvý bod rezu zostrojíme *metódou krycej priamky*: $D' = d \cap \alpha$.

2. Ďalšie body rezu zostrojíme pomocou perspektívnej afinity:

PA (os $o = p^\alpha$, $D \rightarrow D'$).

PA ($o = p_1^\alpha$, $D_1 \rightarrow D_1'$)

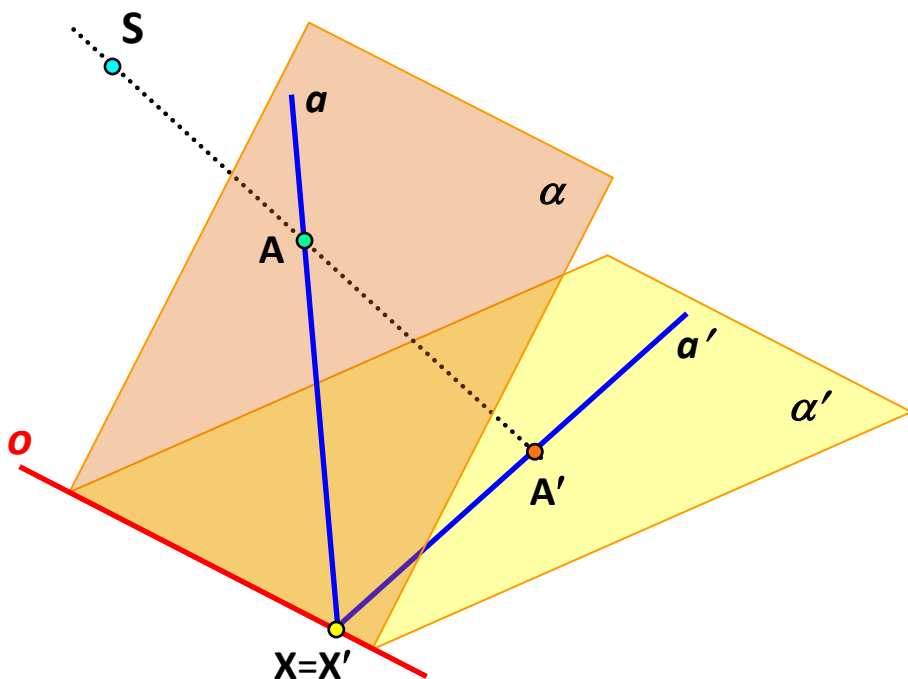


Perspektívna kolineácia

Perspektívna kolineácia roviny α na rovinu α' – princíp zobrazenia

Definícia: Nech α a α' sú dve rôzne roviny a S je bod, ktorý neleží v žiadnej z nich. Zobrazenie, ktoré každému bodu $A \in \alpha$ priradí bod $A' \in \alpha'$, kde $S \in AA'$, nazývame **perspektívna kolineácia roviny α na rovinu α'** .

Poznámka: V prípade, že rovina α je rovnobežná s rovinou α' , je toto zobrazenie rovnoláhlosť. V ďalšom texte budeme uvažovať len prípad, keď α a α' sú dve rôznobežné roviny.



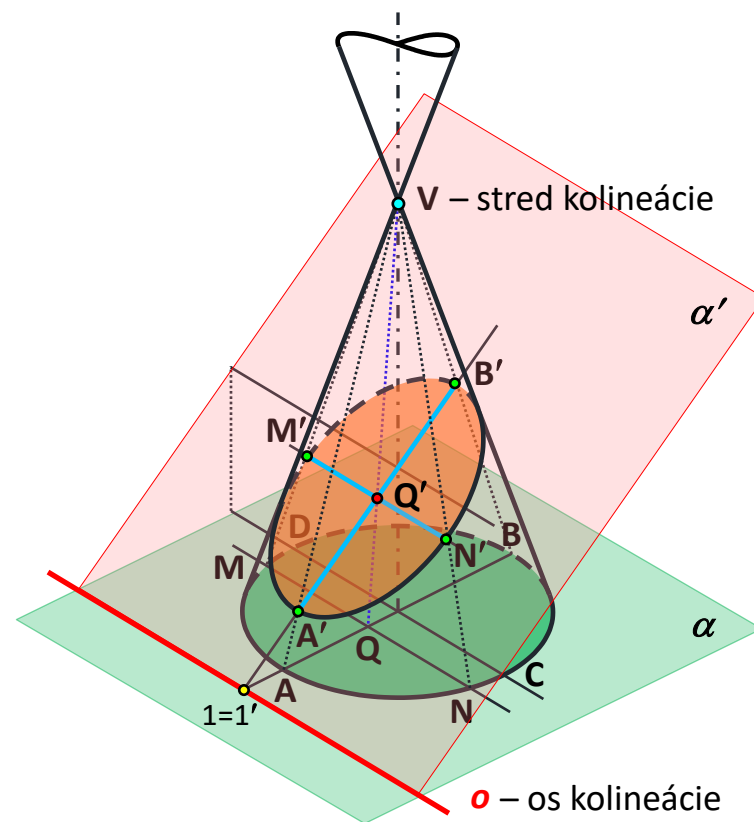
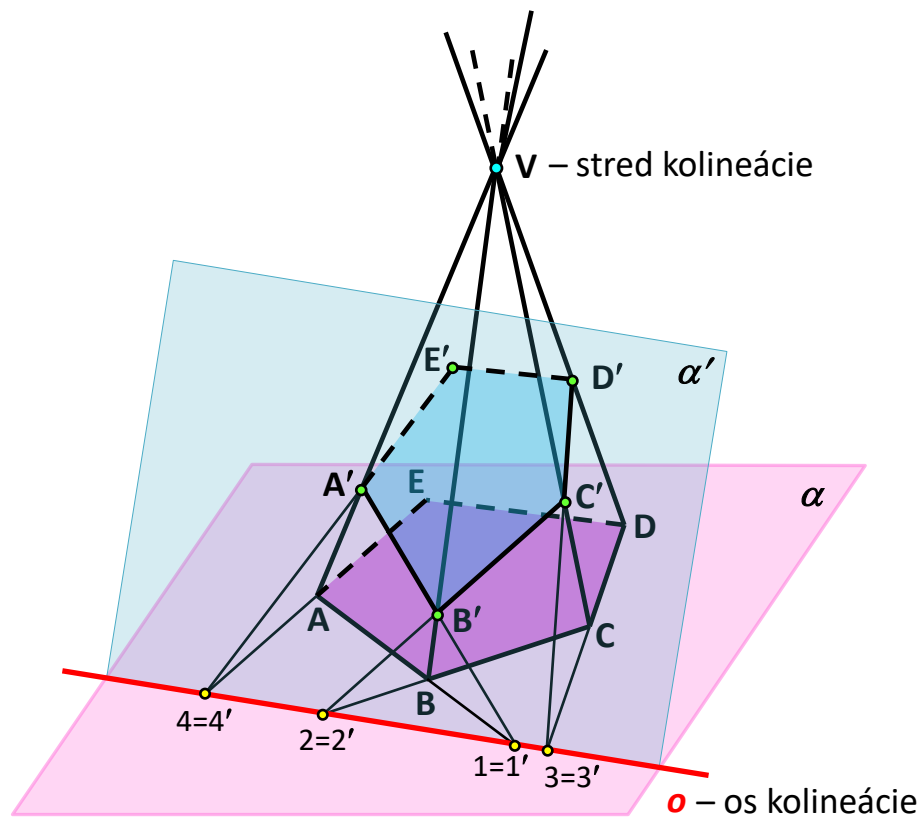
- S - stred kolineácie
- $o = \alpha \cap \alpha'$ - os kolineácie
- Bod A sa zobrazuje do bodu A' : $A \rightarrow A'$.
- $A \in \alpha$ - vzor
- $A' \in \alpha'$ - obraz bodu A
- Platí: $S \in AA'$
- Priamka a sa zobrazuje do priamky a' : $a \rightarrow a'$.
- Priamky a, a' sa pretínajú na osi kolineácie o v samodružnom bode $X = X'$.
- Všetky body na osi kolineácie o sú samodružné.

Využitie perspektívnej kolineácie medzi dvomi rovinami

Kolineáciu medzi dvomi rovinami môžeme využiť pri konštrukcii rovinných rezov ihlanových plôch a ihlanov, a tiež kružnicových kužeľových plôch a kužeľov, napr. v Mongeovej projekcii, či v axonometrii.

Mnohouholník v rovine α sa v kolineácii zobrazí do mnohouholníka v rovine α' . Obidva ležia na tej istej ihlanovej ploche. Vrchol **V** ihlanovej plochy je stred kolineácie.

Kružnica v rovine α sa v kolineácii zobrazí do krivky v rovine α' (elipsa, hyperbola, parabola). Obidve ležia na tej istej kužeľovej ploche. Vrchol **V** kužeľovej plochy je stred kolineácie.



Využitie kolineácie: rez ihlanu rovinou v axonometrii a v Mongeovej projekcii

R

Daný je šikmý ihlan, ktorý je určený 4- uholníkom **ABCD** ležiacim v rovine π a vrcholom **V**. Zostrojte rez ihlanu rovinou α .

Riešenie:

1. Prvý bod rezu zostrojíme **metódou krycej priamky**: $A' = a \cap \alpha$.

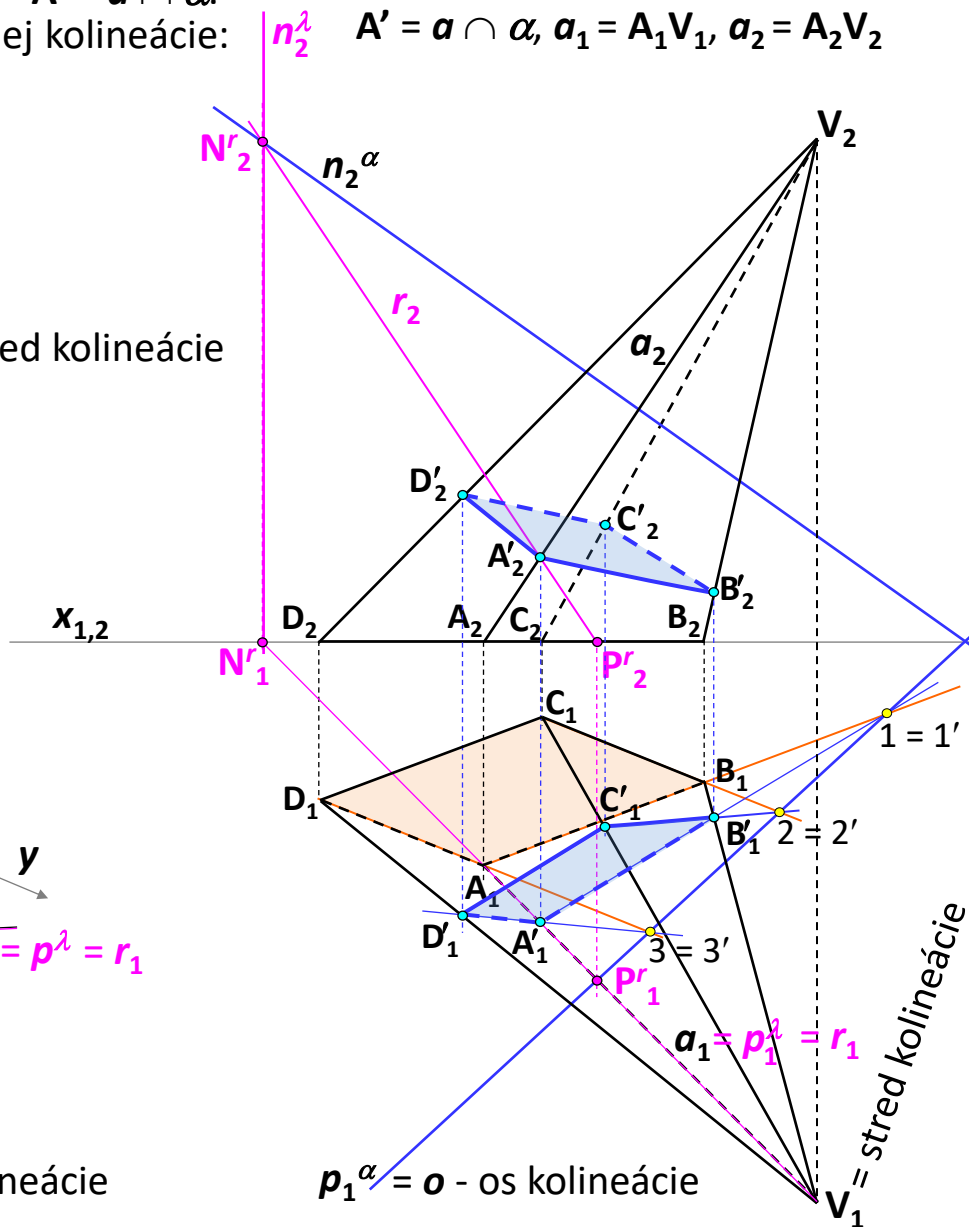
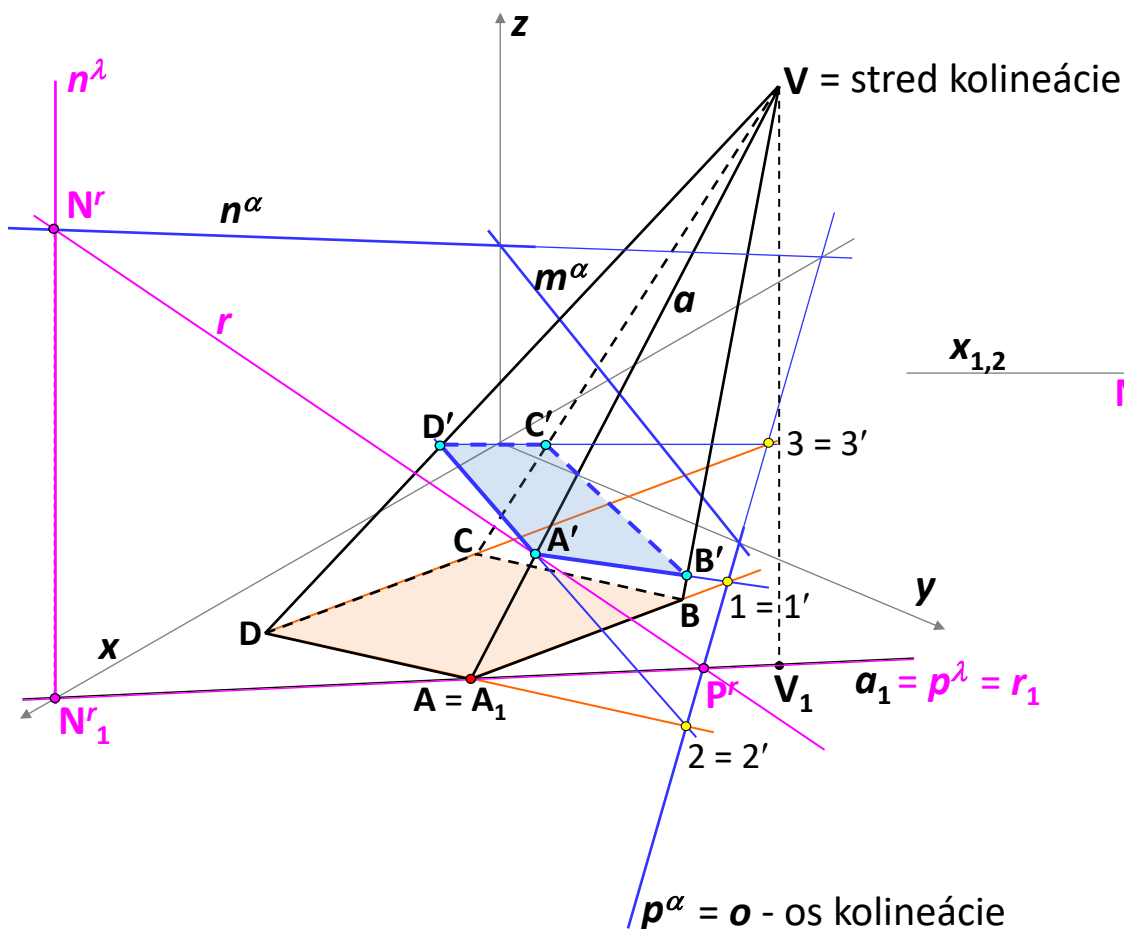
2. Ďalšie body rezu zostrojíme pomocou perspektívnej kolineácie:

PK (os $o = p^\alpha$, $V =$ stred kolineácie, $A \rightarrow A'$).

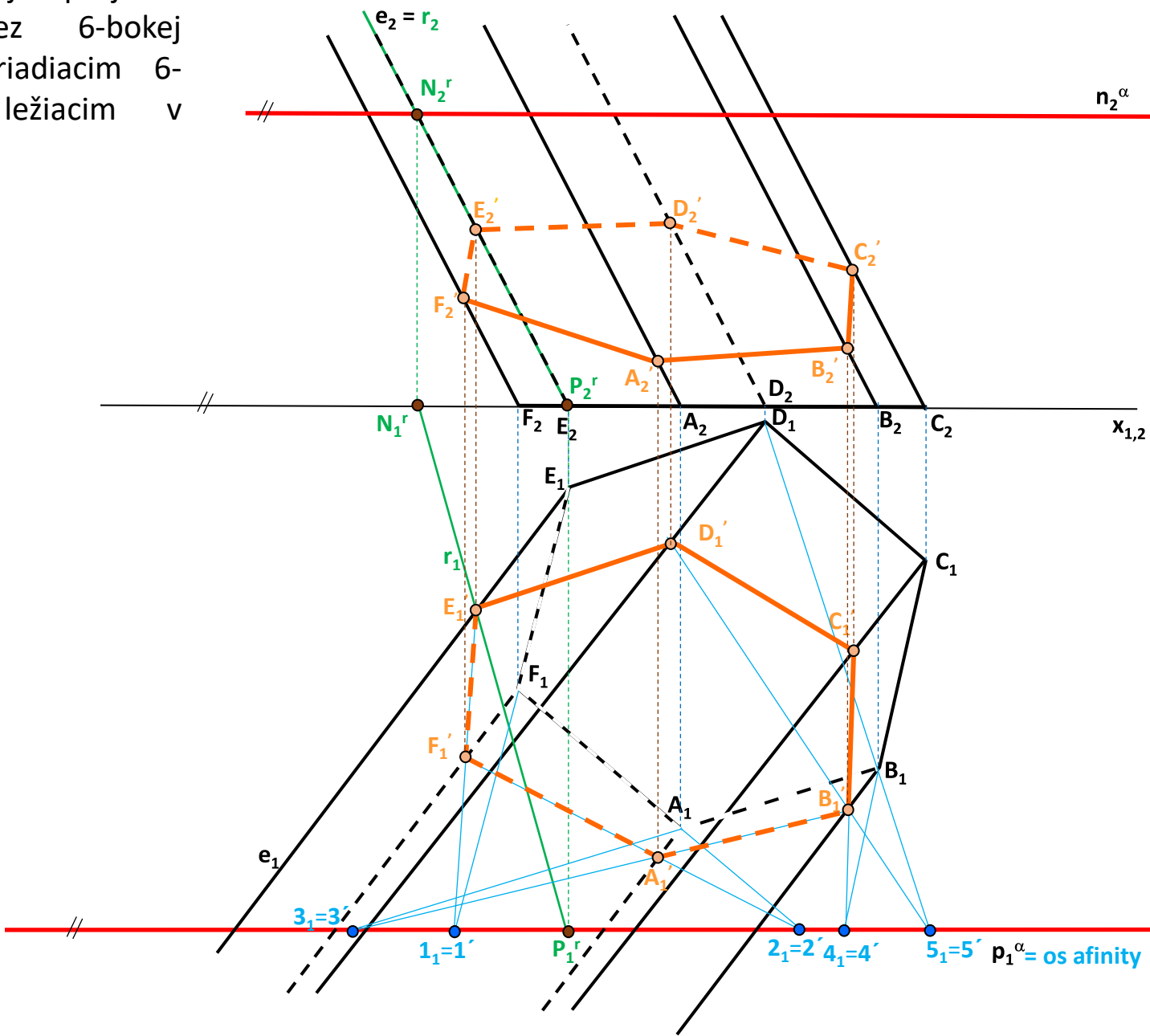
$$A' = a \cap \alpha, a = AV, a_1 = A_1V_1$$

PK (os $o = p_1^\alpha$, stred $= V_1$, $A_1 \rightarrow A_1'$)

$A' = a \cap \alpha, a_1 = A_1V_1, a_2 = A_2V_2$

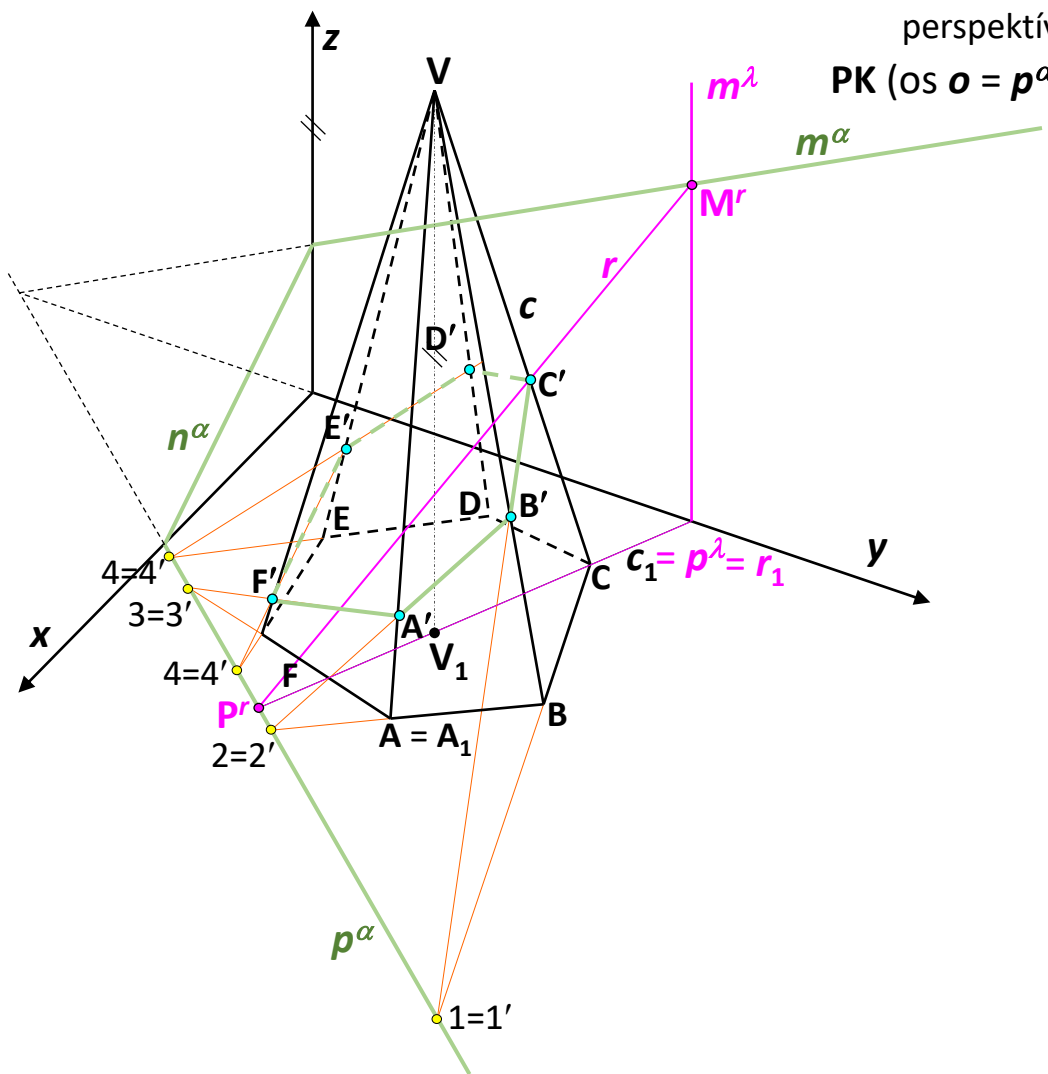


Príklad V Mongeovej projekcii zostrojte rovinný rez 6-bokej hranolovej plochy s riadiacim 6-uholníkom ABCDEF ležiacim v pôdorysni, rovinou $\alpha \parallel x$.



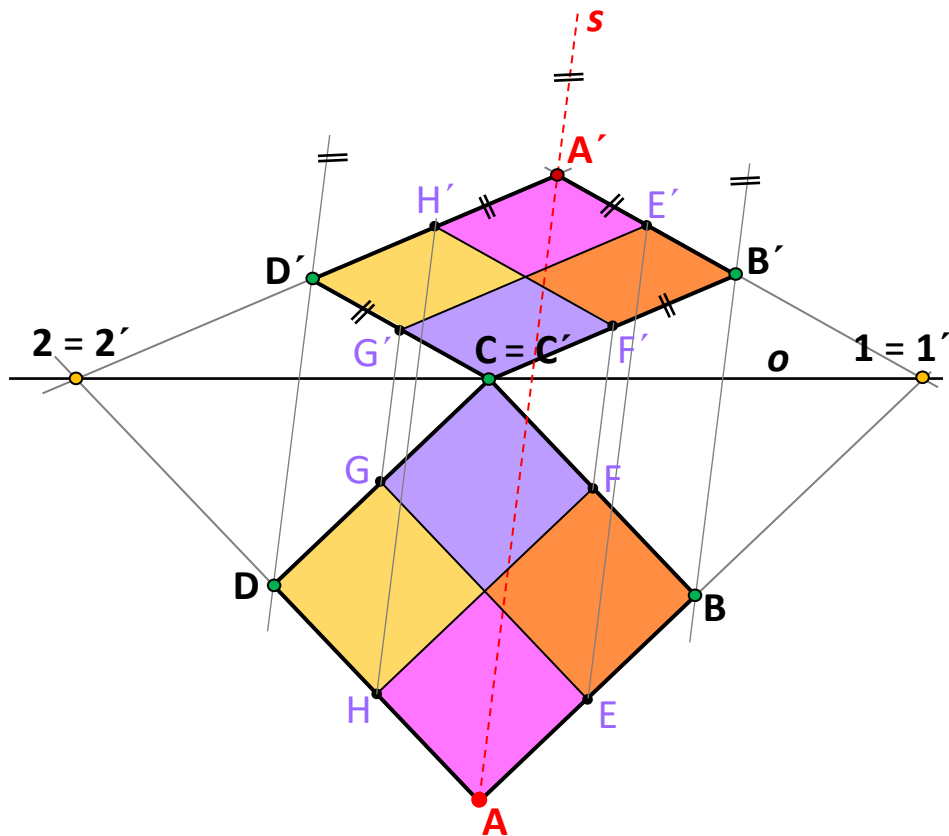
Príklad V axonometrii zostrojíte rovinný rez 6-bokej ihlanovej plochy s riadiacim 6-uholníkom ABCDEF ležiacim v pôdorysni, rovinou α (p^α, n^α).

- Riešenie:**
1. Dourčíme stopy roviny.
 2. Prvý bod rezu zostrojíme *metódou krycej priamky*: $C' = c \cap \alpha$.
 3. Ďalšie body rezu zostrojíme pomocou perspektívnej kolineácie:
PK (os $o = p^\alpha, V =$ stred kolineácie, $C \rightarrow C'$).

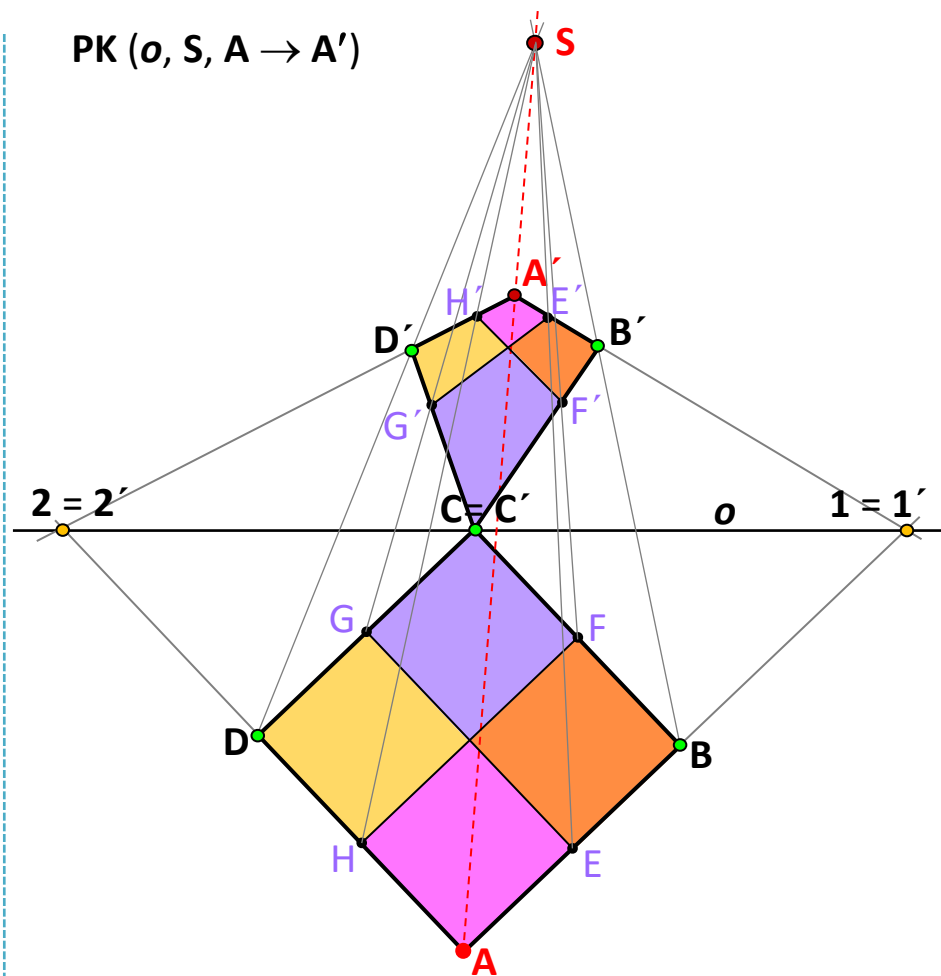


Obráz štvorca v perspektívnej afinite a perspektívnej kolineácii

PA ($o, A \rightarrow A'$)



PK ($o, S, A \rightarrow A'$)



Vlastnosti, ktoré zachováva afinita:

1. *incidencia*
2. *kolinearita*
3. *rovnobežnosť*
4. *deliaci pomer*

Vlastnosti, ktoré zachováva kolineácia:

1. *incidencia*
2. *kolinearita*