

SKUPINA B

Dátum 30.01.2004

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc Gaussovou eliminačnou metódou

$$\begin{array}{rrrrrr} 2x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 3x_4 & = & 1 \\ -x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & -2 \\ x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & 2x_4 & = & 2 \end{array}$$

Výsledok: $(\frac{7}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{3} + t, t) = (\frac{7}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, 0) + (0, 0, 1, 1)t$.

2. Nájdite inverznú maticu A^{-1} a urobte skúšku správnosti, kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Výsledok: } A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Nájdite dotyčnicu a normálu ku grafu funkcie $f(x) = \ln(\frac{x-3}{2})$, ak dotyčnica je rovnobežná s priamkou $y = x - 3$.
Nakreslite graf funkcie a vypočítanej dotyčnice a normály.

Výsledok: $y = x - 4 - \ln 2$, $y = -x + 4 - \ln 2$.

4. Nájdite najmenšiu a najväčiu hodnotu funkcie $f(x) = x + 2\operatorname{arccotg} x$ na intervale $< 0, \sqrt{3} >$.
Pomôcky: $\operatorname{arccotg} 0 = \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{arccotg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$, $\operatorname{arccotg} 1 = \frac{\pi}{4}$, $\sqrt{3} = 1,7$.

Výsledok:

*Najmenšia hodnota je v bode $[1, 1 + \frac{\pi}{2}]$,
najväčšia hodnota funkcie je v bode $[0, \pi]$.*

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$.

Výsledok:

$D(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$,
je nepárna, nie je periodická, nulový bod $[0, 0]$,

$$f'(x) = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}, \quad f''(x) = \frac{2x(1-x^2)(3+x^2)}{(1-x^2)^4}$$

*rastie na $D(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$,
konkávna na $(-1, 0)$ a $(1, \infty)$,
konvexná na $(-\infty, -1)$ a $(0, 1)$, inflexný bod je $[0, 0]$,
asymptota so smernicou je priamka $y = 0$,
asymptoty bez smernice sú priamky $y = -1$ a $y = 1$.*