

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc Gaussovou eliminačnou metódou

$$\begin{array}{rrrrrr} -2x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & - & x_4 & = & -2 \\ 3x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & = & 1 \end{array}$$

Výsledok: $(-\frac{1}{3} + t, t, -\frac{1}{6}, -\frac{7}{6}) = (-\frac{1}{3}, 0, -\frac{1}{6}, -\frac{7}{6}) + (1, 1, 0, 0)t$.

2. Nájdite inverznú maticu A^{-1} a urobte skúšku správnosti, kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Výsledok: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

3. Nájdite dotyčnicu a normálu ku grafu funkcie $f(x) = \ln(\frac{x+2}{2})$, ak dotyčnica je rovnobežná s priamkou $y = x + 3$.

Nakreslite graf funkcie a vypočítanej dotyčnice a normály.

Výsledok: $y = x + 1 - \ln 2$, $y = -x - 1 - \ln 2$.

4. Nájdite najmenšiu a najväčiu hodnotu funkcie $f(x) = x - 2\arctg x$ na intervale $< 0, \sqrt{3} >$.

Pomôcky: $\arctg 0 = 0$, $\arctg \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$, $\arctg 1 = \frac{\pi}{4}$, $\sqrt{3} = 1,7$.

Výsledok:

Najmenšia hodnota je v bode $[1, 1 - \frac{\pi}{2}]$,

najväčia hodnota funkcie je v bode $[0, 0]$.

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$. *Výsledok:*

$D(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$,

je nepárna, nie je periodická, nulový bod $[0, 0]$,

$$f'(x) = -\frac{1+x^2}{(x^2-1)^2}, \quad f''(x) = \frac{2x(x^2-1)(3+x^2)}{(x^2-1)^4}$$

klesá na $D(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$,

konverná na $(-1, 0)$ a $(1, \infty)$,

konkávna na $(-\infty, -1)$ a $(0, 1)$, inflexný bod je $[0, 0]$,

asymptota so smernicou je priamka $y = 0$,

asymptoty bez smernice sú priamky $y = -1$ a $y = 1$.