

SKUPINA B

19.01.2004

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc Gaussovou eliminačnou metódou

$$\begin{array}{rrrrrr} 3x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & - & 4x_4 & = & 4 \\ -x_1 & + & x_2 & & & + & x_4 & = & -3 \\ & & + & 3x_2 & + & x_3 & - & 3x_4 & = & 1 \\ 3x_1 & - & 7x_2 & + & & + & x_4 & = & -3 \end{array}$$

Výsledok: $(6 + 2t, 3 + t, -8, t) = (6, 3, -8, 0) + (2, 1, 0, 1)t$.

2. Riešte rovnicu $B \cdot Y \cdot A = C$, kde $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Výsledok: $Y = \begin{pmatrix} -5 & -9 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$.

3. Nájdite dotyčnicu a normálu ku grafu funkcie $f(x) = \arctg \frac{x}{x-2}$, v bode $x = 1$. Nakreslite graf vypočítanej dotyčnice a normály.
(Pomôcka: $\arctg(-1) = -\frac{\pi}{4}$.)

Výsledok: $y = \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{\pi}{4}$, $y = -3(x - 1) - \frac{\pi}{4}$.

4. Nájdite Taylorov polynóm tretieho stupňa funkcie $f(x) = xe^{3x}$ v bode $a = 0$.

$$T_3(xe^{-x^2}, 0) = x + 3x^2 + \frac{9}{2}x^3.$$

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \ln \sin x$.

Výsledok: $D(f) = (0 + 2\pi k, \pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$,

nie je párna, nie je nepárna, je periodická s periodou 2π ,

nulový bod $[\frac{\pi}{2} + 2\pi k, 0]$, $f'(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$, $f''(x) = -\frac{1}{(\sin x)^2}$,

rastie na $(0 + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k)$, klesá na $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \pi + 2\pi k)$,

lokálne maximum má v bode $[\frac{\pi}{2} + 2\pi k, 0]$

konkávna na $(0 + 2\pi k, \pi + 2\pi k)$, inflexný bod nemá,

asymptoty so smernicou nemá,

asymptoty bez smernice sú priamky $y = 0$ a $y = \pi$.