

09.01.2004 SKUPINA B

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc

$$\begin{array}{rrrrrr} 6x & - & 9y & + & 7z & + & 10w & = & 3 \\ 2x & - & 3y & - & 3z & - & 4w & = & 1 \\ 2x & - & 3y & + & 13z & + & 18w & = & 1 \end{array}$$

Výsledok:

$$\left(\frac{8+24a-b}{16}, a, -\frac{11}{8}b, b\right) = \left(\frac{1}{2}, 0, 0, 0\right) + \left(\frac{3}{2}, 1, 0, 0\right)a + \left(-\frac{1}{16}, 0, -\frac{11}{8}, 1\right)b.$$

2. Vypočítajte determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Výsledok: $D = 6$.

3. Nájdite všetky dotyčnice ku grafu funkcie $f(x) = \arccos 3x$, ktoré sú rovnobežné s priamkou $y = -5x - 1$. Nakreslite grafy priamky $y = 5x - 1$ a vypočítaných dotyčníc.

$$\text{Výsledok: } y - \arccos \frac{4}{5} = -5\left(x - \frac{4}{15}\right), \quad y - \arccos\left(-\frac{4}{5}\right) = -5\left(x + \frac{4}{15}\right).$$

4. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie $f(x) = x^3 e^{1-3x}$ na intervale $< -1, 2 >$. /Pomôcka: $e^2 = 7,3$ $e^5 = 148,5$ /.

Výsledok:

*Najväčšia hodnota funkcie je $f(1) = e^{-2}$,
najmenšia hodnota funkcie je $f(-1) = -e^4$.*

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \ln \frac{2-x}{2+x}$

Výsledok:

$D(f) = (-2, 2)$. Je nepárna, nie je periodická, nulový bod $[0, 0]$,

$$f'(x) = \frac{4}{x^2-4}, \quad f''(x) = -\frac{8x}{(x^2-4)^2},$$

lokálne extrémny nemá, klesá na $(-2, 2)$,

konvexná na $(-2, 0)$, konkávna na $(0, 2)$ inflexný bod je bod $[0, 0]$,

asymptoty bez smernice sú priamky $x = 2$, $x = -2$,

asymptotu so smernicou nemá.