

09.01.2004

SKUPINA A

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc

$$\begin{array}{rrrrrr} 4x & + & y & - & z & - & w & = & 3 \\ 2x & - & 11y & + & 5z & + & 9w & = & 2 \\ 2x & + & 12y & - & 6z & - & 10w & = & 1 \end{array}$$

Výsledok:

$$\left(\frac{35+6b+2a}{46}, \frac{-1+11b+19a}{23}, b, a \right) = \\ = \left(\frac{35}{46}, -\frac{1}{23}, 0, 0 \right) + \left(\frac{6}{46}, \frac{11}{23}, 1, 0 \right)b + \left(\frac{2}{46}, \frac{19}{23}, 0, 1 \right)a.$$

2. Vypočítajte determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

Výsledok: $D = 6$

3. Nájdite všetky dotyčnice ku grafu funkcie $f(x) = \arcsin 3x$, ktoré sú rovnobežné s priamkou $y = 5x - 1$. Nakreslite grafy priamky $y = 5x - 1$ a vypočítaných dotyčníc.

$$\textit{Výsledok: } y - \arcsin \frac{4}{5} = 5\left(x - \frac{4}{15}\right), \quad y - \arcsin\left(-\frac{4}{5}\right) = 5\left(x + \frac{4}{15}\right).$$

4. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie $f(x) = x^2 e^{2-5x}$ na intervale $-1, 1 >$.

Výsledok:

*Najväčšia hodnota funkcie je $f(-1) = e^7$,
najmenšia hodnota funkcie je $f(0) = 0$.*

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \ln \frac{x+2}{2-x}$

Výsledok:

$D(f) = (-2, 2)$. Je nepárna, nie je periodická, nulový bod $[0, 0]$,

$$\textit{f'(x) = } \frac{4}{4-x^2}, \quad \textit{f''(x) = } -\frac{8x}{(4-x^2)^2},$$

lokálne extrémny nemá, rastie na $(-2, 2)$,

konkávna na $(-2, 0)$, konvexná na $(0, 2)$ inflexný bod je bod $[0, 0]$,

asymptoty bez smernice sú priamky $x = 2$, $x = -2$,

asymptotu so smernicou nemá.