

07.01.2004 SKUPINA B

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc

$$\begin{array}{rrrrrrrr} x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & + & x_4 & - & x_5 & = & 7 \\ & & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & = & 0 \\ & & x_2 & - & x_3 & & & - & 2x_5 & = & 1 \\ x_1 & & & - & 2x_3 & - & x_4 & + & x_5 & = & 4 \end{array}$$

Výsledok:

$$(5 - 2a + b, 1 + a + 2b, a, 1, b) = (5, 1, 0, 1, 0) + (2, 1, 1, 0, 0)a + (-1, 2, 0, 0, 1)b.$$

2. Vypočítajte inverznú maticu a urobte skúšku správnosti

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -8 & -5 & 7 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Výsledok: } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Určte definičný obor a nájdite dotyčnicu a normálu ku grafu funkcie

$$f(x) = \frac{3}{\ln^{10}(\frac{x}{2} + e)} \text{ v bode } x = 0.$$

$$\text{Výsledok: } D(f) = (-2e, 2 - 2e) \cup (2 - 2e, \infty),$$

$$y = -\frac{15}{e}x + 3, \quad y = \frac{e}{15}x + 3.$$

4. Pomocou diferenciálu vypočítajte približnú hodnotu

$$\operatorname{arccotg} 1,12$$

$$\text{Výsledok: } \operatorname{arccotg} 1,12 = \frac{\pi}{4} - 0,06.$$

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \frac{e^x}{x}$

Výsledok: $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. Nie je párna, ani nepárna, ani periodická, nulový bod nemá,

$$f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}, \quad f''(x) = \frac{e^x(x^2-2x+2)}{x^3}$$

extrém má v bode $(1, e)$,

rastie na $(1, \infty)$, klesá na $(-\infty, 0)$ a $(0, 1)$,

konkávna na $(-\infty, 0)$, konvexná na $(0, \infty)$, inflexný bod nemá,

asymptota bez smernice je priamka $x = 0$, asymptota so smernicou je priamka $y = 0$.