

07.01.2004 SKUPINA A

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc

$$\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & 3x_4 & - & x_5 & = & 7 \\ & & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & - & 2x_5 & = & 0 \\ & & x_2 & & & - & x_4 & - & 2x_5 & = & 1 \\ x_1 & & & & - & x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 & = & 4 \end{array}$$

Výsledok:

$$(5 + 2a - b, 1 + a + 2b, 1, a, b) = (5, 1, 1, 0, 0) + (2, 1, 0, 1, 0)a + (-1, 2, 0, 0, 1)b.$$

2. Vypočítajte inverznú maticu a urobte skúšku správnosti

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Výsledok: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -8 & -5 & 7 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

3. Určte definičný obor a nájdite dotyčnicu a normálu ku grafu funkcie

$$f(x) = \frac{\ln^{10}(\frac{x}{2} + e)}{3} \text{ v bode } x = 0.$$

$$\text{Výsledok: } D(f) = (-2e, \infty), \quad y = \frac{5}{3e}x + \frac{1}{3}, \quad y = -\frac{3e}{5}x + \frac{1}{3}.$$

4. Pomocou diferenciálu vypočítajte približnú hodnotu

$$\arctg 0,88$$

$$\text{Výsledok: } \arctg 0,88 = \frac{\pi}{4} - 0,06.$$

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \frac{x}{e^{\frac{x}{2}}}$

Výsledok: $D(f) = \mathbb{R}$. Nie je párna, ani nepárna, ani periodická, nulový bod $[0, 0]$.

$$f'(x) = e^{-\frac{x}{2}}(1 - \frac{x}{2}), \quad f''(x) = e^{-\frac{x}{2}}(-1 + \frac{x}{4}),$$

extrém má v bode $(2, \frac{2}{e})$,

rastie na $(-\infty, 2)$, klesá na $(2, \infty)$,

konkávna na $(-\infty, 4)$, konvexná na $(4, \infty)$, inflexný bod je $(4, \frac{4}{e^2})$,

asymptoty bez smernice nemá, asymptota so smernicou je priamka $y = 0$.