

SKUPINA A

Dátum: 19.12.2003

1. Nájdite všetky riešenia sústavy rovníc

$$\begin{array}{rrrrrrrr} x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & - & x_4 & + & 6x_5 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & & = & 1 \\ 3x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & & & & & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & - & 3x_3 & + & x_4 & - & 6x_5 & = & -1 \end{array}$$

Výsledok:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}a - b, b, \frac{1}{2} - \frac{3}{2}a, 1, a \right) = \\ & = \left(-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, 0 \right) + \left(\frac{3}{2}, 0, -\frac{3}{2}, 0, 1 \right)a + \left(-1, 1, 0, 0, 0 \right)b. \end{aligned}$$

2. Riešte rovnicu $A.X = B$, kde $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

Výsledok: $X = A^{-1}.B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Nájdite dotyčnice ku grafu funkcie $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 3} - x)$, ktoré sú rovnobežné s priamkou $y = -\frac{1}{2}x + 1$. Nakreslite grafy priamky $y = -\frac{1}{2}x + 1$ a vypočítaných dotyčníc.

Výsledok: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \ln 3$.

4. Nájdite Taylorov polynóm štvrtého stupňa funkcie $f(x) = e^{-x^2}$ v bode $a = 0$.

Výsledok: $T_4(e^{-x^2}, 0) = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2}$.

5. Vyšetrite priebeh funkcie a nakreslite graf funkcie $f(x) = \arctg \frac{x+1}{x}$.

Výsledok: $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. Nie je párna, ani nepárna, ani periodická, nulový bod $[-1, 0]$.

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2 + (x+1)^2}, \quad f''(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2 + (x+1)^2)^2},$$

extrémy nemá,

klesá na $(-\infty, 0)$ a $(0, \infty)$,

konkávna na $(-\infty, -\frac{1}{2})$, konvexná na $(-\frac{1}{2}, 0)$ a $(0, \infty)$,

inflexný bod je $-\frac{1}{2}$,

asymptoty bez smernice nemá, asymptota so smernicou je priamka $y = \frac{\pi}{4}$.