

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
STAVEBNÁ FAKULTA

**NUMERICKÉ RIEŠENIE ROVNÍC PLYTKEJ VODY
POMOCOU SOFTVÉRU CLAWPACK
S CIEĽOM MODELOVAŤ LAVÍNY**

Bakalárska práca

BRATISLAVA 2018

Michal Žeravý

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Stavebná fakulta

Evidenčné číslo: SvF-104292-75449

**NUMERICKÉ RIEŠENIE ROVNÍC PLYTKEJ VODY
POMOCOU SOFTVÉRU CLAWPACK
S CIEĽOM MODELOVAŤ LAVÍNY**

Bakalárska práca

Študijný program:

Matematické a počítačové modelovanie

Študijný odbor:

9.1.9. aplikovaná matematika

Školiace pracovisko:

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

Vedúci záverečnej práce:

doc. RNDr. Peter Frolkovič, PhD.

BRATISLAVA 2018

Michal Žeravý

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že bakalársku prácu s názvom: "Numerické riešenie rovníc plytkej vody pomocou softvéru Clawpack s cieľom modelovať lavíny" som vypracoval samostatne, na základe konzultácií a s použitím uvedených informačných zdrojov a literatúry.

V Bratislave, 3.5. 2018

.....
Podpis autora práce

Pod'akovanie

Ďakujem môjmu vedúcemu práce doc. RNDr. Peter Frolkovič, PhD. za podporu návrhu mojej témy, odborné konzultácie, cenné rady a pripomienky, ktoré mi boli prínosom pri písaní bakalárskej práce. Pod'akovanie patrí aj Stredisku lavínovej prevencie Horskej záchrannej služby za poskytnuté informácie, dátu a ochotu spolupracovať.

Abstrakt

V tejto práci sme sa zamerali na oboznámenie sa so softvérom GeoClaw a jeho následným využitím v problematike modelovania lavín. Venujeme sa základnému popisu softvéru a jeho funkčnosti. Popisujeme inštaláciu softvéru, implementáciu problému a vizualizáciu výsledkov. V prvom príklade modelujeme jednoduchý problém pretrhnutia prie hrady na naklonenej rovine. Tento príklad využívame na porovnanie výsledkov pri rôznych nastaveniach výpočtovej siete a dĺžky časového kroku. V druhom príklade modelujeme zjednodušený problém pohybu lavíny so zložitejšou topografiou a počiatočnými podmienkami možnej reálnej situácie. Ďalej popíšeme úpravu softvéru a jej vplyv na riešenie problému. Na záver spomenieme zámer výberu tejto témy a plány do budúcnosti.

Kľúčové slová: GeoClaw, rovnice plytkej vody, Savage-Hutter model, lavína

Abstract

In this thesis, we focused on getting familiar with the GeoClaw software and its subsequent use in avalanche modeling. We present a basic description of the software and its functionality. We describe the software installation, problem implementation and visualization of results. In the first example, we model the simple problem of dam break on an inclined plane. We use this example to compare the results for the different grid settings and the time step length. In the second example, we model the simplified avalanche problem with a more complicated topography and the initial conditions of a possible real situation. Then we describe how to modify the software and its impact on solving the problem. Finally, we will mention the intention to choose this subject and plans for the future.

Kľúčové slová: GeoClaw, shallow water equations, Savage-Hutter model, avalanche

Obsah

1	Úvod	3
2	Sevage-Hutter model pre granulárne prúdenie lavín	3
3	Clawpack a GeoClaw	4
3.1	Inštalácia	5
3.2	Numerické metódy	6
3.3	Adaptívne zjemňovanie siete (AMR)	7
3.4	Topografické súbory	8
3.5	Implementácia modelu	8
3.5.1	Topografia	8
3.5.2	Počiatočné podmienky	9
3.5.3	Nastavenie výpočtu	10
3.5.4	Spustenie výpočtu	10
3.5.5	Vizualizácia	11
4	Príklad prelomenia priehrady s topografiou naklonenej roviny	11
4.1	Porovnanie výsledkov pri zmene jemnosti siete	15
5	Netriviálny 2D model s topografiou	16
6	Zmena členov pravej strany rovníc	21
7	Záver	24

1 Úvod

Vývoj problematiky modelovania lavín môže mať v budúcnosti obrovský prínos pre ľudí a ich bezpečie na horách. Ked’že sa často pohybujem v horskom prostredí a v zimnom období sú lavíny neodmysliteľnou súčasťou hôr aj na Slovensku, rozhodol som sa nasmerovať moje záujmy k štúdiu a modelovaniu lavín.

Pohľadov na opis správania lavíny je niekoľko už len z toho dôvodu, že sneh je materiál, ktorého fyzikálne vlastnosti sa dokážu podstatne lísiť v závislosti od podmienok. Jeden z pohľadov na správanie lavíny je jej modelovanie pomocou granulárneho prúdenia snehu. Pomocou existujúcich softvérov na modelovanie priebehu lavín je možné sledovať napríklad dosahujúcu vzdialenosť, rýchlosť, hladinu ale aj mnohé ďalšie fyzikálne vlastnosti. Všetky tieto informácie hrajú obrovskú rolu minimálne pri rozhodnutiach o evakuácii obývaných oblastí pod lavínovými svahmi.

Dostupnosť overených softvérov je často finančne náročná. Softvér GeoClaw je však k dispozícii pre každého a v popise má riešenie geofyzikálnych prúdení. Bola to jednoznačná voľba výberu softvéru pre túto prácu. Je to softvér, s ktorým som nikdy nepracoval, a preto časťou tejto práce je aj popis práce so softvém GeoClaw. Pre zoznámenie sa so softvém som začal implementovať jednoduché modely prúdenia, ktoré som sa časom snažil upravovať tak, aby aspoň vzdialene pripomínali model lavíny. Počas týchto, takzvaných skúšobných modelov, som nielen získaval skúsenosti so softvém, ale aj dospel k rozhodnutiu porovnať výsledky rovnakého experimentu pri rôznych časových krokoch a zjemňovaní siete výpočtovej oblasti.

Hlavným cieľom tejto práce je implementácia modelu s topografiou, ktorá pripomína horské prostredie a počiatočnými podmienkami, ktoré približne modelujú reálnu situáciu. Pri zrodení myšlienky na prácu s modelovaním lavín sa zrodila aj myšlienka spolupráce so Strediskom lavínovej prevencie Horskej záchrannej služby. Túto spoluprácu popisueme v závere našej práce.

2 Sevage-Hutter model pre granulárne prúdenie lavín

Zrnité materiály tvorí veľký počet samostatných pevných častíc s medzerami vyplnenými jednou alebo viacerými tekutinami. Pohyby veľkého množstva zrnitých materiálov vytvárajú granulárne ”zrnité” prúdenia, ktoré sa v kontinuálnom stave používajú

na modelovanie reálnych lavín.

V roku 1989 Sevage a Hutter odvodili SH rovnice z Navier-Stokesových rovníc pre nestlačiteľné prúdenie pomocou prístupu spriemerňovania v hĺbke. Systém rovníc je hyperbolický podobne ako rovnice plytkej vody. Zodpovedajúce SH rovnice sú v bezrozmernom tvaru [2]:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu) + \frac{\partial}{\partial y}(hv) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hu) + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2 + \frac{\beta_x h^2}{2}) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) = hS_x, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2 + \frac{\beta_y h^2}{2}) = hS_y, \quad (3)$$

pričom h je hľadaná výška toku v smere osi z . Funkcie u a v sú v hĺbke spriemernené komponenty rýchlosťí v smere osí x a y . Premenné S_x a S_y reprezentujú čisté zrýchlenia v x a y smere. Po zjednodušení dostávame takýto tvar premenných:

$$S_x = \sin\xi - \beta_x \frac{\partial z_b}{\partial x}, \quad (4)$$

$$S_y = -\beta_y \frac{\partial z_b}{\partial y}. \quad (5)$$

Pre zjednodušenie modelu uvažujeme, že β_x a β_y sú konštanty. Uhol ξ predstavuje uhol sklonu pri odtrhnutí lavíny. Základná plytká topografia je definovaná jej výškou z .

3 Clawpack a GeoClaw

Pomenovanie softvéru Clawpack vzniklo na základe slovného spojenia v anglickom jazyku "Conservation Laws Package", čo v preklade znamená balík zákonov zachovania. Bol vyvinutý pre lineárne a nelineárne hyperbolické systémy zákonov zachovania, s dôrazom na implementovanie Godunových metód vysokého rozlíšenia.

Jedným z dôvodov výberu tohto softvéru pre problém modelovania lavín je súčasť balíka Clawpack - softvér GeoClaw. Softvér bol navrhnutý na modelovanie geofyzikálnych prúdení a vĺn pomocou dvojdimenzionálnych hyperbolických rovníc, ktoré sa spriemerňujú v hĺbke. Vo všeobecnom tvaru bez pravej strany nadobúdajú podobu:

$$q_t + f(q)_x + g(q)_y = 0. \quad (6)$$

Premenná $q = q(x, y, t)$ predstavuje vektor neznámych funkcií, $f(q)$ a $g(q)$ sú funkcie

toku v smere osí x a y . Rovnice je prirodzene potrebné doplniť o počiatočné a okrajové podmienky. Je vidieť, že ľavá strana Sevage-Hutter rovníc (1) - (3) sa dá interpretovať ako ľavá strana rovnice (6).

Geoclaw používa metódu konečných objemov s vysokým rozlíšením a s adaptívnymi úpravami siete rieši tieto problémy. Tieto metódy konečných objemov vyžadujú takzvaný "Riemman solver" na riešenie nespojitosti skokov na rozhraní medzi dvomi bunkami výpočtovej siete vo vlnách šíriacich sa do susedných buniek.

GeoClaw je zložený zo setu knižníc napísaných vo Fortrane 77 a 95, okrem množiny modulov Pythonu nazývaných PyClaw. Knižnica Fortranu je založená na knižnici AMRClaw zo softvéru Clawpack, ktorá bola vyvinutá pre aplikáciu adaptívneho zjemňovania siete viac vo všeobecnosti pre hyperbolické problémy. GeoClaw nahradil mnoho častí z pôvodnej knižnice novými, špeciálne navrhnutými pre problémy geofyzikálneho prúdenia. Väčšina základných výpočtov je vykonávaná vo Fortrane. Python je používaný na prácu s topografiou, nastavenie parametrov pre simuláciu, nastavenie vizualizačných možností a vytváranie grafov.

3.1 Inštalácia

Prvý a veľmi dôležitý krok pred samotnou inštaláciou je uistiť sa, že sú splnené všetky prerekvizity. Podporované operačné systémy sú Linux a Mac OS X. Keďže výpočtové jadro GeoClaw je napísané vo Fortrane, je potrebné mať nainštalovaný gfortran alebo iný F90 kompiler. Na prácu so softvérom je potrebné mať nainštalovaný Python 2.7 alebo vyššie verzie, pythonovské knižnice NumPy a SciPy. SciPy by mala byť súčasťou NumPy, čo v našom prípade pravda nebola a vyvolalo to značné komplikácie. Preto odporúčame nainštalovať túto knižnicu samostatne. Po splnení prerekvizít sa dostávame k samotnej inštalácií.

Inštalácia pomocou *pip* je jednoduchšia, keďže to predstavuje pári príkazov. V prípade neúspešnej inštalácie je však problém zistíť dôvod zlyhania. Druhý spôsob inštalácie je pomocou .tar súboru, ktorý sa nachádza na Githubu. Podrobnejší postup inštalácie a popis prerekvizít sa nachádza na stránke <http://www.clawpack.org/installing.html>. Pre priaznivcov operačného systému Windows je tu možnosť inštalácie pomocou programu Docker, ktorý umožňuje použitie obrazu softvéru Clawpack.

Po úspešnej inštalácii softvéru je potrebné nastaviť environmentálne premenné.

Posledný krok pred začatím práce so softvérom je testovanie inštalácie pomocou testov, ktoré sú súčasťou softvéru a spustením vzorových príkladov.

3.2 Numerické metódy

GeoClaw je založený na Clawpacku, ktorý poskytuje implementáciu algoritmov šírenia vĺn a triedu metód konečných objemov s vysokým rozlíšením, v ktorých sa na každú bunku siete nazerá ako na objem, na ktorom sa vypočítajú bunkové priemery riešenia q . Používajú sa logicky obdlžnikové siete a Q_{ij}^n bude označovať priemernú hodnotu funkcie q v bunke (i,j) a v čase t_n . V každom časovom kroku je táto priemerná hodnota aktualizovaná kvôli šíreniu vĺn v bunkách výpočtovej siete z každej strany bunky. Schéma numerickej metódy má tvar:

$$Q_{ij}^{n+1} = Q_{ij}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2,j}^n - F_{i-1/2,j}^n] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [G_{i,j+1/2}^n - G_{i,j-1/2}^n]. \quad (7)$$

Používajú sa metódy Godunovho typu, v ktorých sú vlny počítané riešením Riemannovho problému na každom okraji bunky. $F_{i-1/2,j}$ je aproximácia funkcie toku $f(q)$ cez ľavú hranu bunku a $F_{i+1/2,j}$ cez pravú hranu. $G_{i-1/2,j}$ je aproximácia funkcie toku $g(q)$ cez spodnú hranu bunku a $G_{i+1/2,j}$ cez hornú hranu.

Riemannov problém rieši úlohu s po častiach konštantnými dátami pre počiatočnú hodnotu riešenia a pre danú topografiu na každej strane rozhrania. Výhoda metód Godunovho typu je, že poskytujú robustný prístup na riešenie problémov s nespojitémi riešeniami, najmä v šokových vlnách, ktoré zvyčajne vznikajú pri riešení nelineárnych hyperbolických rovníc.

GeoClaw používa takzvaný variant $f-wave$ formulácie, čo umožňuje aby topografia bola priamo začlenená do Riemannovho problému. Tieto f-vlny modifikujú bunkové priemerné hodnoty riešenia v bunkách na každej strane spoločného rozhrania dvoch bunkiek. Taktiež sa rieši takzvaný priečny Riemannov problém, v ktorom vlny pohybujúce sa kolmo na okraj bunky sú rozdelené v priečnych smeroch a modifikujú bunkové priemery v príahlých riadkoch siete. Toto zlepšuje stabilitu a presnosť metódy.

Rozvíjanie riešenia Riemannovho problému, ktoré funguje robustne v prítomnosti suchých stavov je obzvlášť náročné. Riešenie musí zaobchádzať s prípadom, keď jeden stav v Riemannovom probléme je už suchý, rovnako ako situácie, keď bunky schnú pri ustupovaní vlny. Zložitá situácia nastáva aj keď topografia obsahuje ľubovoľné

skoky medzi bunkami. Začlenenie týchto riešení suchých stavov je dôležitým aspektom softvéru GeoClaw, pretože modelujeme okraj toku implicitne ako rozhranie medzi suchými a mokrými bunkami. To vo všeobecnosti znamená, že okraj toku je reprezentovaný schodovito v Karteziánskej sieti. Využitím adaptívneho zjemňovania, vid' ďalšiu časť, sme schopní používať dostatočne jemnú sieť v oblastiach záujmu, ktoré môžu poskytnúť dostatočnú presnosť riešenia.

3.3 Adaptívne zjemňovanie siete (AMR)

Časový krok pre zjemnené oblasti je vybraný tak, aby bola zachovaná stabilita explicitnej metódy konečných objemov. Toto vo všeobecnosti vyžaduje zjemňovanie v čase rovnakým faktorom ako v priestore [1]. Napríklad, ak sú zjemňované siete na úrovni 2 v x a y smere rovnakým faktorom 4 vzhládom na úroveň 1, potom sa 4 časové kroky na všetkých sietach úrovne 2 musia vykonať pre každý časový krok na úrovni 1. Zdrojový kód je organizovaný tak, že časový krok sa berie najskôr na úrovni 1, ktorá pokrýva celú oblasť. Potom sa 4 časové kroky berú pre každú sieť úrovne 2. Sieť úrovne 1 je pôvodná sieť vytvorená s rozmermi, ktoré sme nastavili na začiatku. Ak použijeme AMR jedenkrát, dostaneme na danej oblasti sieť úrovne 2. Takýmto spôsobom vznikajú nové siete rôznych úrovni.

V každom časovom kroku je potrebné naplniť takzvané "ghost cells" hodnoty okolo hraníc každej siete úrovne 2 s cieľom poskytnúť okrajové podmienky pre časové kroky. Pre každú "ghost cell" je hodnota dosadená zo susednej siete na rovnakej úrovni, ak existuje alebo je získana časovo-priestorovou interpoláciou z hodnôt hrubej podkladovej siete, ktorá už bola v čase prepočítaná. Rovnaká procedúra je použitá rekurzívne pre všetky úrovne siete.

Niekteré vlastnosti riešenia, ktoré potrebujú zjemnenie siete, sa budú v čase pohybovať a príslušné časti siete by sa mali tiež posunúť. Siete sa v skutočnosti nepohybujú, radšej sa v diskrétnych časoch vytvoria nové časti siete a ich riešenie je interpolované z najlepších, predtým existujúcich sietí, ktoré sú potom odstránené. Tento interpolačný krok musí byť prevedený opatrne. Napríklad konštantná hladina mora by sa mala udržiavať aj za prítomnosti topografie dna, takže žiadne vlny nevzniknú výlučne iba zjemňovaním siete. Toto sa dosiahne interpoláciou výšky povrchu $h + B$ pre hrubšie siete a výpočtom hĺbky h v jemných bunkách odoberaním hodnoty jemných buniek z

topografie B , ako vysvetlíme v ďalšej časti. Toto ošetruje zachovanie hmoty za predpokladu, že hrubá a jemná topografia sú zhodné v zmysle toho, že hodnoty topografie použité v hrubej sieti sú priemermi zodpovedajúcich buniek z jemnej siete topografie. Toto je zabezpečené počítaním presných integrálov jednej po častiach bilineárnej reprezentácie topografie [1].

3.4 Topografické súbory

Pri používaní softvéru GeoClaw užívateľ musí poskytnúť jeden alebo viac súborov, ktoré špecifikujú topografiu terénu, na ktorom sa vyvíja prúdenie. Každý topografický súbor určuje hodnotu súradnice z v súbore bodov obdlžníkovej siete. Primerané súbory dát pre mnoho oblastí na zemi sú dostupné online, napríklad z "National Geophysical Data Center". Niektoré súbory sú dostupné aj v topografickej databáze GeoClaw, do ktorej sa postupne pridávajú súbory.

Niekteré aplikácie vyžadujú súbory dát, ktoré popisujú pohyb topografie vzhľadom na počiatočnú topografiu. Tento prípad môže nastať napríklad pri modelovaní lavíny odtrhnutej zemetrasením, pri ktorom sa do pohybu dá aj podkladová plocha pod snehom. V tomto prípade jeden alebo viac súborov musia špecifikovať relatívne posunutie v jednom alebo viacerých časoch. V softvéri GeoClaw môže byť poskytnutý ľubovoľný počet topografických súborov pre jeden výpočet a pre každý bod v priestore bude topografia určená zo súboru pokrývajúceho tento bod v najjemnejšom rozlíšení. Používateľ by si mal byť vedomý, že vo všeobecnosti vzniknú nespojitosti v efektívnej topografii pozdĺž hraníc jemnej topografie.

3.5 Implementácia modelu

Vytvoríme si pod adresár s názvom modelu v adresári GeoClaw. Na to, aby sme dokázali spustiť výpočet, potrebujeme dodať solveru topografiu, počiatočné podmienky a nastavenia výpočtu. Vhodný postup je nájsť podobný vzorový príklad a modifikovať súbory podľa nového modelu, tento postup používame v ďalšej časti práce.

3.5.1 Topografia

Ako prvý krok nastavíme topografiu modelu v súbore *maketopo.py*. Na začiatku súboru nič nemeníme. Pred funkciou *maketopo()* je vhodné zadefinovať si konštanty,

ktoré plánujete využiť pri modelovaní topografie. Funkcia maketopo() slúži na vytvorenie súboru, ktorý bude popisovať topografiu modelu. Definujeme *nxpoints* a *nypoints*, ktoré udávajú počet bodov v danom smere. Ďalej zadefinujeme oblasť pomocou *xupper*, *yupper*, *xlower*, *ylower*. Nastavíme názov súboru, ktorý je výstupom funkcie. Ako poslednú vec musíme zvoliť spôsob reprezentácie topografie v súbore. GeoClaw rozlišuje 4 spôsoby reprezentácií.

1. Topotype1 je najjednoduchší spôsob. V súbore sú uložené súradnice v každom bode topografie.
2. Topotype2 začína hlavičkou, ktorá obsahuje 6 riadkov s údajmi *mx*, *my*, *xllcorner*, *yllcorner*, *cellsize*, *nodataval*, potom nasleduje mx^*my riadkov s hodnotou z v každom bode x, y postupujúc z ľavého horného rohu naprieč riadkami. Premenná *nodataval* obsahuje *z*-ovú hodnotu, ktorú má softvér dosadiť pre chýbajúce dátu.
3. Topotype3 začína rovnako ako topotype2, po hlavičke nasleduje *my* riadkov, z ktorých každá obsahuje hodnoty *mx* pre jeden riadok údajov.
4. Topotype4 súbor nie je ASCII, ale vo formáte NetCDF4 podporovaný konvenciami CF MetaData (v. 1.6). Súbory, ktoré vyhovujú tejto norme, je možné prečítať v GeoClaw.

Posledný krok pri vytváraní topografie je funkcia topo(x,y) v ktorej definujeme výpočet z-ovej súradnice v závislosti od *x* a *y*.

3.5.2 Počiatočné podmienky

Po topografií nasledujú počiatočné podmienky. Na definovanie podmienok slúži súbor s názvom *qinit.f90*, v ktorom pomocou cyklov do prechádzame celú výpočtovú oblasť. Pre model lavíny si do premennej *eta* priradíme počiatočnú výšku tekutiny vzhľadom na topografiu. Počiatočné podmienky uložíme do premennej *q*.

$q(1,i,j)=\max(0,d0,\eta - aux(1,i,j))$, definuje počiatočnú výšku snehu, v premennej *aux* sa nachádza topografia.

$q(2,i,j)=0$, definuje počiatočnú rýchlosť v smere osi *x*,

$q(3,i,j)=0$, definuje počiatočnú rýchlosť v smere osi *y*.

3.5.3 Nastavenie výpočtu

Súbor *setrun.py* obsahuje množstvo nastavení. Nie všetky je potrebné meniť. V časti "Spatial domain" definujeme výpočtovú oblasť a jemnosť siete. Ďalej nasledujú nastavenia počiatočného času, najčastejšie $t0=0$ a výstupných časov. K dispozícii máme 3 možnosti:

1. Nastavíme počet výstupov a koncový čas výpočtu. V tejto možnosti dostaneme výstupné dátá v rôznych časoch, medzi ktorými nie je rovnaké rozmedzie.
2. Zadáme zoznam časov, v ktorých chceme dostať výstupné dátá.
3. Nastavíme presný počet časových krokov pre ukončenie výpočtu a zadáme rozmezdie medzi krokmi pre výstupné dátá. Táto možnosť je ideálna pre porovnávanie presnosti riešenia pri rôznych časových krococh a rôznej jemnosti siete.

V ďalšej časti nastavíme veľkosť časového kroku a krajové podmienky. Softvér má preddefinované podmienky, takže nám stačí zvoliť typ podmienky:

- Špecifické, ktoré treba zadefinovať.
- Extrapolácia.
- Periodické (musia byť definované na oboch hraniciach).
- "Solid wall", čiže pevná stena.

Samozrejme, že keď pracujeme so softvérom GeoClaw, máme tu časť, v ktorej sú zadefinované fyzikálne koeficienty, ktoré si môžeme prispôsobiť podľa potreby. Po týchto všetkých nastaveniach môžeme spustiť výpočet.

3.5.4 Spustenie výpočtu

V softvéri Clawpack sa používajú dva spôsoby spustenia výpočtu. Pri jednoduchých experimentoch sú všetky nastavenia napísané v jednom pythonovskom skripte. Čiže sa v termináli dostaneme do adresára, v ktorom sa nachádza skript, a jednoducho ho spustíme príkazom *python nazovskriptu.py*. Toto nie je veľmi praktické pri zložitejších modeloch, ktoré vytvárame v GeoClaw.

Pre tieto prípady existuje jednoduché riešenie. Súbor s názvom *Makefile*. V tomto súbore máme zadefinované príkazy, ktoré po zavolení spúšťajú príslušné skripty. Pre prehľad stačí napísať *make help* a dostaneme zoznam príkazov aj s popisom k jednotlivým príkazom. Po zadaní príkazu *make .output*, ak pred tým bola vytvorená topografia, sa vytvorí v adresari priečinok s názvom *output*, v ktorom sú všetký výstupné dátá.

3.5.5 Vizualizácia

Tak ako v predošlých častiach aj v záverečnom kroku máme k dispozícii súbor *setplot.py*, v ktorom nastavíme všetko potrebné ku grafickej vizualizácii priebehu experimentu. V súbore máme naprogramované zobrazenie troch druhov grafov. A to pohľad na rovinu *xy*, rez rovinou *xz* v ľubovoľnej hodnote súradnice *y* a posledný graf vykresluje výpočtovú sieť a jej zjemňovanie v kritických oblastiach. Nie vždy je nutné vykreslovať aj tretí druh grafov.

V prvom prípade si musíme nastaviť správne ohraničenia na zobrazenie výpočtovej oblasti, najlepšie rovnaké ako má oblasť, plus zvoliť vhodný rozsah pre farebné rozlíšenie hodnôt súradnice *y*. Pri zobrazovaní rezu cez rovinu *xz* je potrebné nastaviť rozsah súradnice *x* tak tiež podľa výpočtovej oblasti. Ďalej zvolíme hodnotu súradnice *y*, ktorá udáva umiestnenie rezu. A nesmieme zabudnúť na definovanie topografie.

Po zadaní príkazu *make plots* sa v adresári vytvorí priečinok, v ktorom sú umiestnené grafy vo formáte .png a .html.

4 Príklad prelomenia priehrady s topografiou na- klonenej roviny

Správanie tekutiny v tomto príklade je intuitívne, a preto sme tento príklad zvolili ako testovací. Model pretrhnutia priehrady je jedným zo základných príkladov, ktorý sa rieši rovnicami plynkej vody. V sotvéri GeoClaw ho implementujeme ako 2D úlohu, ale v podstate je to 1D problém, keďže v smere osi *y* sa nič zaujímavé nedeje. Stena priehrady je postavená paralelne s osou *y*.

Výpočtovú oblasť si vytvoríme štvorcovú, čo znamená že $x \in [-2,2]$ a $y \in [-2,2]$.

Jednoduchá topografia je vytvorená funkciou závislou len od premennej x .

$$z = -0.5 * x$$

Počiatočné podmienky implementujeme nasledovne:

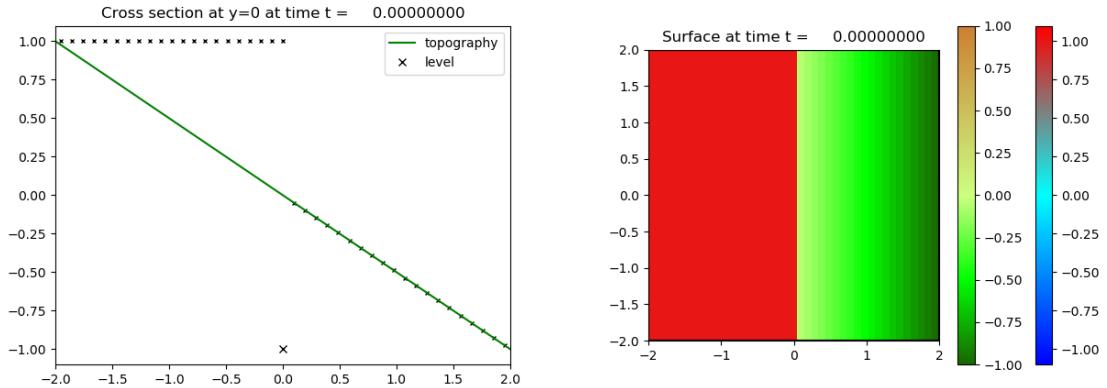
```

do i=1-mbc ,mx+mbc
    x = xlower + ( i - 0.5 d0)*dx
    do j=1-mbc ,my+mbc
        y = ylower + ( j - 0.5 d0)*dx
        eta=1
        q(1,i,j) = max(0.d0, aux(1,i,j))
        if (q(1,i,j)>0.d0) q(1,i,j)=1.d0-aux(1,i,j)
        q(2,i,j) = 0.d0
        q(3,i,j) = 0.d0
    enddo
enddo

```

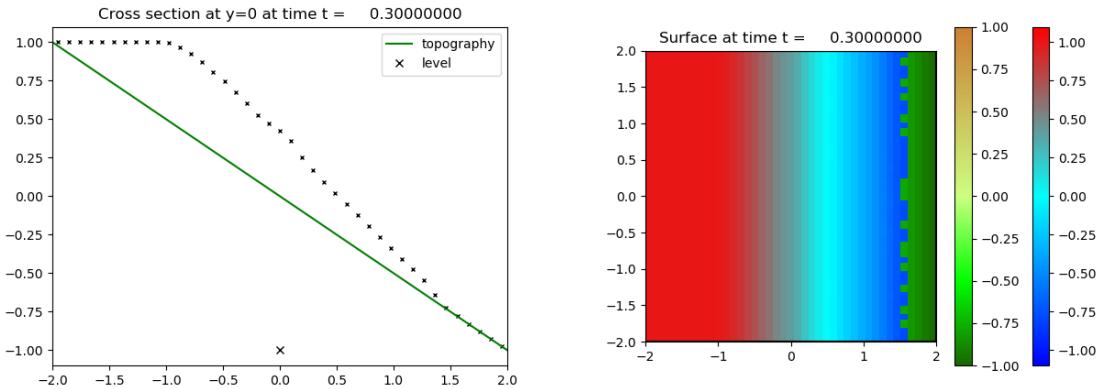
enddo

Označenie $d0$ vo fortrane predstavuje "double precision", dvojitú presnosť pri reprezentácii čísel.



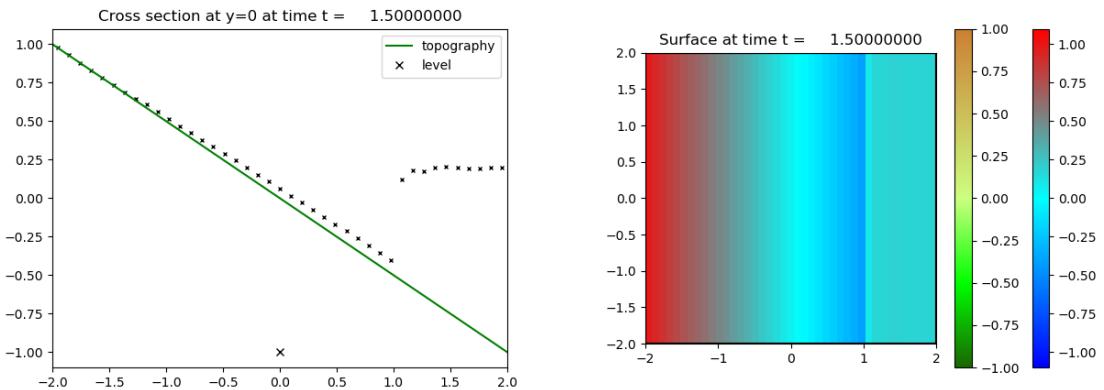
Obr. 1: Výška hladiny na ľavej strane v reze $y=0$ a na pravej strane pohľad z hora

Okrajové podmienky máme nastavené ako "wall", čo spôsobí, že tekutina sa bude hromadiť a neodtečie. Výpočtová sieť je 40x40, počiatočný čas $t0=0$. Máme nastavenú prvú možnosť vytvárania výstupov, čo znamená, že sme zadali koncový čas výpočtu a počet výstupov.



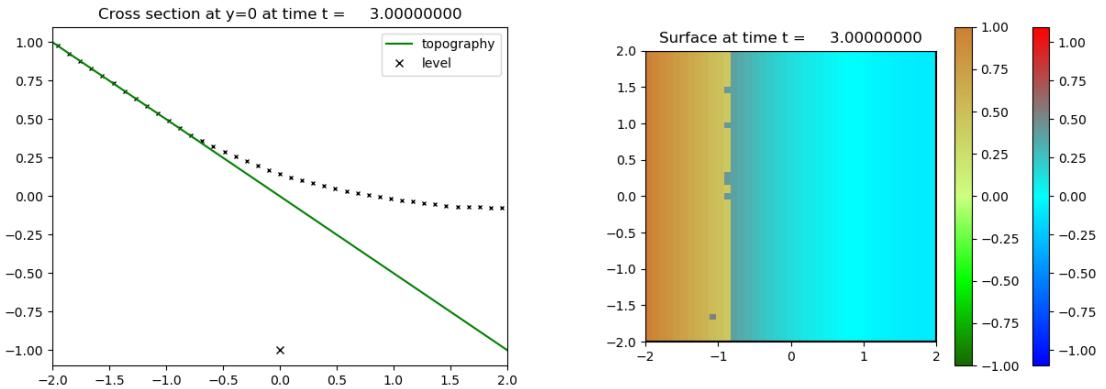
Obr. 2: Priebeh problému pretrhnutia priehradky v čase $t = 0.3$

V čase $t = 0.3$ môžeme vidieť, že hladina napravo od priehradky sa začína dvíhať po jej pretrhnutí. Vlna sa šíri v smere zľava doprava.



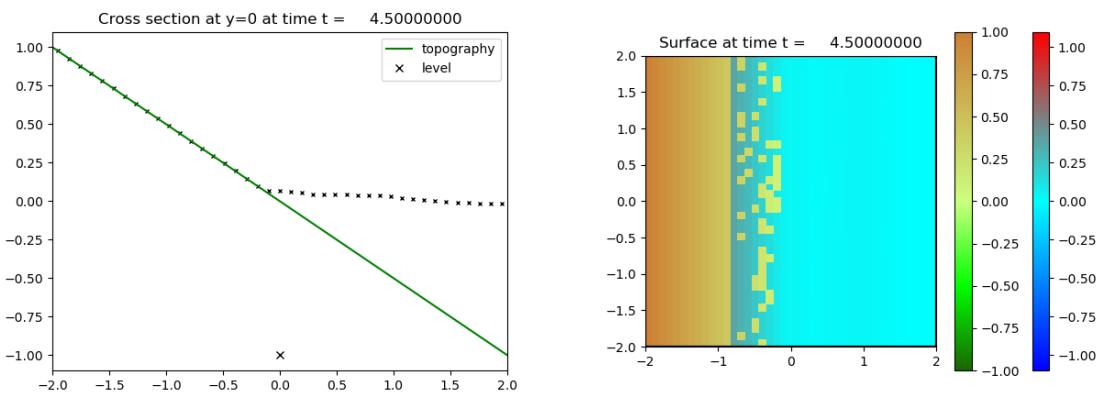
Obr. 3: Priebeh problému pretrhnutia priehradky v čase $t = 1.5$

V čase $t = 1.5$ sa smer šírenia vlny mení a to preto, že narazila na pevnú prekážku na pravom okraji výpočtovej siete, ktorá bola zadefinovaná okrajovými podmienkami.



Obr. 4: Priebeh problému pretrhnutia priehrad v čase $t = 3$

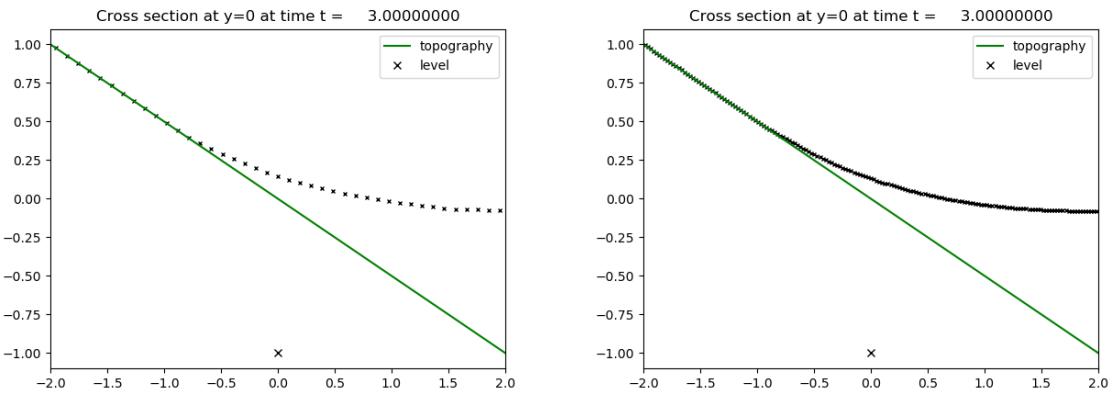
V čase $t = 3$ sa výška šíriacej sa vlny podstatne zmenšila a hladina začína nadobúdať ustálený stav.



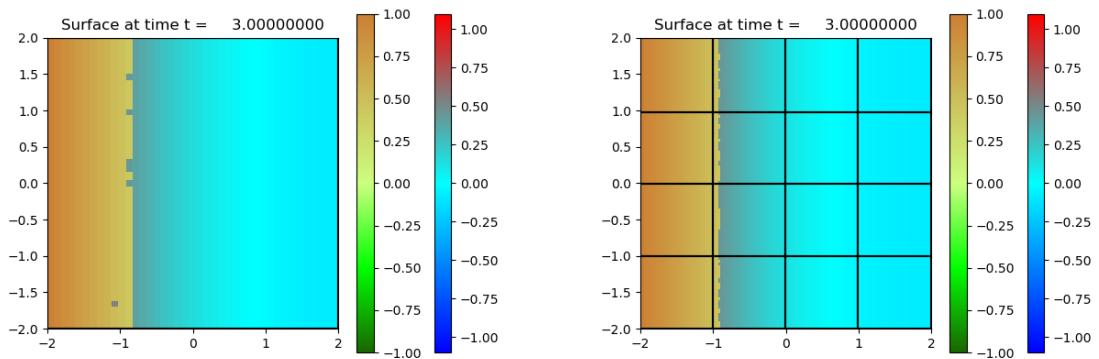
Obr. 5: Priebeh problému pretrhnutia priehrad v čase $t = 4.5$

$t = 4.5$ je konečný čas, v ktorom pozorujeme na hladine minimálne vlnenie a môžme skonštatovať, že sme dosiahli predokladaný priebeh experimentu.

4.1 Porovnanie výsledkov pri zmene jemnosti siete

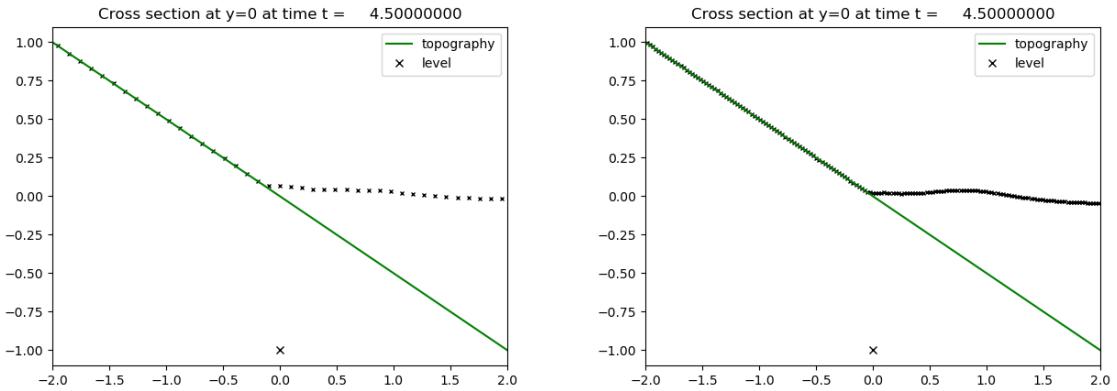


Obr. 6: Porovnanie výsledkov v reze rovinou $y = 0$ v čase $t = 3$ pre 2 rôzne siete

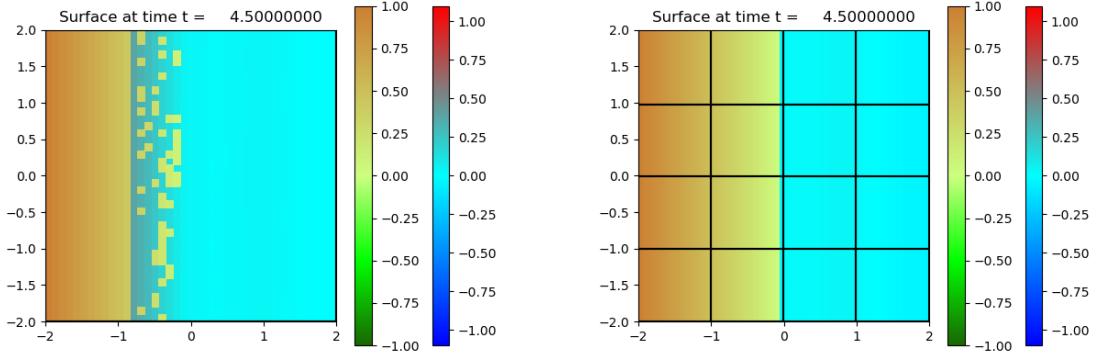


Obr. 7: Porovnanie výsledkov, pohľad zhora v čase $t = 3$ pre 2 rôzne siete

Prvé porovnanie výsledkov sme vykonali v čase $t = 3$ a nasleduje porovnanie v konečnom čase.



Obr. 8: Porovnanie výsledkov v reze rovinou $y = 0$ v čase $t = 4.5$ pre 2 rôzne siete



Obr. 9: Porovnanie výsledkov, pohľad zhora v čase $t = 4.5$ pre 2 rôzne siete

V grafoch na ľavej strane máme zobrazené pôvodné výsledky príkladu pretrhnutia priehradu s jemnosťou siete 40×40 , dĺžkou časového kroku $dt = 0,01$ a počtom krokov 600. Na pravej strane sú výsledky rovnakého problému s jemnosťou siete 160×160 , dĺžkou časového kroku $dt = 0,0025$ a počtom krokov 2400. V zobrazení v pohľade zhora pôvodného príkladu pozorujeme nedostatky spôsobené nedostatočnou jemnosťou siete. Napriek tomu sa výsledky výrazne nelíšia, a preto predpokladáme riešenie za dostatočne presné.

5 Netriviálny 2D model s topografiou

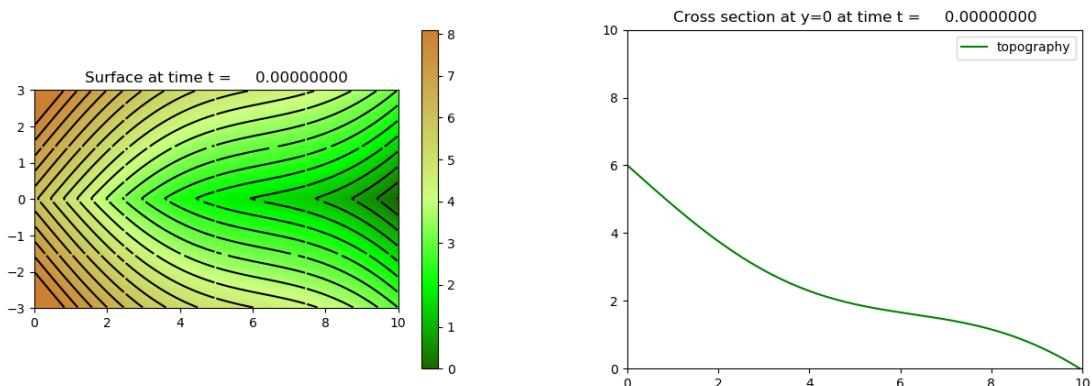
Týmto príkladom modelujeme lavínovú situáciu v zjednodušenom prípade. Inšpiráciu čerpáme z dát poskytnutých zo Strediska lavínovej prevencie. Topografia predstavuje

protiľahlé svahy ústiace do žľabu v smere osi y pod uhlom 45° . Žľab smeruje v smere osi x a jeho tvar popisuje funkcia: $z = 6 - (0.7 * x + \sin(0.5 * x))$. Pre výsledný súbor popisujúci topografiu sme zadali tieto údaje:

- $nxpoints = 220$,
- $nypoints = 140$,
- $xupper = 10.e0$,
- $yupper = 3.e0$,
- $xlower = 0.e0$,
- $ylower = -3.e0$.

Funkcia pre výpočet hodnoty súradnice z má tvar:

$$z = 6 - (0.7 * x + \sin(0.5 * x)) + \text{abs}(y).$$



Obr. 10: Topografia

Na ľavom obrázku máme pohľad z hora na topografiu s vrstevnicami, ktoré spájajú body s rovnakou hodnotou súradnice z . Vidíme, že najvyššie body topografie majú súradnice $[0, -3]$ a $[0, 3]$. Línia, ktorá spája najnižšie body v smere osi x tvorí žľab. Na pravom obrázku máme rez rovinou $y = 0$ a vidíme presný tvar žľabu.

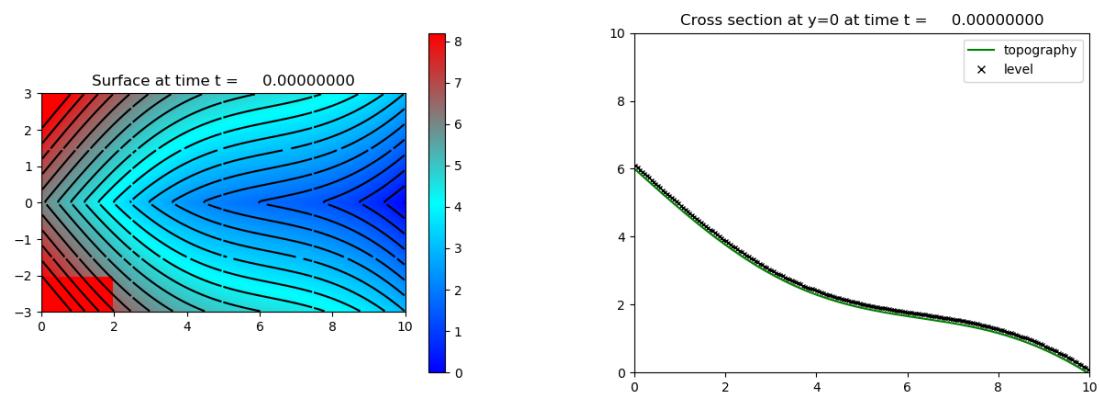
Počiatočné podmienky nastavíme tak, aby sme mali súvislú vrstvu tekutiny po celej topografii, čo je pochopiteľné pre model lavíny. V okolí jedného z najvyšších bodov topografie, konkrétnie v ľavom dolnom rohu oblasti, nahromadíme väčšie množstvo tekutiny.

```

do i=1-mbc, mx+mbc
    x = xlower + (i - 0.5 d0)*dx
    do j=1-mbc, my+mbc
        y = ylower + (j - 0.5 d0)*dy
        q(1,i,j) = 0.1
        if (x<2 .AND. y<-2) q(1,i,j)=9 - aux(1,i,j)
        q(2,i,j) = 0.d0
        q(3,i,j) = 0.d0
    enddo
enddo

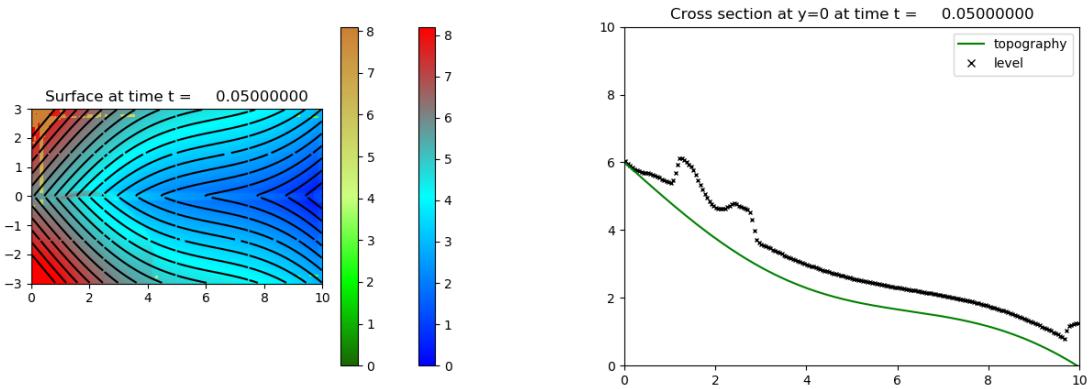
```

```
enddo
```



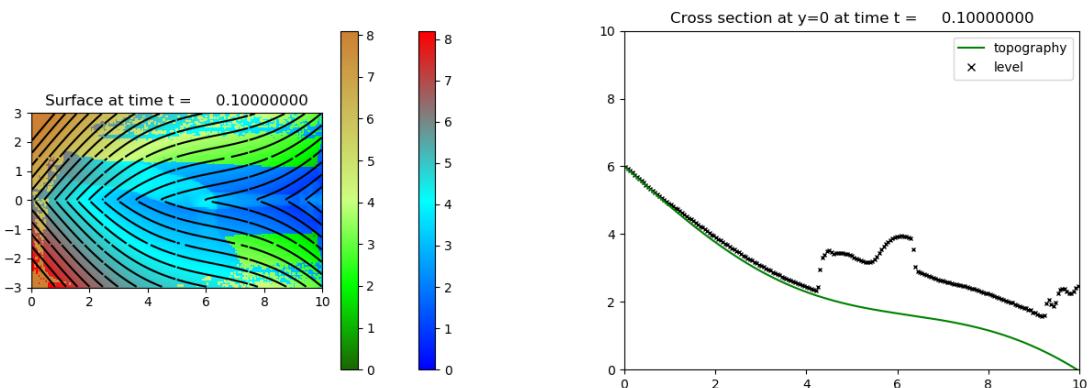
Obr. 11: Vizualizácia počiatočnej podmienky

Výpočtová siet má rozmery 201×121 , čo je pre náš príklad postačujúce. Nastavenie výstupov je zvolené na 1 s počtom výstupov 20 a koncovým časom $t = 1.35$. Dĺžka časového kroku je pri tejto možnosti variabilná, ale počiatočnú hodnotu máme nastavenú na $dt = 0.0005$. Pre jednoduchosť pravej strany rovníc neberieme do úvahy trecie sily. V tomto príklade sme zmenili vlastnosti tekutiny pomocou konštanty g , ktorá sa nachádza v pravej strane rovníc. Tekutina, s ktorou pracujeme je niekoľkokrát ľahšia ako pôvodná tekutina.



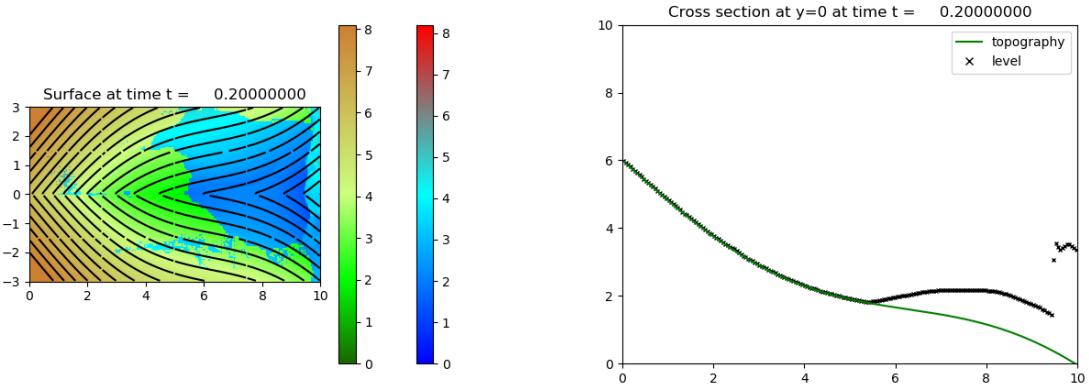
Obr. 12: Pohyb tekutiny v čase $t = 0.05$

V čase $t = 0.05$ pozorujeme pohyb objemu kvapaliny smerom k žľabu. V priestore ľavého dolného okraja oblasti sa stále nachádza väčšie množstvo tekutiny, čo je spôsobené počiatočnou podmienkou.



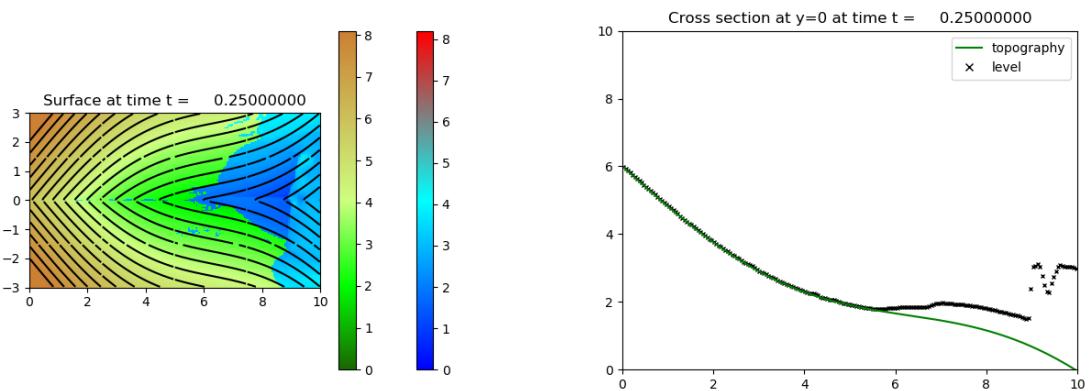
Obr. 13: Pohyb tekutiny v čase $t = 0.1$

V ďalšom výstupe v čase $t = 0.1$ sa väčšina tekutiny nachádza v okolí žľabu a postupuje ním smerom nadol. V ľavom dolnom rohu sa stále nachádza vrstva tekutiny.



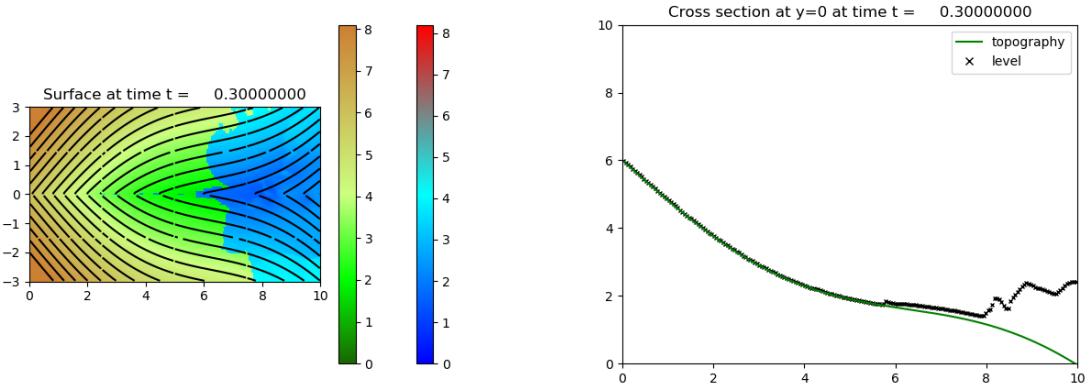
Obr. 14: Pohyb tekutiny v čase $t = 0.2$

Na tomto grafickom zobrazení riešenia v čase $t = 0.2$ pozorujeme presun objemu tekutiny z ľavého dolného rohu oblasti, čiže z oblasti s najvýšším bodom topografie, do oblasti spodnej strany topografie na protiľahlej strane.

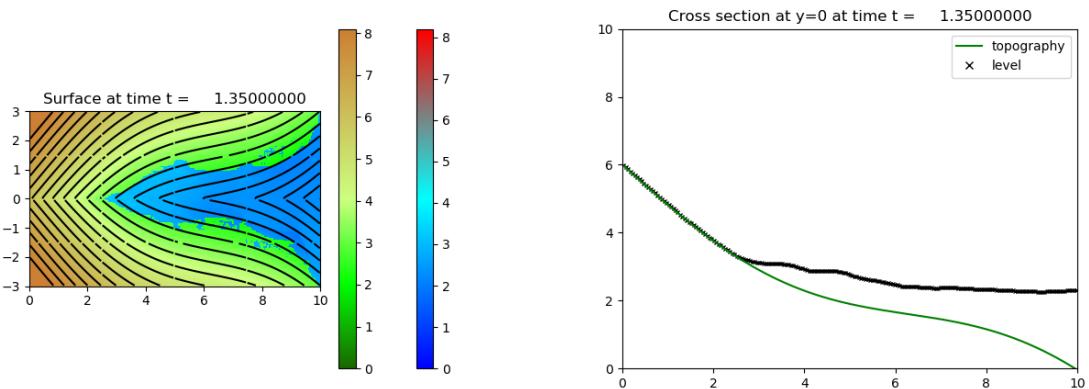


Obr. 15: Pohyb tekutiny v čase $t = 0.25$

Tento výstup je najzaujímavejší. V čase $t = 0.25$ vidíme, že väčšina objemu je na pravom okraji výpočtovej oblasti. Ak by sme brali do úvahy všetky relevantné faktory, ktoré pre zjednodušenie neberieme do úvahy, tak by bol toto pravdepodobne konečný stav, za predpokladu podobného priebehu experimentu. Z výsledkov by sme mohli získať výšku nahromadenej tekutiny, celkový objem a podobné zaujímavé údaje. Kedžže náš model je pomerne dosť zjednodušený, tak hladina nie je ustálená a tekutina sa odrazí od steny na pravej strane oblasti a vlna sa bude šíriť opačným smerom.



Obr. 16: Pohyb tekutiny v čase $t = 0.3$



Obr. 17: Pohyb tekutiny v čase $t = 1.35$

Zmena smeru šírenia vlny sa niekol'kokrát zmení, kým sa hladina relatívne ustáli.

K pomerne malému vleniu na hladine dochádza v čase $t = 1.35$

Vzhľadom na jemnosť siete, ktorú sme použili pri tomto príklade, a počiatočnú hodnotu dĺžky časového kroku, softvér GeoClaw zvládol výpočet v celkovom čase 124,862 s. Čas potrebný na vytváranie grafickej vizualizácie v tom nie je zahrnutý.

6 Zmena členov pravej strany rovníc

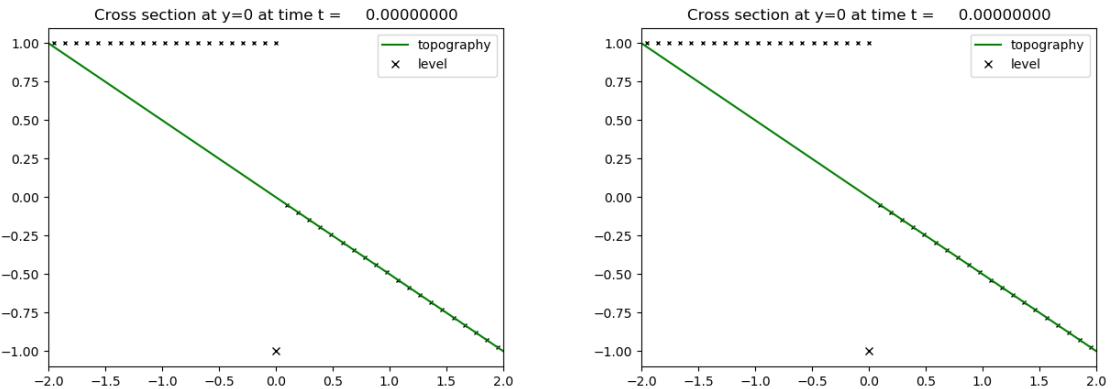
Ako sme uviedli v našom modeli počítame s rovnicami 1, 2, 3, ktoré nemajú nulovú pravú stranu. Softvér GeoClaw umožňuje priame zadanie koeficientov $\beta_x = \beta_y = g$, kde g je gravitačná konštantá, ale nie je možné priamo zadať uhol ξ v (6). Musíme sa dostať do zdrojového súboru, v ktorom sú definované rovnice pre riešenie daného

problému. Tento súbor má v našom prípade názov *src2.f90* a nachádza sa na tejto adrese: *clawpack/geoclaw/src/2d/shallow*. Do tohto súboru sme doplnili takúto časť kódu:

```
do j=1,my
  do i=1,mx
    q(2,i,j) = q(2,i,j) + dt*k*q(1,i,j)
  enddo
enddo
```

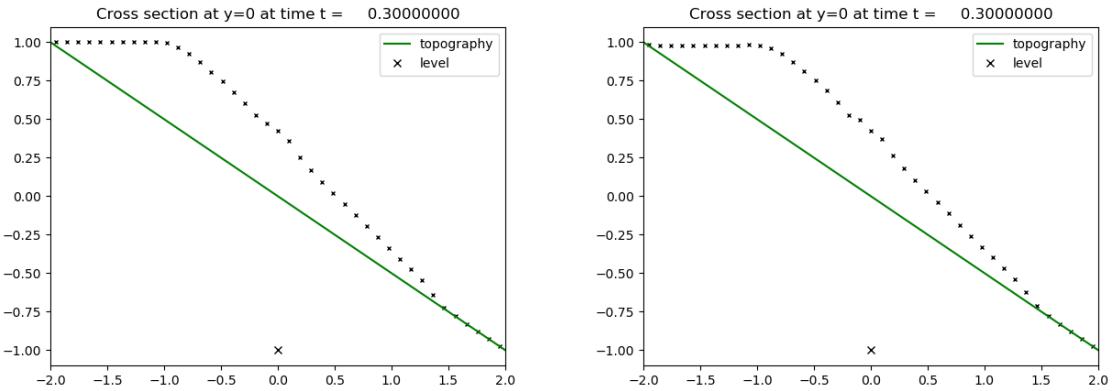
V porovnaní s pôvodným kódom sme doplnili koeficient $k=\sin\xi$, ktorého hodnotu budeme meniť a experimentálne pozorovať zmenu v riešení. Táto možnosť úpravy rovníc je veľmi dôležitá pre vývoj tejto práce v budúcnosti, čo znamená prechod zo zjednodušeného modelu na tie zložitejšie a realistickejšie. Túto zmenu ukážeme pre problém pretrhnutia priehrady, kde koeficient zapríčiní zmenu hladiny v rôznych časoch.

V nasledujúcim experimente je hodnota koeficientu $k = 0.9$.



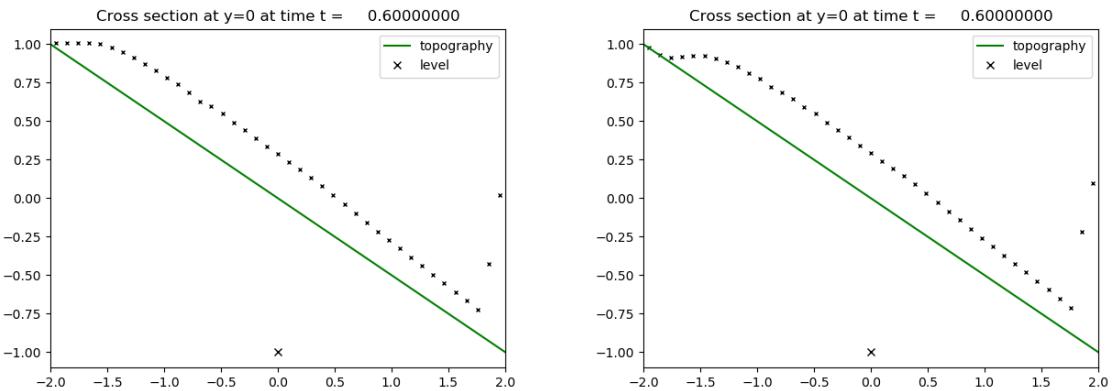
Obr. 18: Porovnanie koeficientu $k = 0$ (vľavo), $k = 0.9$ (vpravo) v čase $t = 0$

V počiatok času samozrejme nepozorujeme zmenu hladiny.



Obr. 19: Porovnanie koeficientu $k = 0$ (vľavo), $k = 0.9$ (vpravo) v čase $t = 0.3$

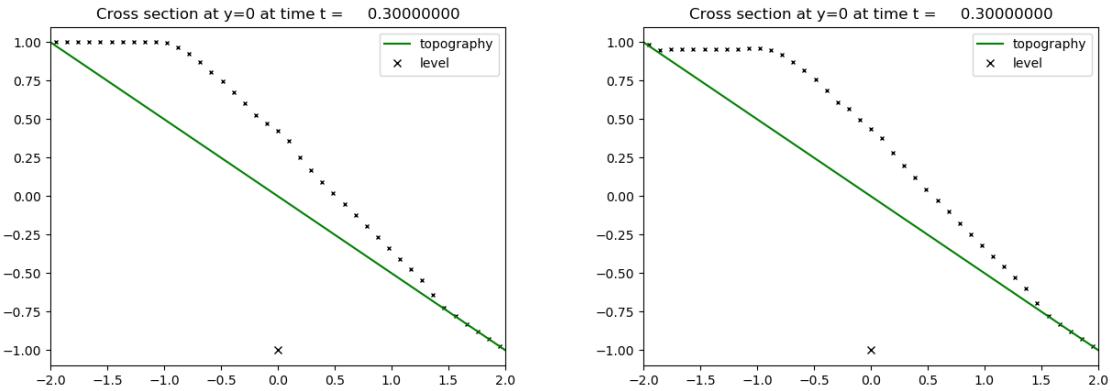
Na pravej strane obrázku vidíme graf riešenia s koeficientom k . V ľavej časti si môžeme všimnúť pokles hladiny v porovnaní s obrázkom na ľavej strane, čo je spôsobené nenulovým koeficientom k .



Obr. 20: Porovnanie koeficientu $k = 0$ (vľavo), $k = 0.9$ (vpravo) v čase $t = 0.6$

V ďalšom čase je pokles hladiny ešte výraznejší.

Ďalší experiment na porovnanie je pre hodnotu $k=2$.



Obr. 21: Porovnanie koeficientu $k = 0$ (vľavo), $k = 2$ (vpravo) v čase $t = 0.3$

7 Záver

Ako som spomíнал, spolupráca so Strediskom lavínovej prevencie Horskej záchrannej služby je na dobrej ceste. Pri mojej návšteve strediska v Liptovskom Hrádku boli pracovníci veľmi ochotní a priateľskí. Previedli ma strediskom a následne sme diskutovali o téme modelovania lavín. Dozvedel som sa, že v stredisku používajú softvér RAMMS (Real Mass Movements) na modelovanie lavín. Kedže je to ale finančne náročný softvér, tak o túto možnosť prišli. To je jedným z dôvodov, prečo som sa rozhodol pre túto tému.

Hlavným zámerom mojej návštevy strediska bolo získanie relevantých dát, ktoré by som mohol využiť pri spracovaní tejto témy. V novembri 2017 digitalizovali topografiu oblasti Príslop pomocou dronu, ktorý snímal terén a následne bol z týchto snímok vytvorený 3D model topografie tejto lokality.



Tieto dátá sú nové a ešte ani pracovníci s nimi nepracovali, keďže sú zaneprázdení prácou v teréne. Samozrejme, na akademické účely mi tieto dátá poskytli. Ďalšie dátá, ktoré som si od nich odniesol boli videozáznamy splazov a menších lavín práve z tejto zdigitalizovanej lokality.

Vízia do budúcna je porovnanie numerického modelu lavíny na zdigitalizovanej topografií s videozáznamom. Táto práca je prvým krokom k splneniu tohto cieľa.

Výsledkom tejto práce je sprístupnenie voľne dostupného softvéru GeoClaw na modelovanie rovníc plynkej vody. V tomto softvéri sme vytvorili vlastnú realistickú topografiu údolia so žľabom, ktorá v zjednodušenej podobe pripomína oblasť Príslopu. Naštudovali sme si model Savage-Hutter, ktorý opisuje matematický model prúdenia zrnitého materiálu. Z tohto dôvodu bolo potrebné modifikovať rovnice implementované v softvéri GeoClaw, čo sa nám podarilo. Ukázali sme vplyv tejto modifikácie na priebeh výšky hladiny lavíny. Zdrojové súbory sú k dispozícii na vyžiadanie u autora.

Literatúra

- [1] Marsha J. Berger, David L. George, Randall J. LeVeque, and Kyle T. Mandli. The Geoclaw software for depth-averaged flows with adaptive refinement. *Advances in Water Resources*, 34:1195–1206, 2011.
- [2] Jian Zhai, Li Yuan, Wei Liu, and Xinting Zhang. Solving the Savage-Hutter equations for granular avalanche flows with second-order Godunov type method on GPU. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 77:381–399, 2015.