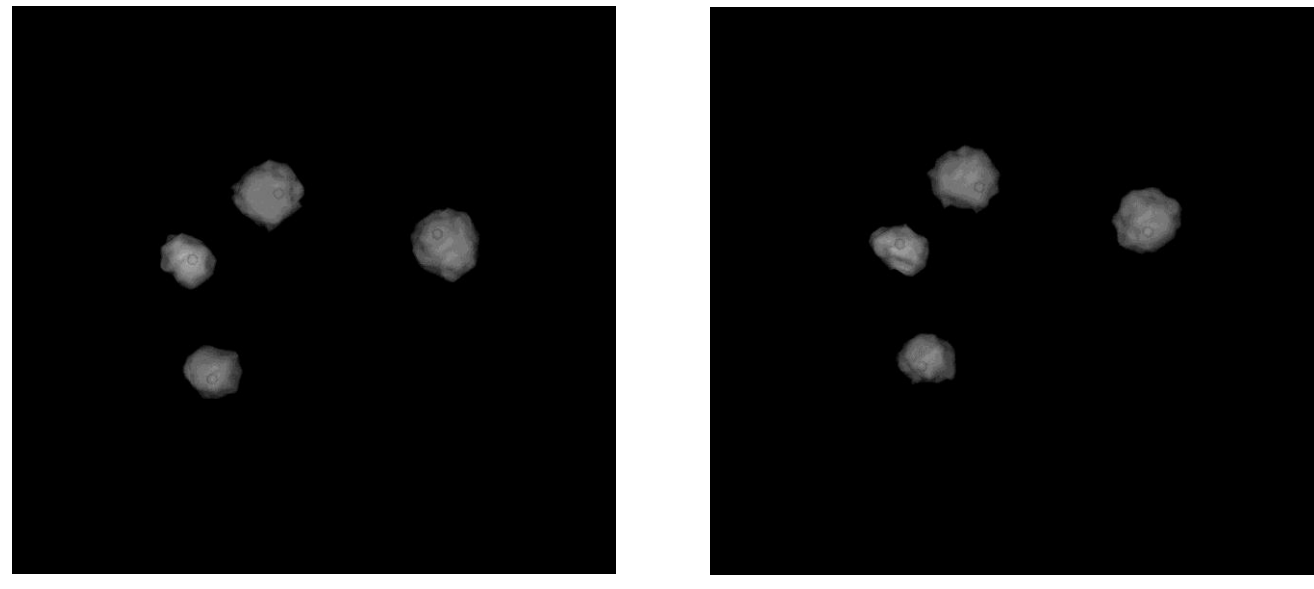


Abstrakt

V práci je uvedený spôsob odhadu optického toku na základe rovnice advekcie, kde sme ako vektorové pole uvažovali pohyb level set kriviek v smere normál. Následne sme na tento pohyb aplikovali tangenciálnu korekciu a získali novú interpretáciu optického toku. Na numerických experimentoch sme ukázali výhody tohto postupu pre optický tok v tvare prevažne konštantného posunu.

Motivácia



Hľadáme deformáciu, pre ktorú platí $F(x - \vec{U}(x)) = G(x)$

Rovnica advekcie

Riešime rovnicu $\partial_t f(\mathbf{x}, t) + \vec{u}(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla f(\mathbf{x}, t) = 0$

S počiatočnou podmienkou $f(\mathbf{x}, 0) = F(\mathbf{x})$
A našim cieľom je nájsť deformáciu \vec{u} takú, že platí $f(\mathbf{x}, T) = G(\mathbf{x})$

Metóda založená na pohybe level set kriviek

$$\vec{u} = \begin{cases} -\text{sgn}(G - f) \frac{\nabla f}{|\nabla f|} & \text{ak } |\nabla f| \neq 0 \\ \vec{0} & \text{ak } |\nabla f| = 0 \end{cases}$$

A riešime \vec{u} v každom bode výpočtovej oblasti $\vec{u}_{ij}^n = (u_{ij}^n, v_{ij}^n) \approx \vec{u}(x_i, y_j, t^n)$

A numerická aproximácia rovnice advekcie je vo forme

$$f_{ij}^{n+1} = f_{ij}^n - \tau \vec{u}_{ij}^n \cdot \nabla f_{ij}^n$$

kde na výpočet derivácií použijeme postup podľa Rouy-Tourin .

Tangenciálna korekcia rýchlosti

Hľadáme $\vec{V} = (V_1, V_2)$ z rovnice advekcie v tvare $f_{ij}^{n+1} = f_{ij}^n + V_1(f_{i+p,j}^n - f_{ij}^n) + V_2(f_{ij,q}^n - f_{ij}^n)$ kde $p, q \in \{-1, 0, 1\}$

V prípadoch, kedy $G_{ij} < f_{ij}^n$ a zároveň platí $f_{i+p,j}^n \leq f_{ij}^n$ a $f_{ij,q}^n \leq f_{ij}^n$ rozlišujeme 4 prípady ako počítať $\vec{V} = (V_1, V_2)$.

Prvý prípad nastane ak: $G_{ij} \geq f_{i+p,j}^n$ a $G_{ij} \geq f_{ij,q}^n$ a zároveň $f_{ij}^{n+1} = G_{ij}$.

Hľadáme $\vec{v} = \alpha \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} + (1-\alpha) \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}$ čo sa rovná $\vec{v} = \begin{pmatrix} \alpha v_1 \\ (1-\alpha)v_2 \end{pmatrix}$

kde v_1 a v_2 počítame ako $v_1 = \frac{G_{ij} - f_{ij}^n}{f_{i+p,j}^n - f_{ij}^n}$, $v_2 = \frac{G_{ij} - f_{ij}^n}{f_{ij,q}^n - f_{ij}^n}$

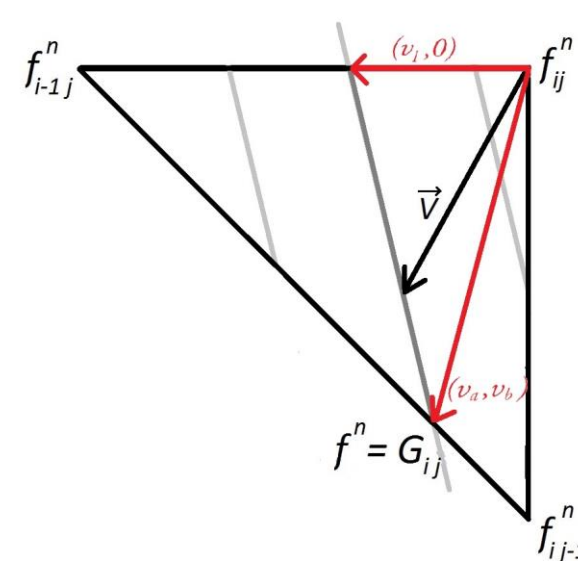
Pre prvý prípad:

Chceme aby deformácia určená koeficientami \vec{V} bola v nejakom zmysle vhodná aj v okolí bodov (x_p, y_j) , čo zabezpečíme metódou najmenších štvorcov, kedy sa snažíme minimalizovať funkciu

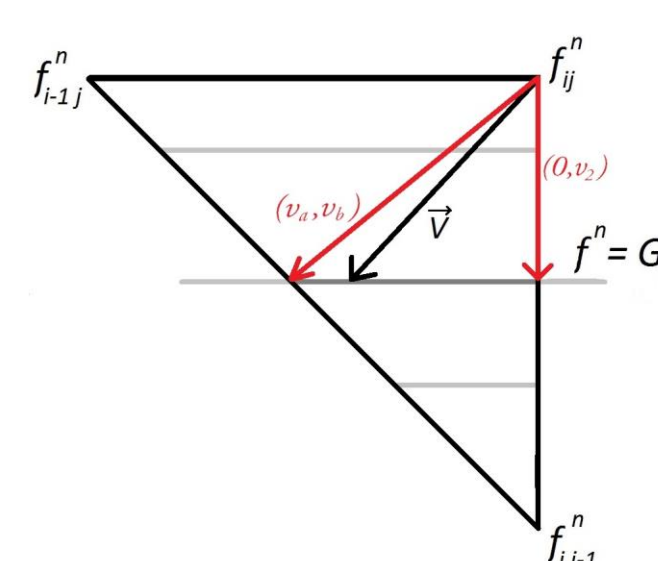
$$H(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{k,l} w_{kl} (G_{i+k,j+l} - f_{i+k,j+l}^n - \alpha v_1 (f_{i+k+p,j+l}^n - f_{i+k,j+l}^n) - (1-\alpha)v_2 (f_{i+k,j+l+q}^n - f_{i+k,j+l}^n))^2$$

kde w_{kl} sú koeficienty konvolúcie k a l označujú indexy v konvolučnej maske. A vieme, že má platiť $\alpha \in [0,1]$.

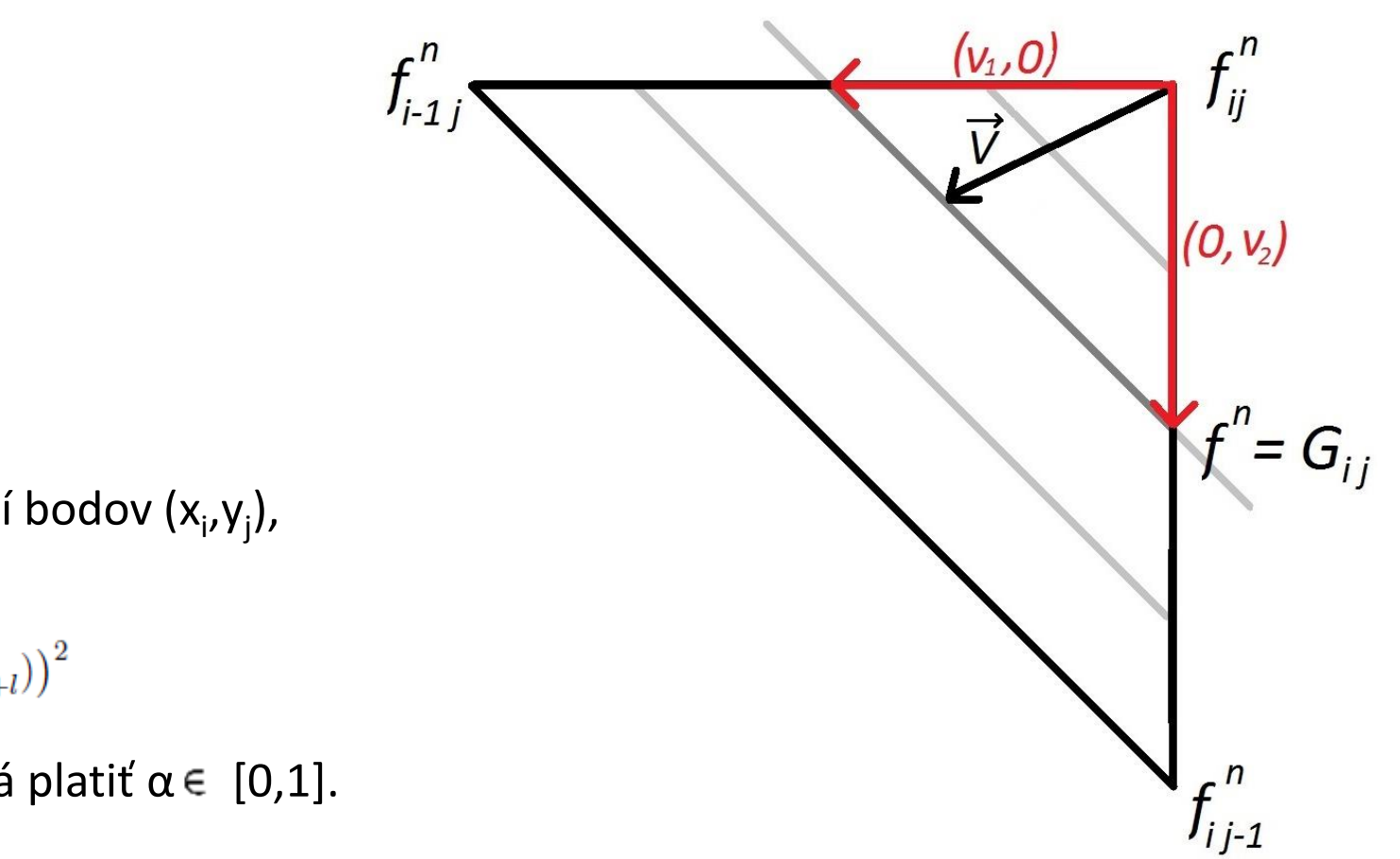
Zvyšné 3 prípady:



$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \alpha v_1 + (1-\alpha)v_a \\ (1-\alpha)v_b \end{pmatrix}$$



$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \alpha v_a \\ (1-\alpha)v_2 + \alpha v_b \end{pmatrix}$$



$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 1-\alpha \end{pmatrix}$$

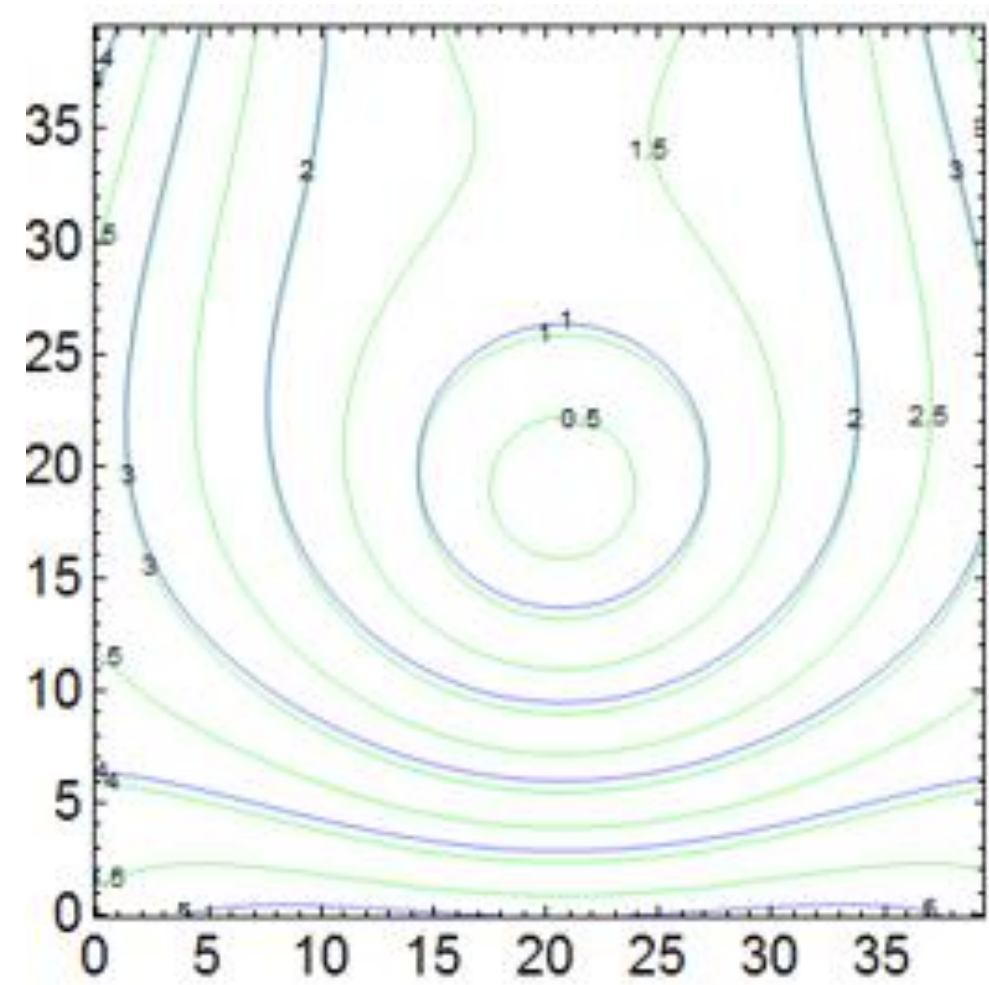
Obrázok pre prvý prípad

Kde v_a a v_b počítame ako

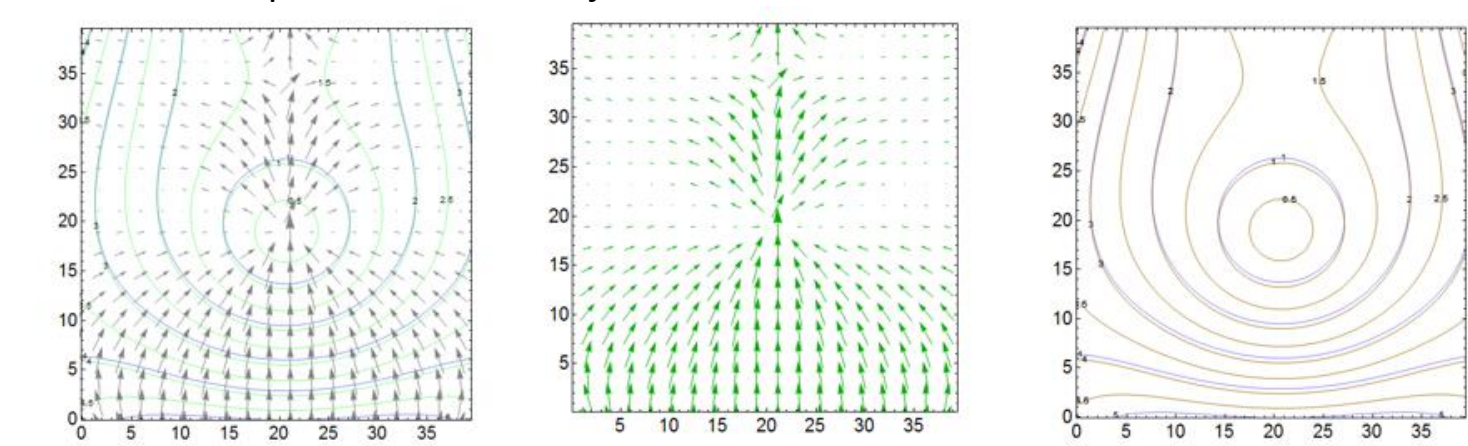
$$v_a = \frac{G_{ij} - f_{i+p,j}^n}{f_{i+p,j}^n - f_{i+p,j+q}^n}, \quad v_b = \frac{G_{ij} - f_{i,j+q}^n}{f_{i+p,j}^n - f_{i,j+q}^n}$$

Príklad pre konštantný posun funkcie o -0,5 pixelu v smere osi y

Funkciu F(modrá) si zvolíme podľa obrázku a funkciu G(zelená) vytvoríme z funkcie F pomocou konštantného posunu o -0,5 pixelu v smere osi y. Na obrázku vidíme ich spoločné zobrazenie.

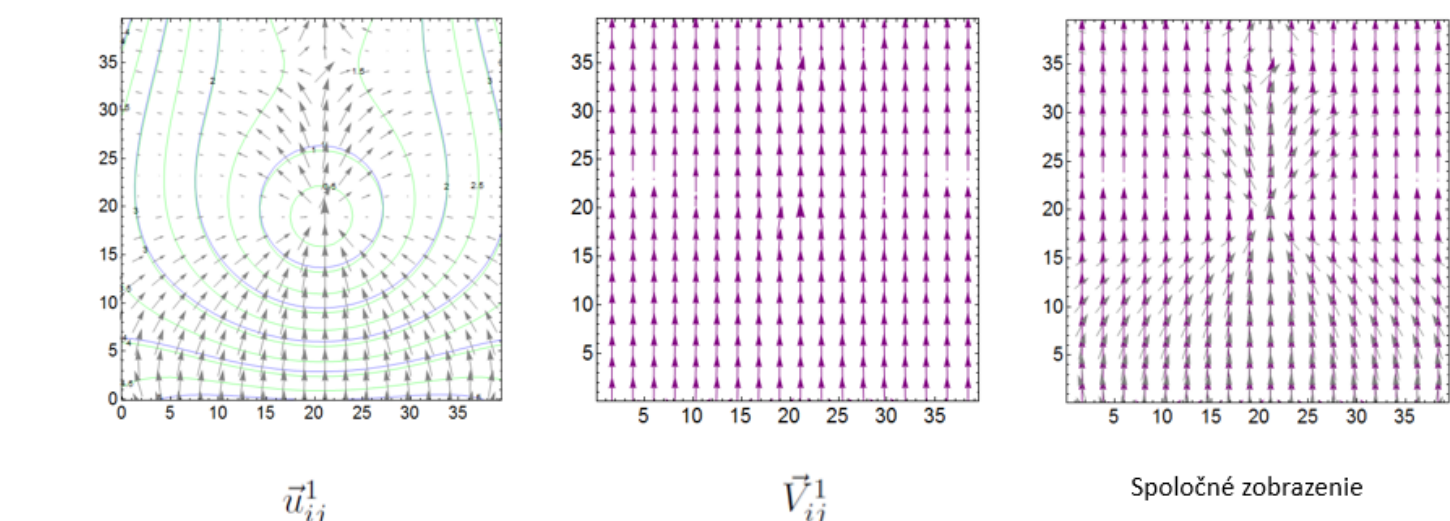


Vidíme zobrazenie vektorového poľa, ktoré nám vyjadruje optický tok v smere normál. Vďaka malému posunu nám stačil jeden krok na dosiahnutie funkcie G.



\vec{u}_{ij}^1 \vec{U}_{ij}^1 f_{ij}^n , pre $n = 1$

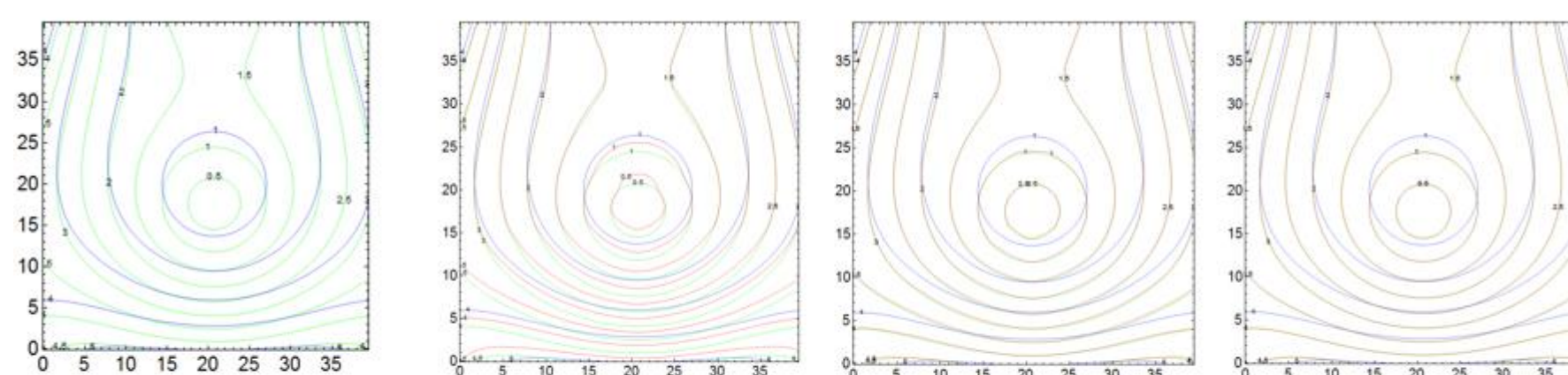
Zobrazenie dvoch optických polí, na prvom obrázku je optický tok v smere normál a na druhom po tangenciálnej korekcii. Vidíme, že táto korekcia nám vyrovnala všetky vektory vyjadrujúce optický do jedného smeru, čo je správne, keďže bol zvolený konštantný posun na vytvorenie funkcie G.



\vec{u}_{ij}^1 \vec{V}_{ij}^1 Spoločné zobrazenie

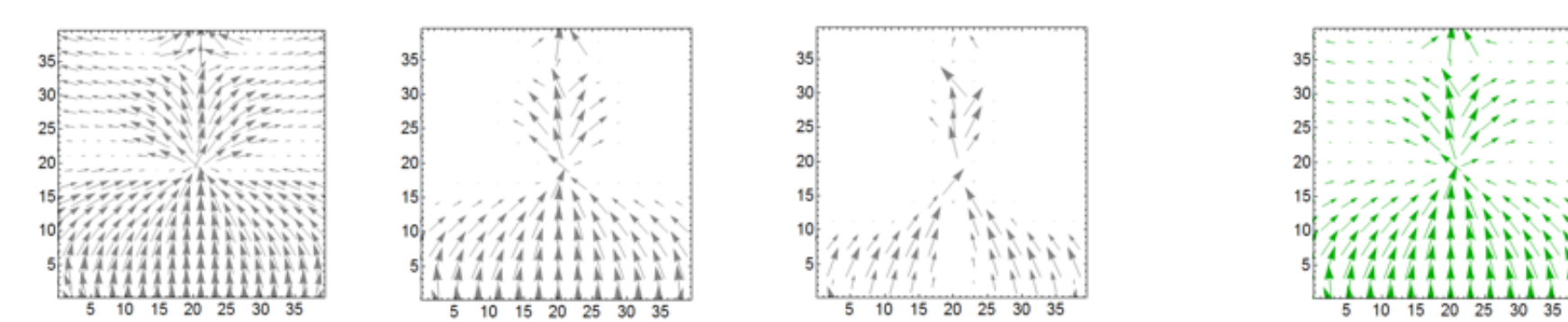
Príklad pre konštantný posun funkcie o -1,9 pixelu v smere osi y

Tentokrát si funkciu G vytvoríme konštantným posunom o -1,9 pixelu v smere osi y.

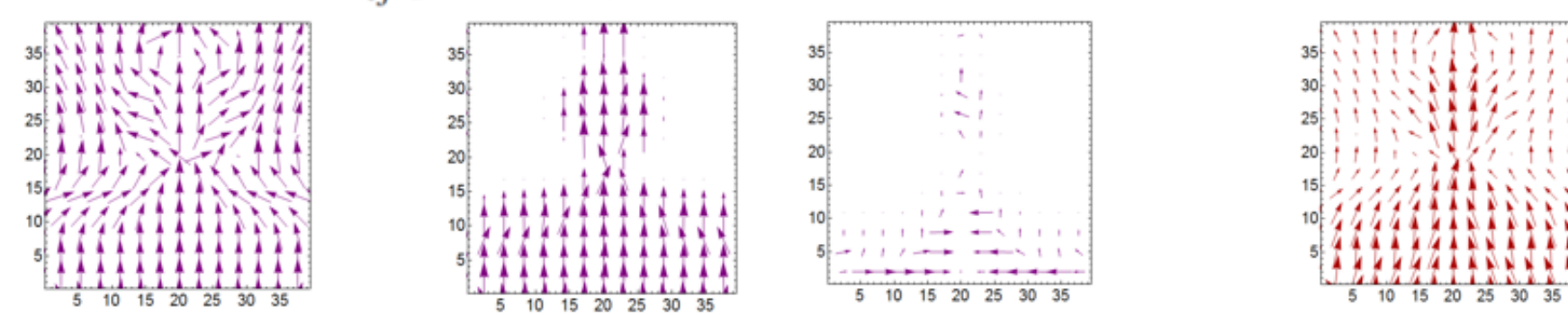


Spoločné zobrazenie F_{ij} a G_{ij} f_{ij}^n pre $n = 1, 2, 3$.

Ukážeme si znovu optický tok v smere normál a aj ten po tangenciálnej korekcii. V tomto prípade boli potrebné až tri kroky na dosiahnutie $F=G$. A taktiež si zobrazíme celkovú deformáciu \vec{U}_{ij}



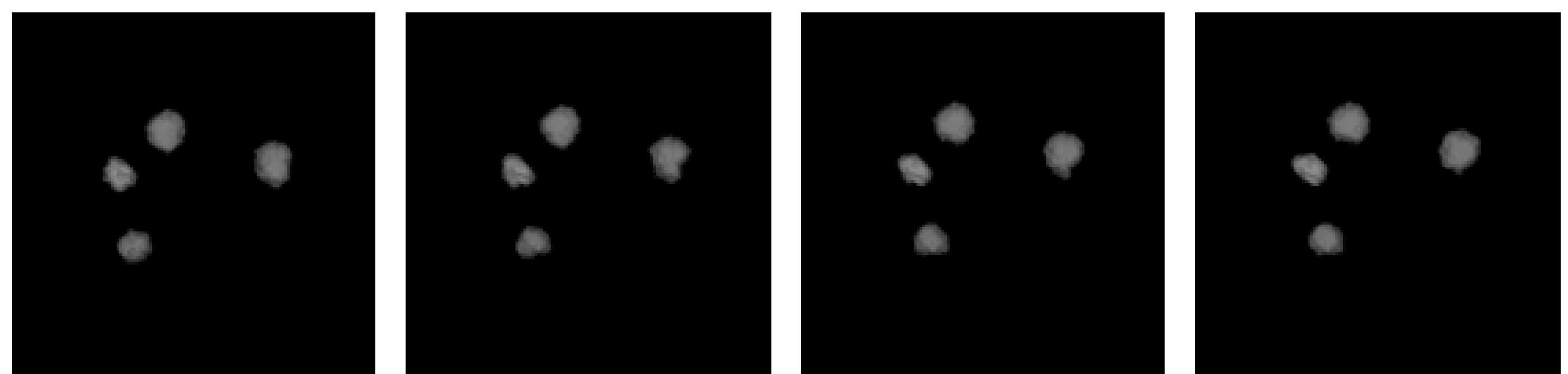
\vec{u}_{ij}^n pre $n = 1, 2, 3$.



\vec{V}_{ij}^n pre $n = 1, 2, 3$.

Reálny príklad pre obrázok s bunkami

Na poslednom príklade si ukážeme prácu s reálnymi obrázkami, kde prezentujeme len vývoj pomocou optického toku v smere normál. Ukážeme si 4 obrázky zodpovedajúce časovým krokom $t=10, 20, 30, 40$.

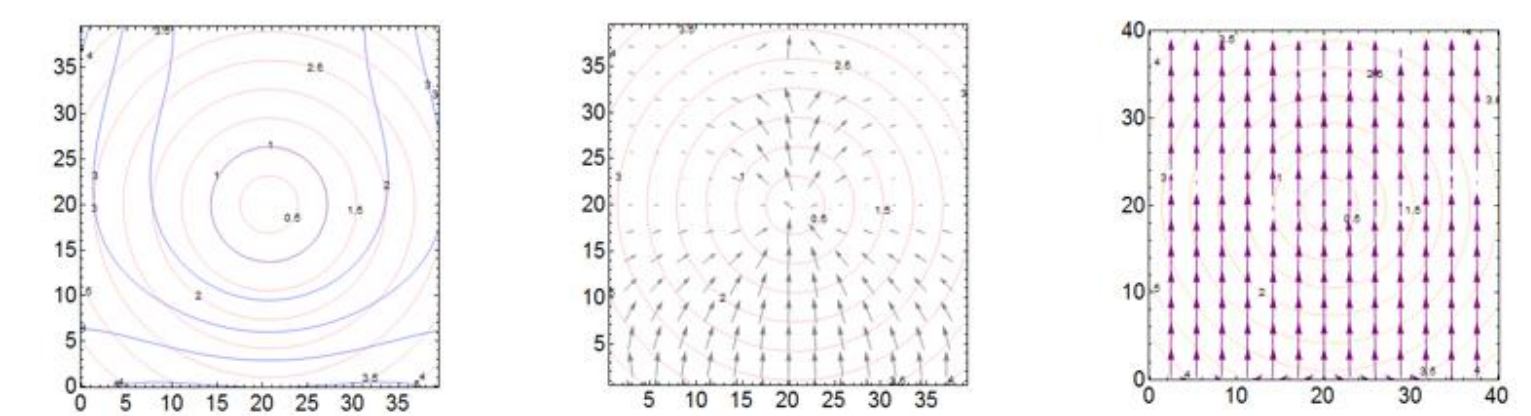


Príklad na segmentačnú funkciu

Myšlienkou je aplikovať nami nájdené rýchlosti na nejakú segmentačnú funkciu, ktorej nulová level set krivka reprezentuje segmentovaný objekt. Tento prístup môže priamočiaro modelovať rovnicou advekcie v tvare

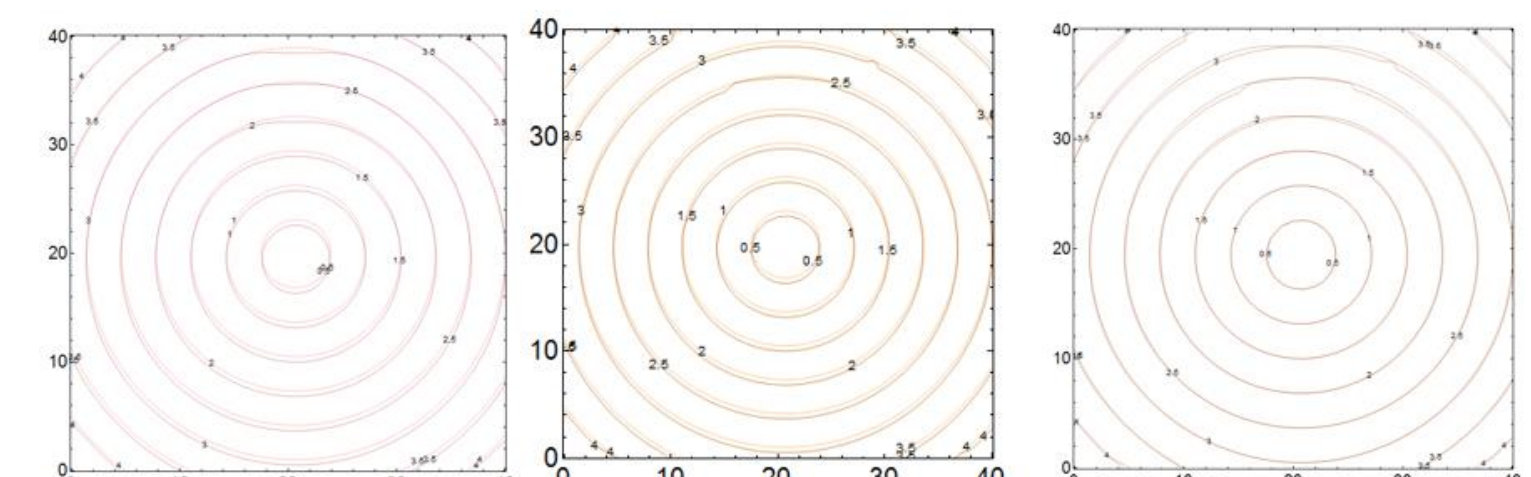
$$\partial_t d + \vec{u} \cdot \nabla d = 0$$

Na prvom z obrázkov vidíme izočiaru funkcie F a funkcie d v čase $t=0$ a ich spoločné zobrazenie. Je vidieť, že nulová level set krivka z funkcie F nám reprezentuje segmentovaný objekt a funkcia d je dištančná funkcia k tomuto objektu. Taktiež vidíme oba vypočítané optické toky, ako prvý je zobrazený optický tok v smere normál a ako druhý po tangenciálnej korekcii.



d_{ij}^0 a jej zobrazenie s optickým tokom \vec{u}_{ij}^1 a \vec{V}_{ij}^1 .

A pomocou týchto optických tokov sme vyvíjali túto segmentačnú funkciu



d_{ij}^1 podľa \vec{u}_{ij}^1 (vľavo), podľa \vec{V}_{ij}^1 (stred) a ich porovnanie (vpravo)

Záver

V tejto práci sme ukázali dva spôsoby voľby optického toku. Jeden v smere normál a druhý jeho tangenciálnou korekciou. Každý z nich je vhodný na iný druh optického toku. Pri expanzii objektov v obrázkoch je jasne vhodnejší optický tok v smere normál, zatiaľ čo pri konštantnom posune sa už podľa pohľadu takéto optické toky nejaví ako vhodná voľba. Preto sme navrhli jeho korekciu, ktorá nám určí nový, vhodnejší optický tok. Táto korekcia sa nám osvedčila ako vhodná, keď posun medzi vstupnými funkciami je malý a prakticky konštantný. Zároveň sme opísali aplikáciu týchto optických tokov na nejaký segmentovaný objekt a sledovali jeho vývin podľa oboch variant optického toku. Domnievame sa, že tangenciálna korekcia optického toku v smere normál môže byť užitočná pri určovaní optického toku pri spracovaní obrázkov.