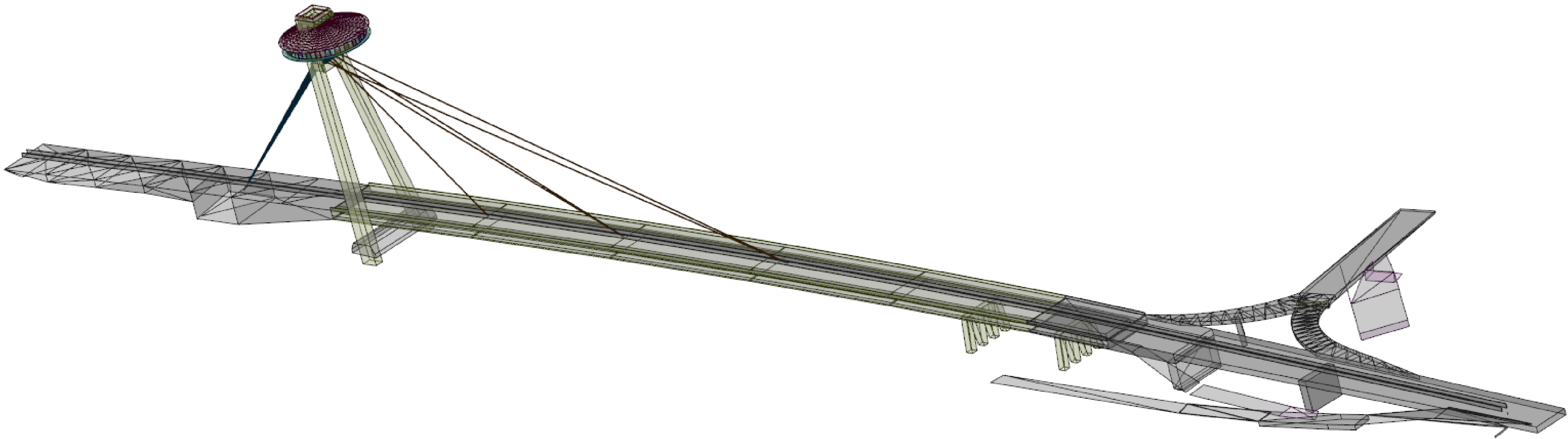


MKP analýza mostných konštrukcií

Nikoleta Horváthová



Úvod

Most SNP patrí medzi päť mostov v Bratislave, ktoré spájajú dva brehy Dunaja. Jeho prvotnou funkciou je umožňovať cestnú a pešiu dopravu cez koryto rieky. Reštaurácia na vrchole pylóna, ktorá ponúka rozsiahly výhľad na Bratislavu, dodáva mostu jedinečnosť.

Výstavba mostov si vyžaduje širokosiahle vedomosti z oblasti statiky a dynamiky stavebných konštrukcií. Je potrebné, aby most bol navrhnutý tak, aby nevznikali nežiadúce deformácie pod vplyvom pôsobiacich síl.

Predmetom bakalárskej práce je skúmanie maximálneho priehybu pod vplyvom vlastnej tiaže a tiaže asfaltu a vlastných frekvencií kmitania Mosta SNP vymodelovaného prostredníctvom 2D a 3D prístupu modelovania. V teoretickej časti sme sa venovali statickej a dynamickej analýze mostných konštrukcií a následne sme si odvodili Lamého rovnice elasticity a pohybové diferenciálne rovnice. Numerické riešenie Lamého rovníc sme získali pomocou MKP, kde sme si ukázali všeobecný postup pri riešení diferenciálnej rovnice. V praktickej časti sme si v konečno-prvkovom programe ANSYS vytvorili 2D a 3D model Mosta SNP a následne previedli statickú a dynamickú analýzu.

Rovnica statickej rovnováhy

Nech $\Omega \in R^3$ je otvorená súvislá ohraničená oblasť v 3D priestore. Následne si vyberieme ľubovoľný podobjem $V \subset \Omega$ a nech v každom bode hranice $\partial\Omega$ je definovaný vektor jednotkovej vonkajšej normály n . Intenzitu objemových, teda vonkajších síl pôsobiacich na oblasť Ω a teda aj na celý podobjem $V \subset \Omega$ si označíme $F(x)$. Na podobjem V pôsobia aj zvyšné časti telesa, a to prostredníctvom tzv. povrchových, vnútorných síl. Intenzitu povrchových síl budeme označovať $f(x, n)$. Rovnica statickej rovnováhy bude mať teda tvar

$$\int_V F(x) d\Omega + \int_{\partial V} f(x, n) dS = 0. \quad (1)$$

Lamého rovnice pružnosti

Pod deformáciou rozumieme zmenu polohy bodov telesa, ktorá je charakterizovaná vektorom posunu $u(x)$, v každom bode $x \in \Omega$. Pre homogénne a izotropné teleso vieme nájsť tzv. Lamého konštanty λ a μ v tvare

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{2\mu\nu}{1 - 2\nu} = \frac{E\nu}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}. \quad (3)$$

Lamého rovnice elasticity majú tvar

$$(\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u) + \mu \nabla^2 u + F = 0. \quad (4)$$

Pohybové diferenciálne rovnice

Základom pre riešenie dynamickej úlohy je rovnica rovnováhy vonkajších a vnútorných síl závislá na čase a zahrňujúca zotrvačné účinky hmoty, tlmenie a odpor konštrukcie proti účinkom časovo premenného zaťaženia.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t), \quad (5)$$

M - matica hmotnosti

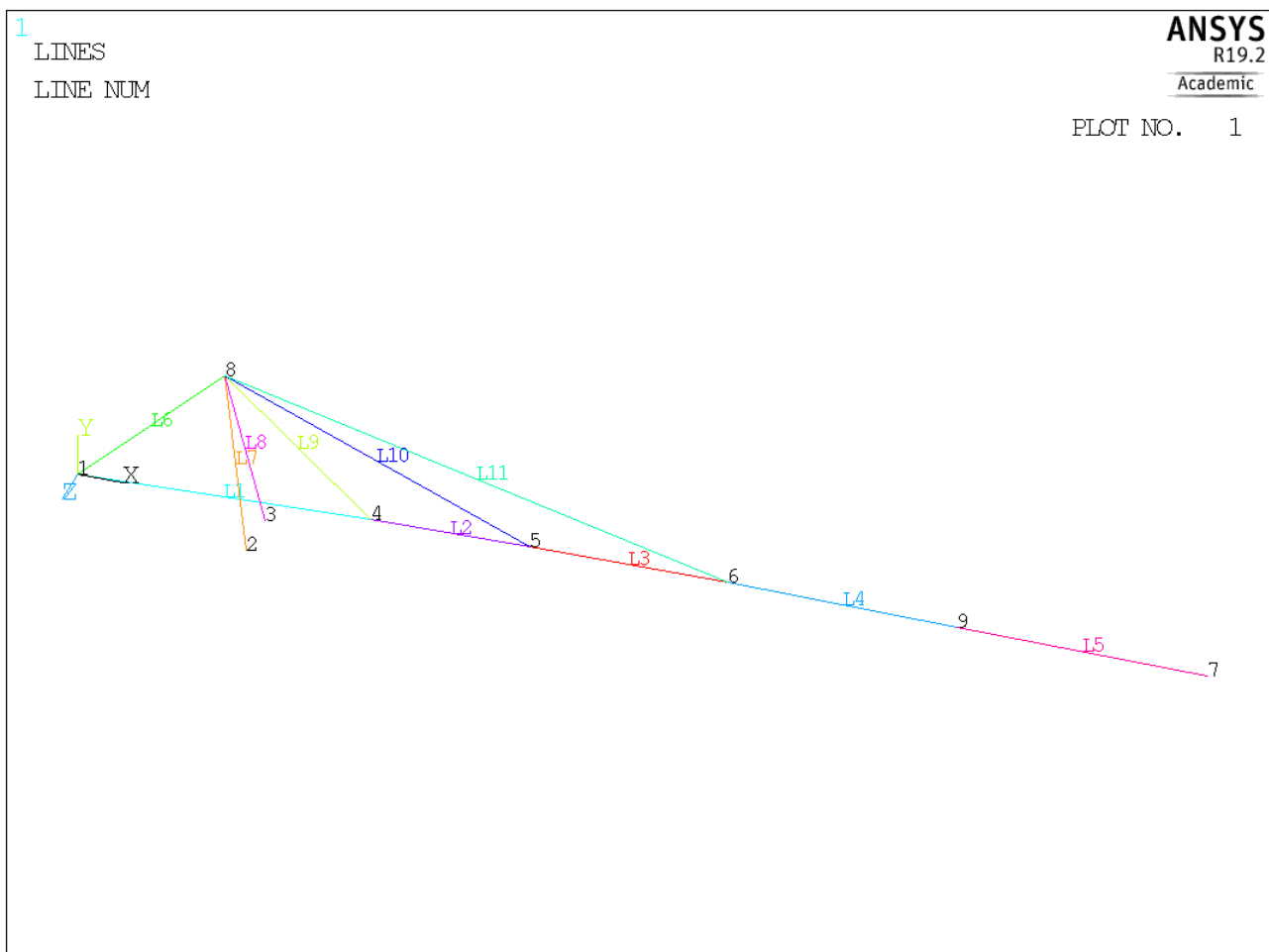
C - matica tlmenia

K - matica tuhosti

$u(t)$ - funkcia posunu a $\ddot{u}(t), \dot{u}(t)$ sú jej časové deriváty.

2D model Mosta SNP

Model je rozdelený na 3 časti: vozovka, pylóny a laná. Pri modelovaní statickej úlohy boli využité dva typy elementov: BEAM188 pre vozovku a pylóny a LINK11 pre laná.



Obr. 1: Základná geometria pre 2D analýzu s očíslovanými bodmi a čiarami.

Definovali sme prierezové charakteristiky pre jednotlivé laná pomocou vzorca

$$\frac{S \cdot p \cdot n \cdot E}{d} \quad (6)$$

S - prierezová plocha = 3.88e-3 [m²]

p - počet lán v jednom oceľovom lane = 16

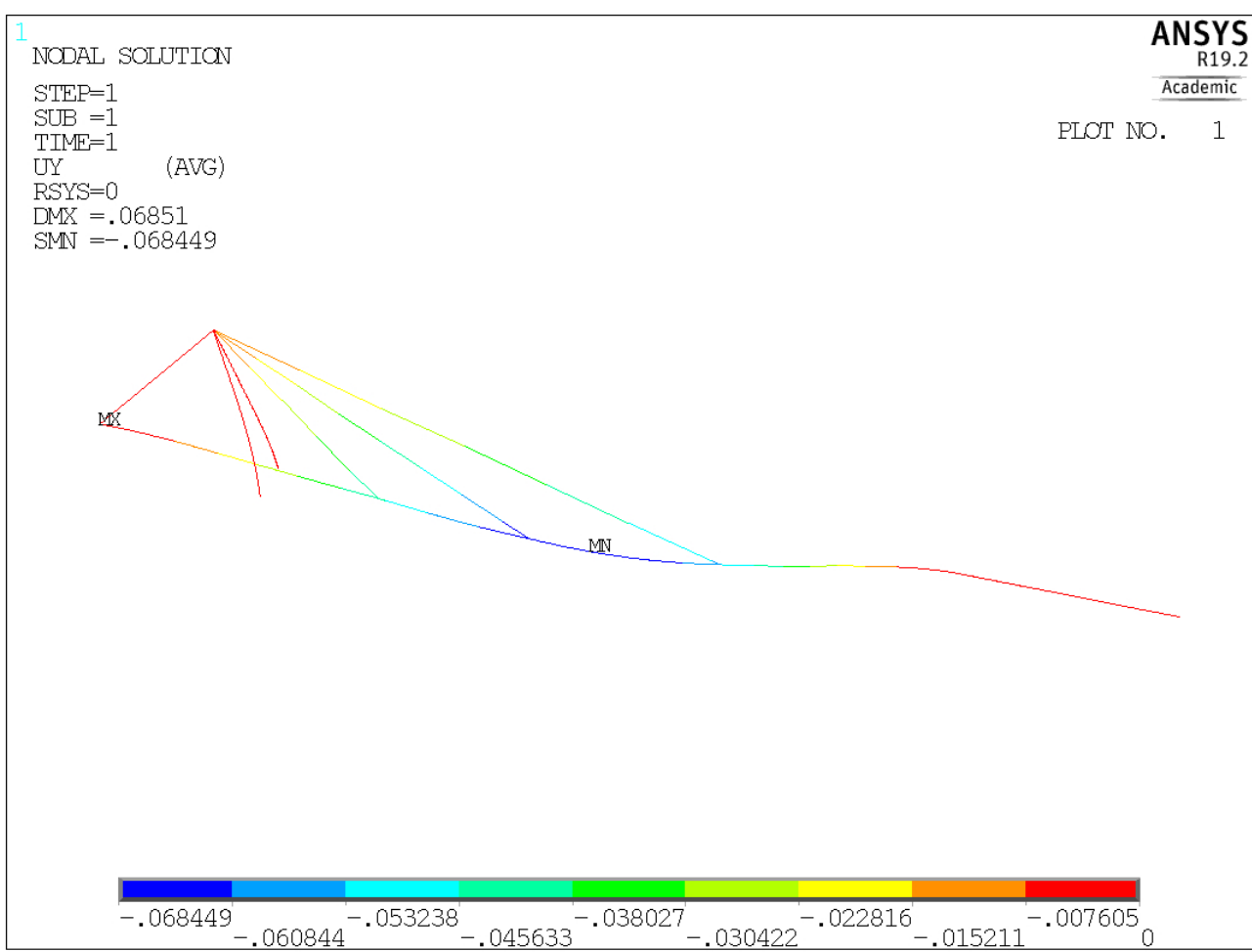
E - Youngov modul pružnosti = 500e9 [Pa]

n - počet lán v zväzku

d - dĺžka zväzku lán

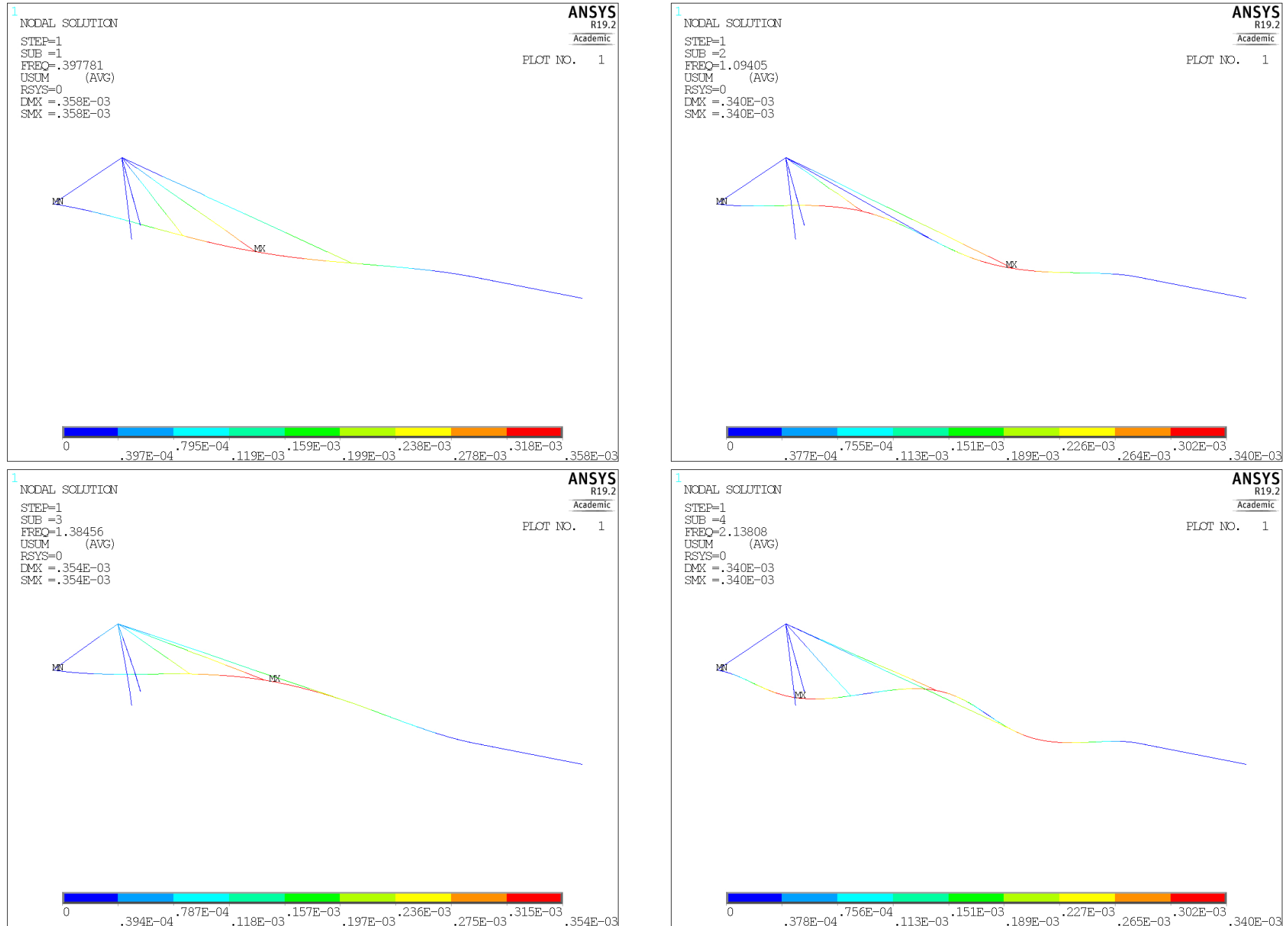
Prierez vozovky bol vymodelovaný samostatne. Následne boli zadefinované upevnenia a zaťaženia - vlastná tiaž, tiaž asfaltu.

Statická analýza



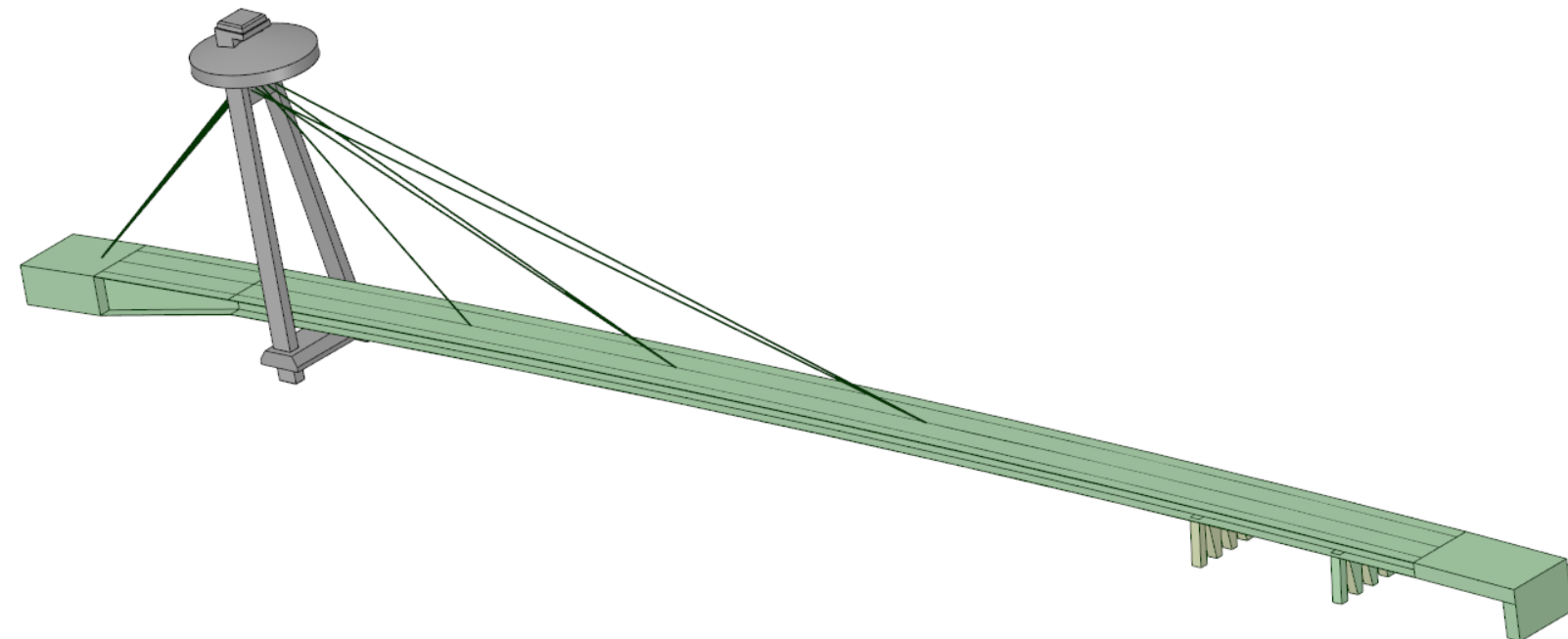
Obr. 2: Celková deformácia 2D modelu o veľkosti 6.8cm.

Dynamická analýza



Obr. 3: Prvé štyri vlastné tvary 2D modelu.

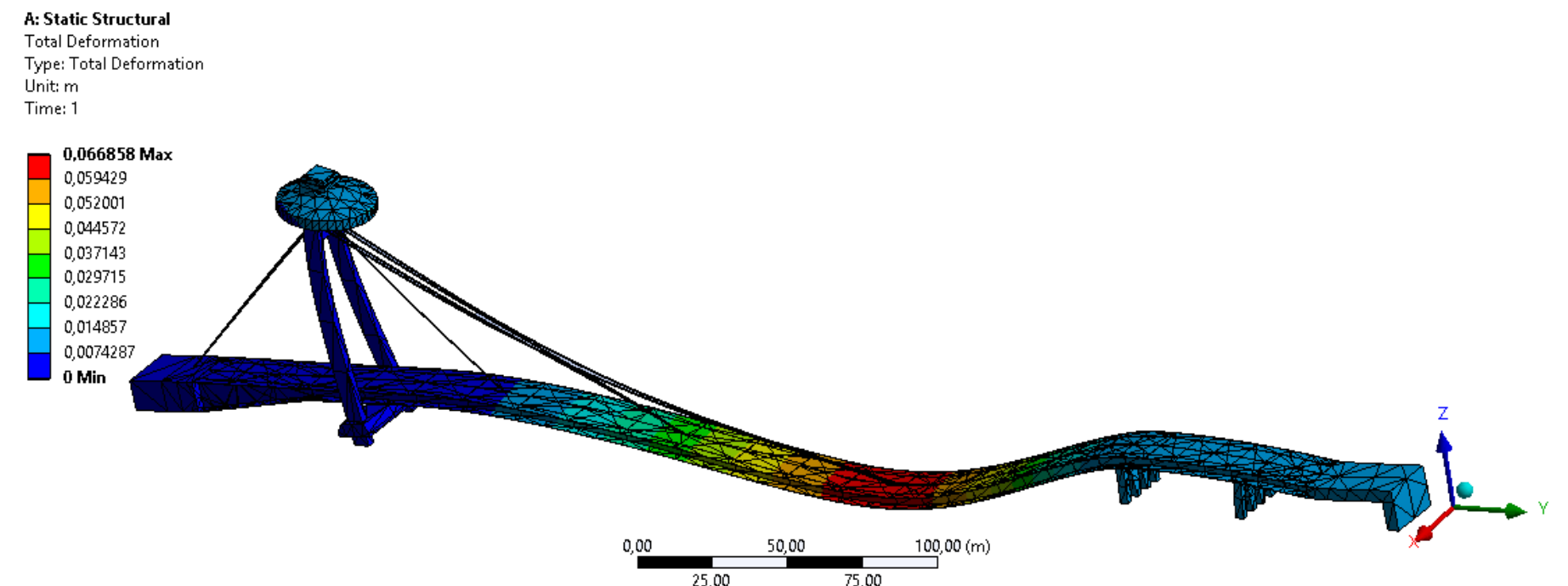
3D model Mosta SNP



Obr. 4: Upravená geometria pre 3D analýzu.

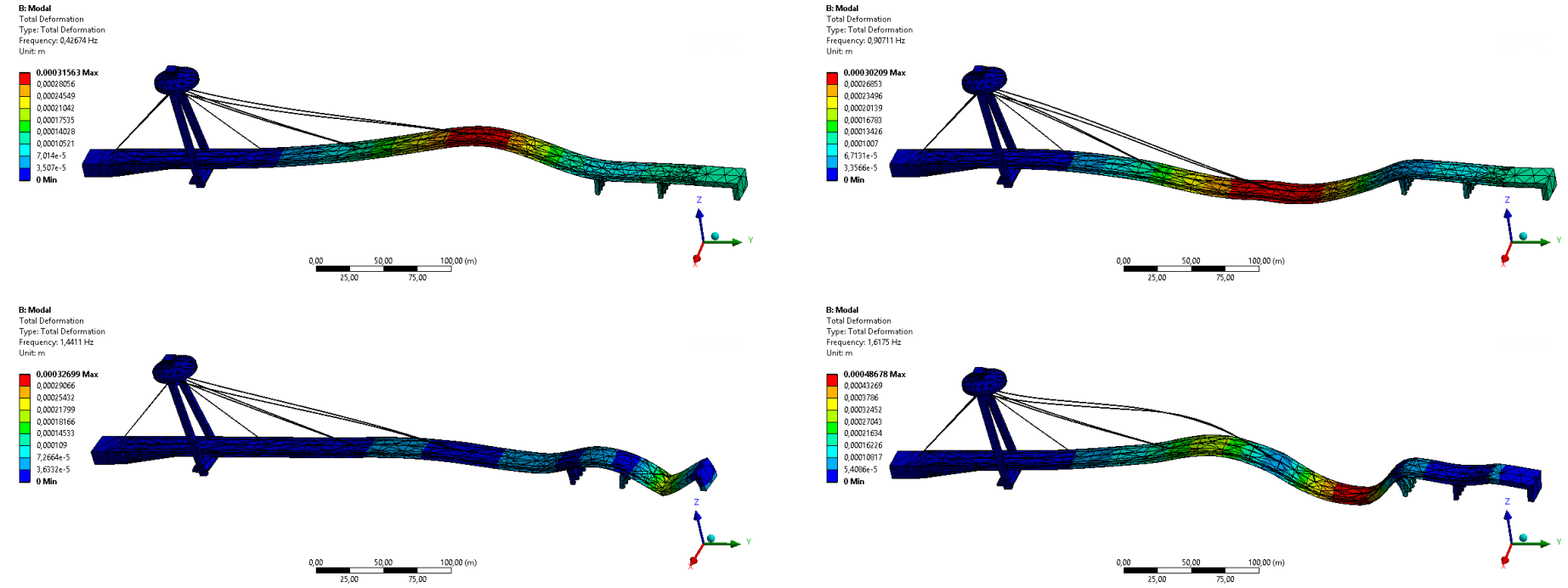
Postup pri riešení statickej a dynamickej analýzy je analogický ako pre 2D model.

Statická analýza



Obr. 5: Celková deformácia 3D modelu veľkosti 6.7cm.

Dynamická analýza



Obr. 6: Prvé štyri vlastné tvary 2D modelu.

Tabuľka vlastných frekvencií k vlastným tvarom vypočítané v našich experimentoch pre obidva prístupy modelovania a reálne hodnoty namerané v rokoch 2016 a 2017.

Vlastný tvar	Experimentálna hodnota, 2D	Experimentálna hodnota, 3D	Nameraná hodnota, 2016	Nameraná hodnota, 2017
1	0.40	0.43	0.45	0.47
2	1.09	0.91	0.84	0.85
3	1.38	1.44	1.38	1.39
4	2.14	1.62	2.02	2.04

Tabuľka 1: Vlastné frekvencie kmitania [Hz], [1].

Záver

Cieľom našej bakalárskej práce bolo vykonať statickú a dynamickú analýzu Mosta SNP pomocou metódy konečných prvkov a skúmať výsledky experimentov založených na odlišnom prístupe modelovania. Na základe získaných teoretických znalostí z oblasti statiky a dynamiky sme sformulovali matematické problémy a následne ich riešili v programe ANSYS. Pomocou MKP sme skonštruovali 2D a 3D model mosta a pri realizovaní statickej analýzy sme skúmali maximálny priehyb mostovej konštrukcie pod vplyvom vlastnej tiaže a tiaže asfaltu. V dynamickej analýze sme sa venovali výpočtu vlastných frekvencií k vlastným tvarom. Výsledky z vykonaných experimentov sme následne porovnali v Tabuľke č.1.

[1] <https://stavba.tzb-info.cz/beton-malty-omitky/17353-prevadzkovala-modalna-analyza-mosta-snp-v-bratislave>.



Pedagóg: Ing. Marek Macák, PhD.

Poslucháčka: Nikoleta Horváthová

Akademický rok: 2018/2019

Študijný program: 9.1.9. aplikovaná matematika

BAKALÁRSKA PRÁCA

MKP analýza mostných konštrukcií