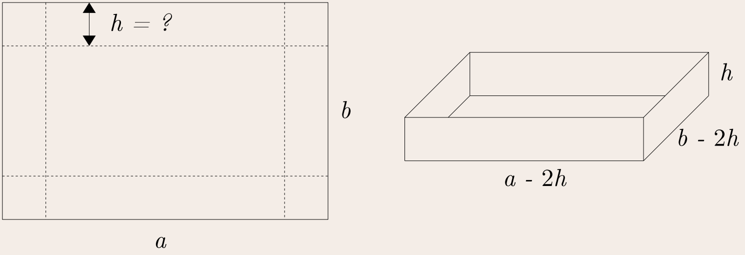
# ÚLOHY OPTIMÁLNEHO RIADENIA

Viera Kleinová
Slovenská technická univerzita
Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

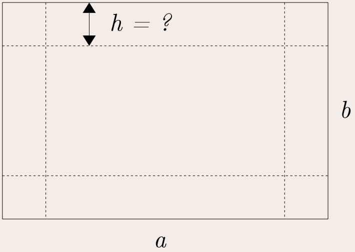


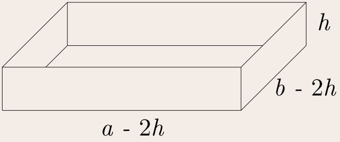

Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

Objem krabice je: $V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

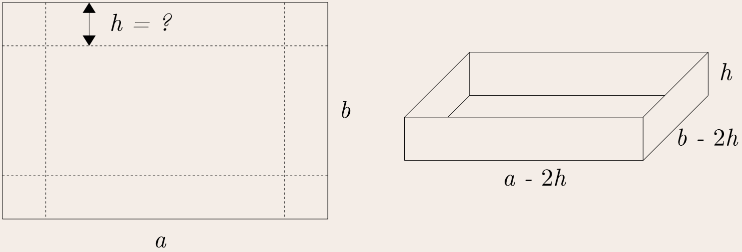



Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice je: $V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

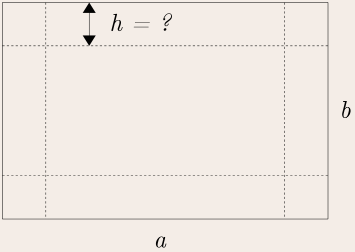
Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

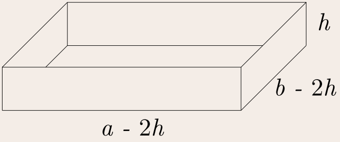



Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h = 10mm$ je: $V(10) = 526300mm^3$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.



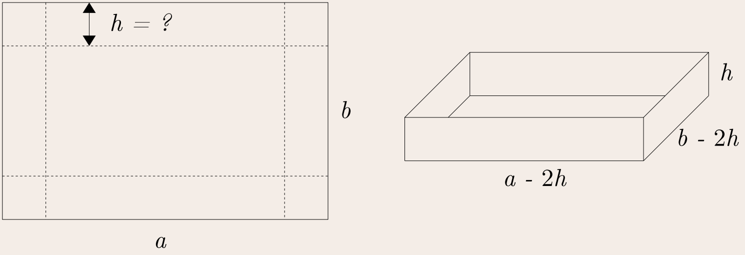




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h = 20mm$ je: $V(20) = 873800mm^3$.

# OPTIMÁLNA HODNOTA PARAMETRA

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

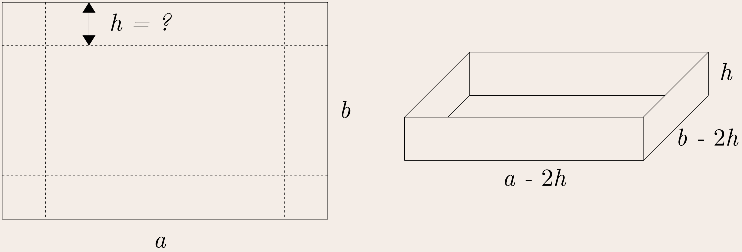



Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

Objem krabice pre $h = 30mm$ je: $V(30) = 1066500mm^3$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

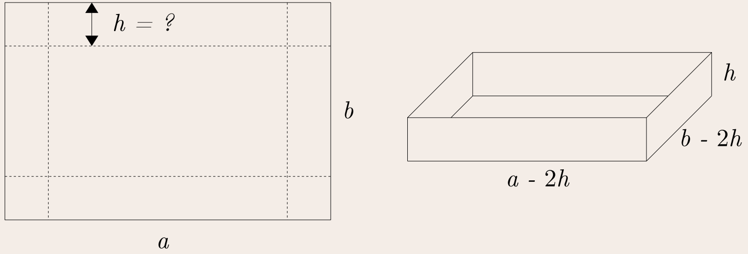
Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h = 40mm$ je: $V(40) = 1128400mm^3$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

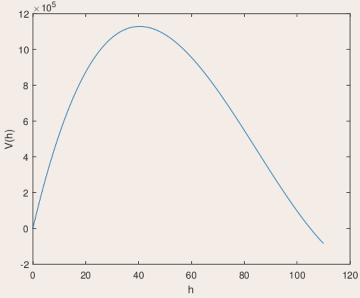
Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h = 50mm$ je: $V(50) = 1083500mm^3$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

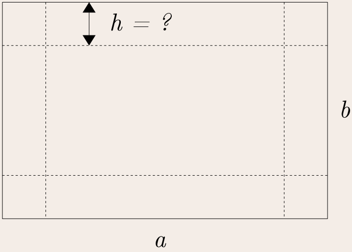


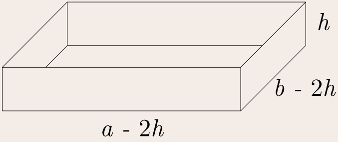

Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice je: $V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h$.

# OPTIMÁLNA HODNOTA PARAMETRA

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

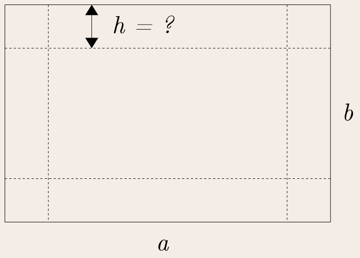
Objem krabice je:

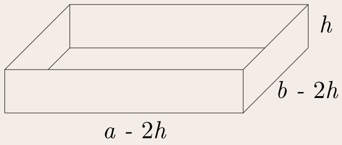
$$V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h = 4h^3 - 2ah^2 - 2bh^2 + abh.$$

Optimálna výška $h$, pre ktorú získame krabicu s najväčším objemom vypočítame ako $\frac{dV(h)}{dh} = 0$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

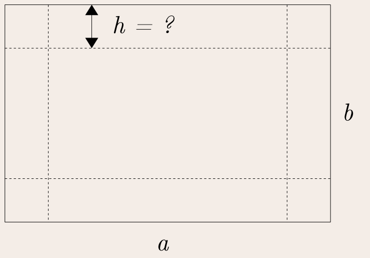
Objem krabice je:

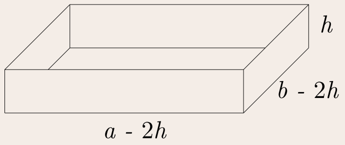
$V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h = 4h^3 - 2ah^2 - 2bh^2 + abh.$

Optimálna výška $h$, pre ktorú získame krabicu s najväčším objemom vypočítame ako $\frac{dV(h)}{dh} = 0$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

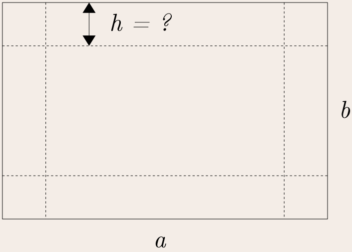
Objem krabice je:

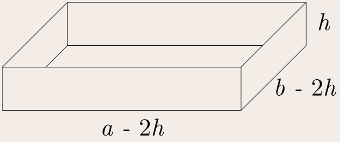
$V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h = 4h^3 - 2ah^2 - 2bh^2 + abh.$

Optimálna výška $h$, pre ktorú získame krabicu s najväčším objemom vypočítame ako $4h^2 - 2ah - 2bh + ab = 0.$

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

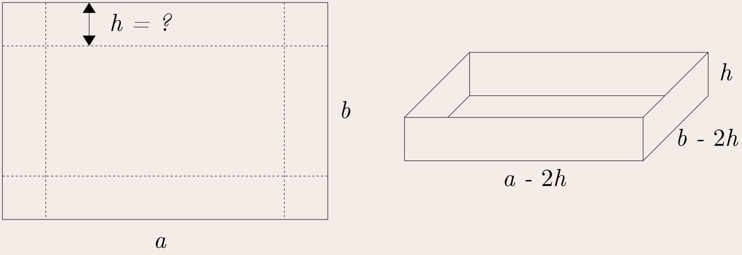
Objem krabice je:

$V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h = 4h^3 - 2ah^2 - 2bh^2 + abh.$

Riešenie: $h_1 = 40.4234mm$ a $h_2 = 128.577mm$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

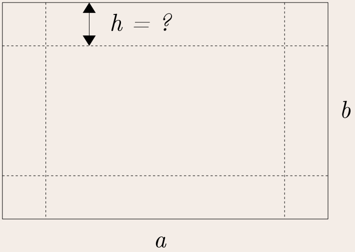
Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

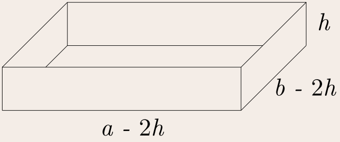



Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h_1 = 40.4234mm$ je:
$V(40.4234) = 1128495.104730mm^3$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

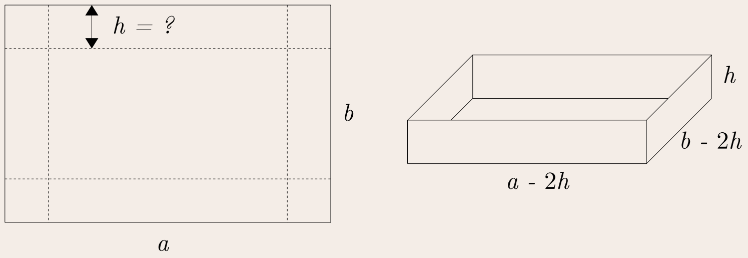



Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h_1 = 40mm$ je:
$V(40) = 1128400mm^3$.

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

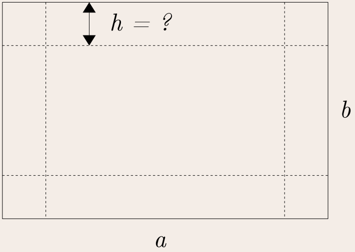


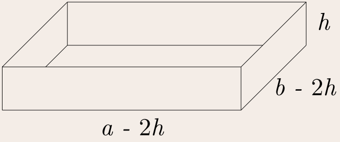

Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$
Objem krabice pre $h_2 = 128.577mm$ je:
$V(128.577) = -241583.104662mm^3$.

# OPTIMÁLNA HODNOTA PARAMETRA

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

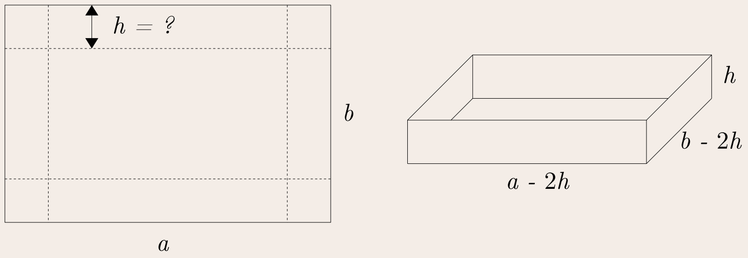
Extrémy:

$\frac{d^2V(h)}{dh^2} < 0 \rightarrow$ maximum,

$\frac{d^2V(h)}{dh^2} > 0 \rightarrow$ minimum,

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.

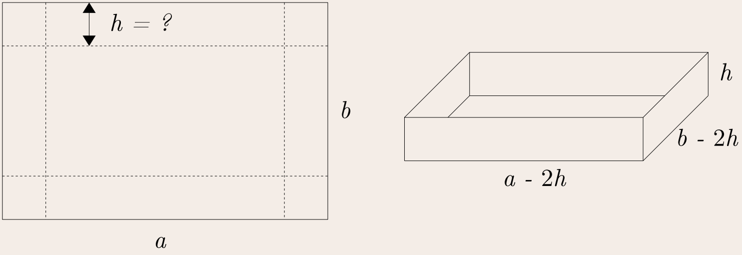



Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

$$\frac{d^2V(h)}{dh^2} = 8h - 2a - 2b$$

## Vyskladaj si krabicu s najväčším objemom

Nájsť optimálnu výšku $h$, tak aby sme z papiera veľkosti A4 získali krabicu s najväčším objemom.




Rozmer papiera veľkosti A4 je: $a = 297mm$, $b = 210mm$

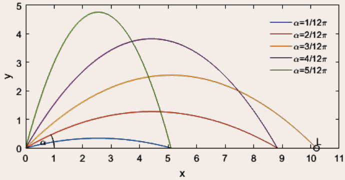
$$\left[\frac{d^2\,V(h)}{dh^2}\right]_{h=40.4234} = -690.6128 \rightarrow \text{maximum},$$

$$\left[\frac{d^2\,V(h)}{dh^2}\right]_{h=128.577} = 14.6160 \rightarrow \text{minimum},$$

# OPTIMÁLNA HODNOTA PARAMETRA

## Zastrieľaj si z dela

Nájsť optimálny uhol $\alpha$, tak aby delo dostrelilo čo najďalej.




Poloha gule vystrelenej z dela v čase:

$x(t) = v_0 t \cos\alpha$

$y(t) = v_0 t \sin\alpha - 1/2gt^2$

$y(T) = 0 \Rightarrow v_0 T \sin(\alpha) - 1/2gT^2 = 0 \Rightarrow T = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$

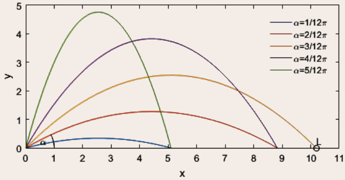
Dostrel dela je: $L(\alpha) = \frac{2v_0^2}{g} \cos(\alpha)\sin(\alpha)$

Optimálny uhol $\alpha$, pre ktorý získame najväčší dostrel vypočítame ako $\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = 0$.

# OPTIMÁLNA HODNOTA PARAMETRA

## Zastrieľaj si z dela

Nájsť optimálny uhol $\alpha$, tak aby delo dostrelilo čo najďalej.




Poloha gule vystrelenej z dela v čase:

$x(t) = v_0 t \cos\alpha$

$y(t) = v_0 t \sin\alpha - 1/2gt^2$

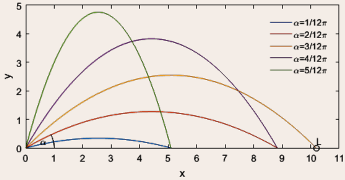
$$y(T) = 0 \Rightarrow v_0 T \sin(\alpha) - 1/2gT^2 = 0 \Rightarrow T = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$$

Dostrel dela je: $L(\alpha) = \frac{2v_0^2}{g}\cos(\alpha)\sin(\alpha)$

Optimálny uhol $\alpha$, pre ktorý získame najväčší dostrel vypočítame ako $\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = 0$.

## Zastriel'aj si z dela

Nájst' optimálny uhol $\alpha$, tak aby delo dostrelilo čo najd'alej.




Poloha gule vystrelenej z dela v čase:

$x(t) = v_0 t \cos\alpha$

$y(t) = v_0 t \sin\alpha - 1/2gt^2$

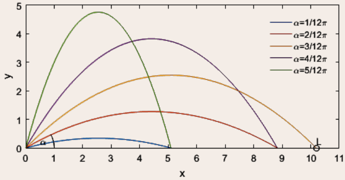
$$y(T) = 0 \Rightarrow v_0 T \sin(\alpha) - 1/2gT^2 = 0 \Rightarrow T = \frac{2v_0\sin(\alpha)}{g}$$

Dostrel dela je: $L(\alpha) = \frac{2v_0^2}{g}\cos(\alpha)\sin(\alpha)$

Optimálny uhol $\alpha$, pre ktorý získame najväčší dostrel vypočítame ako $\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = 0$.

## Zastrieľaj si z dela

Nájsť optimálny uhol $\alpha$, tak aby delo dostrelilo čo najďalej.




Poloha gule vystrelenej z dela v čase:

$x(t) = v_0 t \cos\alpha$

$y(t) = v_0 t \sin\alpha - 1/2gt^2$

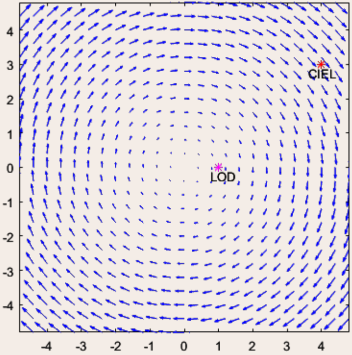
$$y(T) = 0 \Rightarrow v_0 T \sin(\alpha) - 1/2gT^2 = 0 \Rightarrow T = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$$

Dostrel dela je: $L(\alpha) = \frac{2v_0^2}{g}\cos(\alpha)\sin(\alpha)$

Optimálny uhol $\alpha$, pre ktorý získame najväčší dostrel vypočítame ako $\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = 0$.

## Plavba loďou

Ako správne kormidlovať loď, aby do cieľa prišla za čo najkratší čas?




$V$ - konštantná rýchlosť lode vzhľadom na vodu

$(u(x,y), v(x,y))$ - rýchlosť prúdu v smere osi $x$ a $y$

$x, y$ - poloha lode

$\alpha$ - uhol, pod ktorým kormidlujeme loď

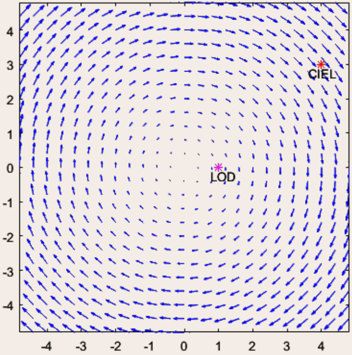
Celková rýchlosť lode:

$\dot{x}(t) = V\cos(\alpha(t)) + u(x,y)$

$\dot{y}(t) = V\sin(\alpha(t)) + v(x,y)$

## Plavba lod'ou

Ako správne kormidlovat' lod', aby do ciel'a prišla za čo najkratší čas?




$V$ - konštantná rýchlost' lode vzhl'adom na vodu

$(u(x,y), v(x,y))$ - rýchlost' prúdu v smere osi $x$ a $y$

$x, y$ - poloha lode

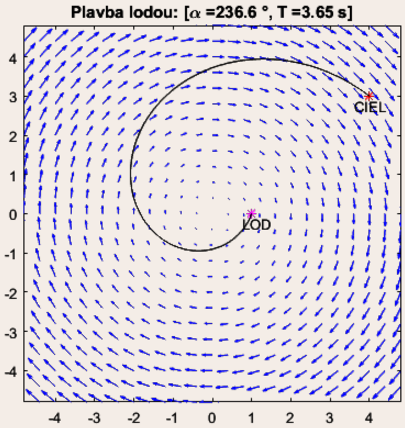
$\alpha$ - uhol, pod ktorým kormidlujeme lod'

Celková rýchlost' lode:

$$\dot{x}(t) = V\cos(\alpha(t)) + u(x,y)$$
$$\dot{y}(t) = V\sin(\alpha(t)) + v(x,y)$$

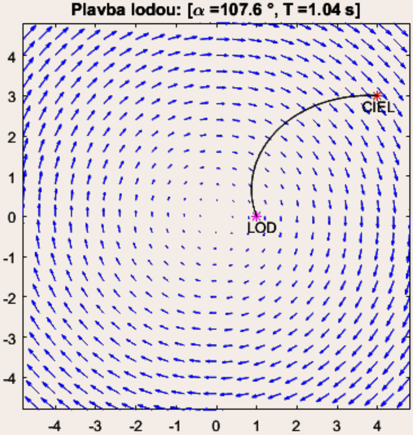
## Plavba loď'ou

Ako správne kormidlovat' loď', aby do ciel'a prišla za čo najkratší čas?



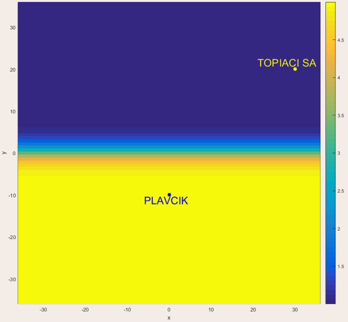
## Plavba loďou

Ako správne kormidlovať loď, aby do cieľa prišla za čo najkratší čas?



## Plavčík zachraňujúci topiaceho sa

Akou trasou sa plavčík najrýchlejšie dostane k topiacemu sa?




$V(x, y)$ - rýchlosť plavčíka, závisí od polohy plavčíka

$(u(x, y), v(x, y))$ - rýchlosť prúdu v smere osi $x$ a $y$

$x, y$ - poloha plavčíka

$\alpha$ - smer pohybu plavčíka

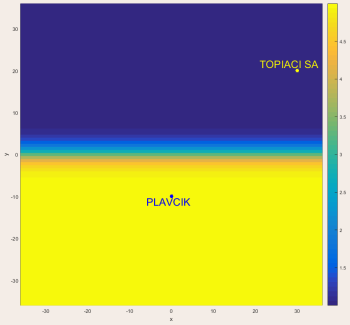
Rýchlosť plavčíka:

$$\dot{x}(t) = V(x, y)\cos(\alpha(t)) + u(x, y)$$

$$\dot{y}(t) = V(x, y)\sin(\alpha(t)) + v(x, y)$$

## Plavčík zachraňujúci topiaceho sa

Akou trasou sa plavčík najrýchlejšie dostane k topiacemu sa?




$V(x,y)$ - rýchlosť plavčíka, závisí od polohy plavčíka

$(u(x,y), v(x,y))$ - rýchlosť prúdu v smere osi $x$ a $y$

$x, y$ - poloha plavčíka

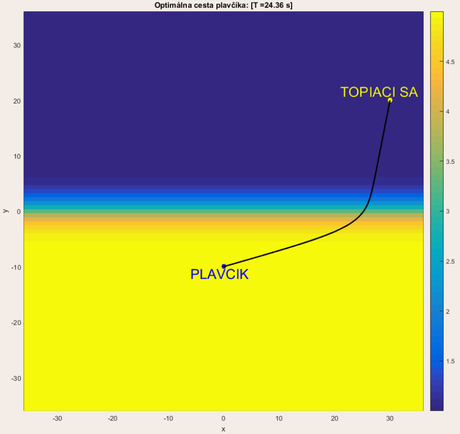
$\alpha$ - smer pohybu plavčíka

Rýchlosť plavčíka:

$$\dot{x}(t) = V(x,y)\cos(\alpha(t)) + u(x,y)$$
$$\dot{y}(t) = V(x,y)\sin(\alpha(t)) + v(x,y)$$

## Plavčík zachraňujúci topiaceho sa

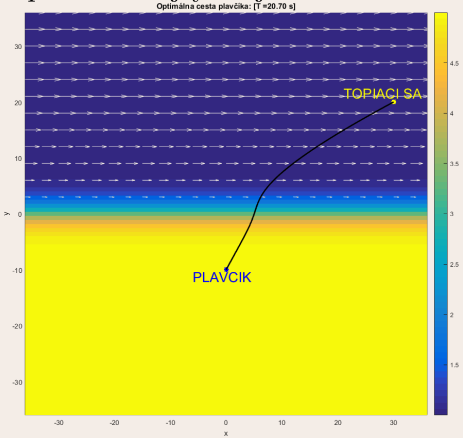
Akou cestou sa plavčíka najrýchlejšie dostane k topiacemu sa?




$$u(x, y) = v(x, y) = 0$$

## Plavčík zachraňujúci topiaceho sa

Akou cestou sa plavčíka najrýchlejšie dostane k topiacemu sa?




$$u(x,y) \neq 0 \text{ a } v(x,y) = 0$$

Ďakujem za pozornosť.