

Optimálne riadenie

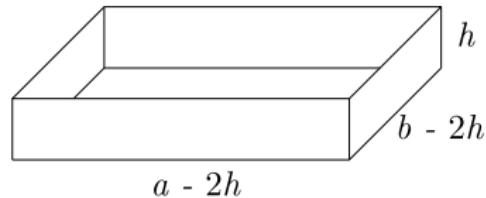
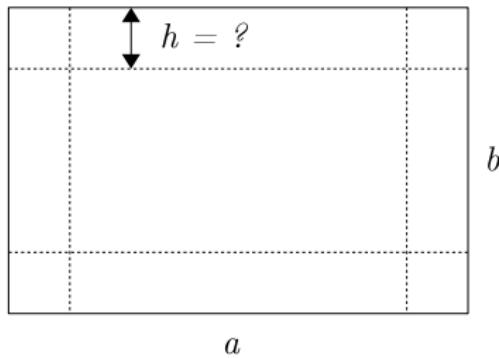
Seminár z matematicko-počítačového modelovania

Lukáš Tomek

8. Február 2014

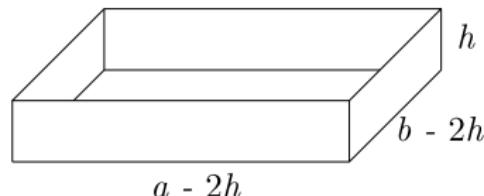
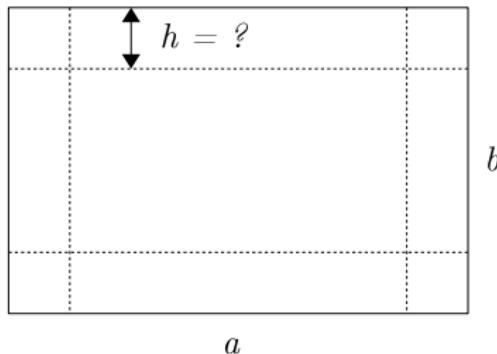
Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

Príklad 1: Ako urobiť z papiera A4 škatuľu s najväčším objemom?



Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

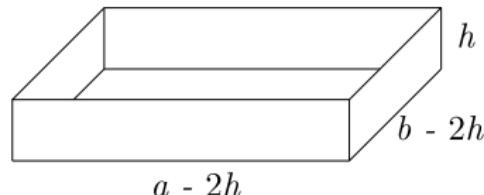
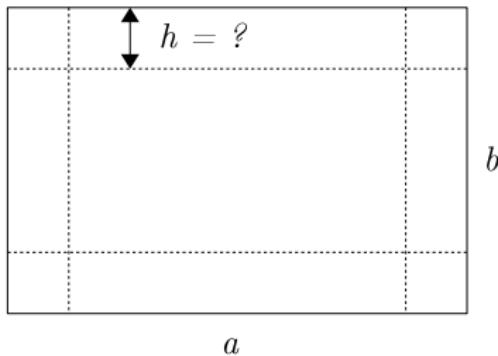
Príklad 1: Ako urobiť z papiera A4 škatuľu s najväčším objemom?



Objem škatule je: $V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h$

Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

Príklad 1: Ako urobiť z papiera A4 škatuľu s najväčším objemom?

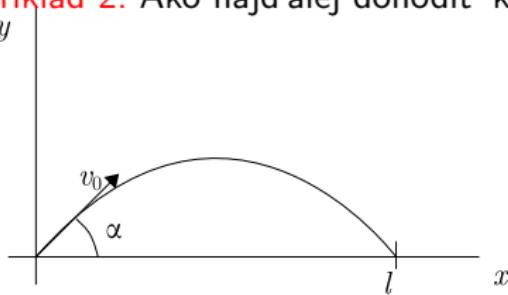


Objem škatule je: $V(h) = (a - 2h)(b - 2h)h$

Optimálne h , ktoré dá najväčší objem vypočítame z $\frac{dV(h)}{dh} = 0$.

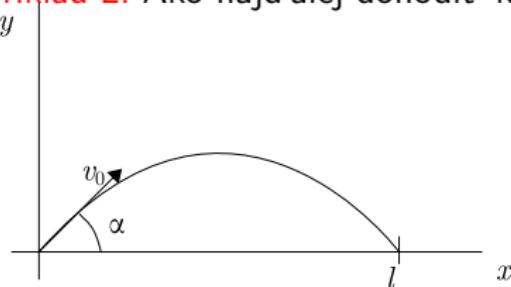
Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

Príklad 2: Ako najd'alej dohodiť kriketkou?



Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

Príklad 2: Ako najd'alej dohodiť kriketkou?



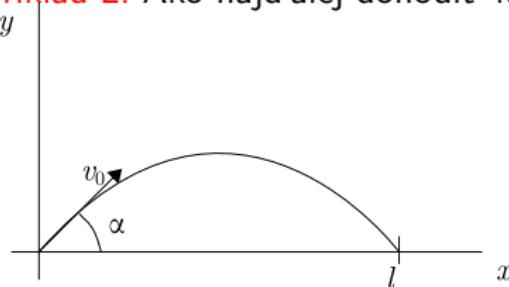
Poloha kriketky v čase

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha$$

$$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

Príklad 2: Ako najd'alej dohodiť kriketkou?



Poloha kriketky v čase

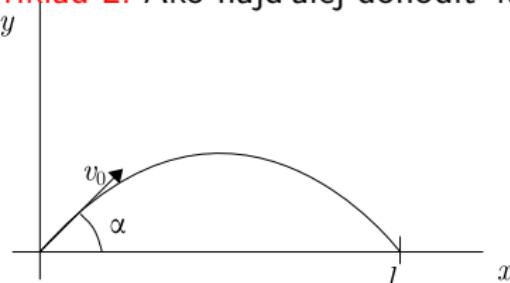
$$x(t) = v_0 t \cos \alpha$$

$$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

Dostrel je $I(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

Jednoduchá optimalizácia - optimálny parameter

Príklad 2: Ako najďalej dohodiť kriketkou?



Poloha kriketky v čase

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha$$

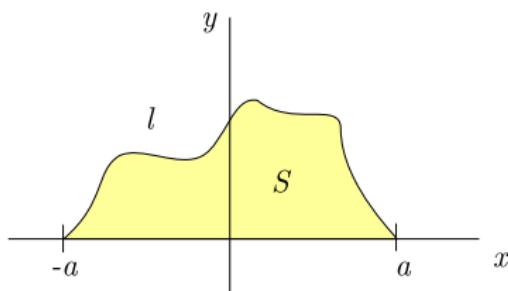
$$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

Dostrel je $l(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

Optimálne α zabezpečujúce maximálny dostrel vypočítame z $\frac{dl(\alpha)}{d\alpha} = 0$.

Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

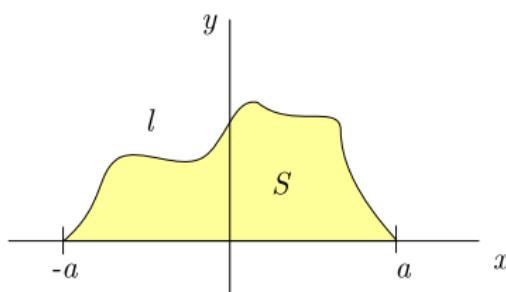
Príklad 1: Problém kráľovnej Dido. Nájst' tvar krvky v rovine xy fixnej dĺžky l ohraničujúcej maximálnu plochu S .



Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

Príklad 1: Problém kráľovnej Dido. Nájst' tvar krvky v rovine xy fixnej dĺžky l ohraničujúcej maximálnu plochu S .

Plocha sa počítá

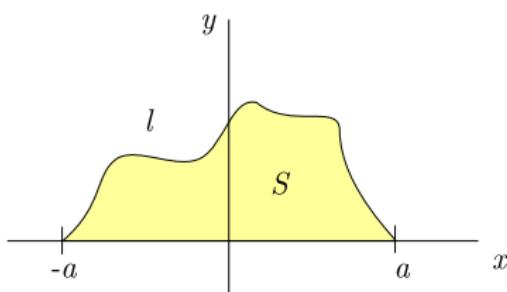


$$S[y(x)] = \int_{-a}^a y(x) dx$$

Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

Príklad 1: Problém kráľovnej Dido. Nájst' tvar krvky v rovine xy fixnej dĺžky l ohraničujúcej maximálnu plochu S .

Plocha sa počíta



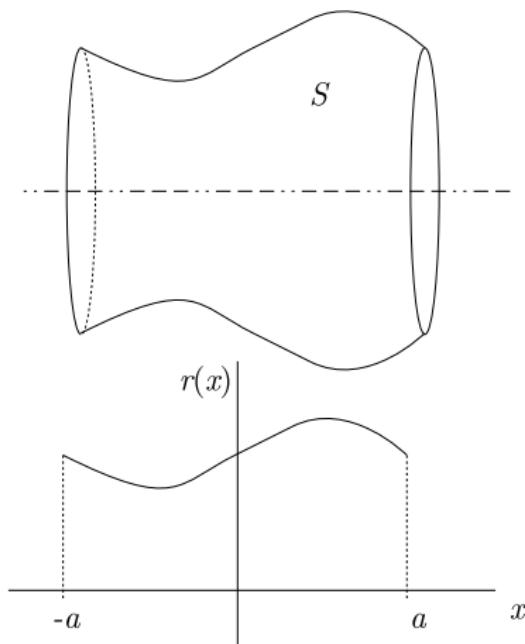
$$S[y(x)] = \int_{-a}^a y(x) dx$$

Dĺžka sa počíta

$$l[y(x)] = \int_{-a}^a \sqrt{1 + y'(x)^2} dx$$

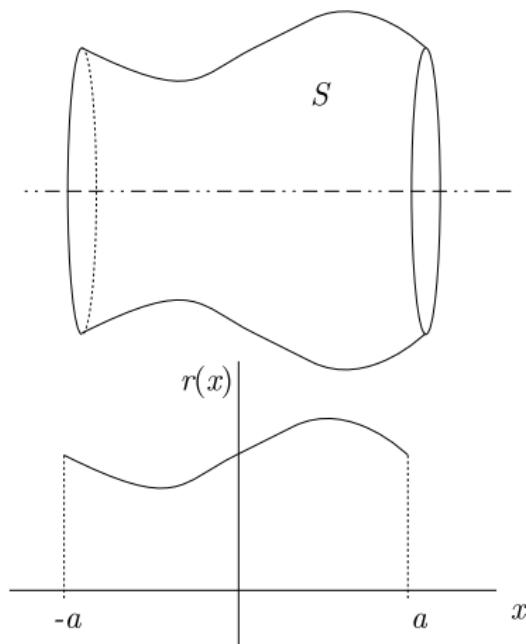
Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

Príklad 2: Mydlová blana. Aký je tvar mydlovej blany, ktorá sa nat'ahuje na dve súosové kružnice.



Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

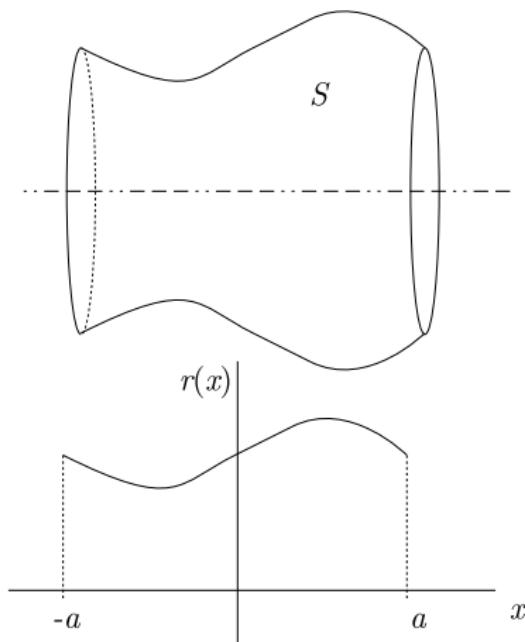
Príklad 2: Mydlová blana. Aký je tvar mydlovej blany, ktorá sa nat'ahuje na dve súosové kružnice.



Minimalizuje sa **povrchová energia** blany.

Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

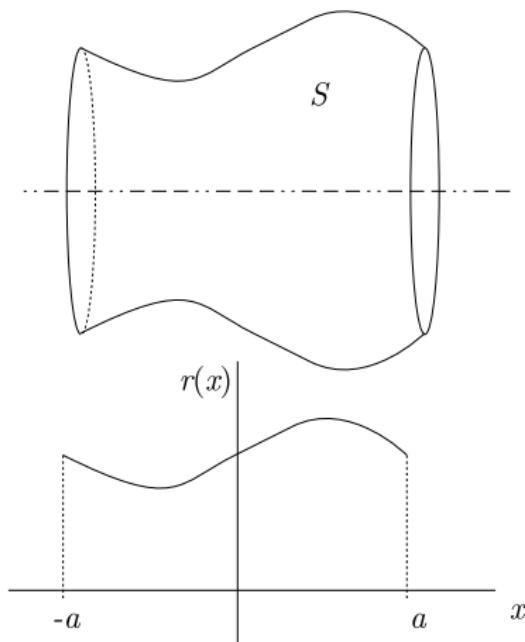
Príklad 2: Mydlová blana. Aký je tvar mydlovej blany, ktorá sa nat'ahuje na dve súosové kružnice.



Minimalizuje sa **povrchová energia** blany.
Povrchová energia je **úmerná ploche**
blany \Rightarrow minimalizuje sa plocha.

Zložitejšia optimalizácia - optimálna krvka

Príklad 2: Mydlová blana. Aký je tvar mydlovej blany, ktorá sa nat'ahuje na dve súosové kružnice.

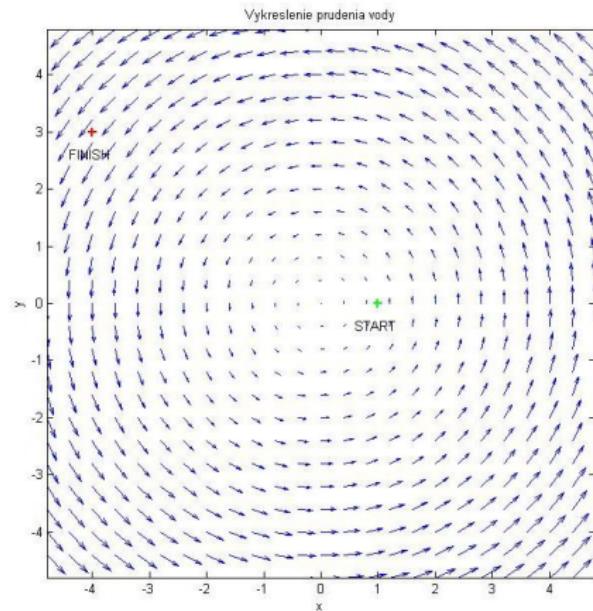


Minimalizuje sa **povrchová energia** blany.
Povrchová energia je **úmerná ploche**
blany \Rightarrow minimalizuje sa plocha.
Plocha sa počíta

$$S[r(x)] = 2\pi \int_{-a}^a r \sqrt{1 + r'(x)^2} dx$$

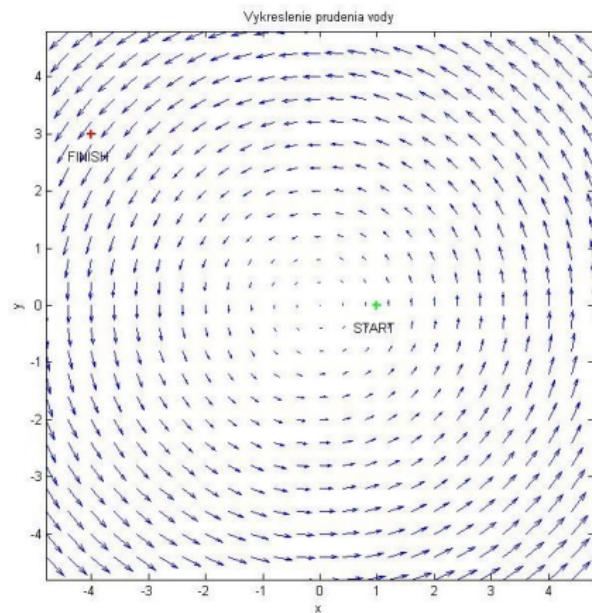
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori. Ako treba kormidlovať, aby sme do cieľ'a došli za najkratší čas?



Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori. Ako treba kormidlovať, aby sme do cieľ'a došli za najkratší čas?

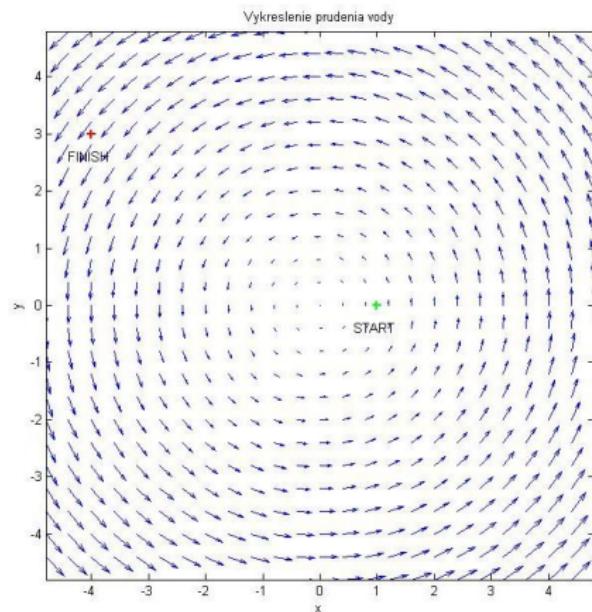


$(u(x, y), v(x, y))$ - rýchlosť prúdenia vody

V - rýchlosť lode vzhľadom na vodu

Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori. Ako treba kormidlovať, aby sme do cieľ'a došli za najkratší čas?

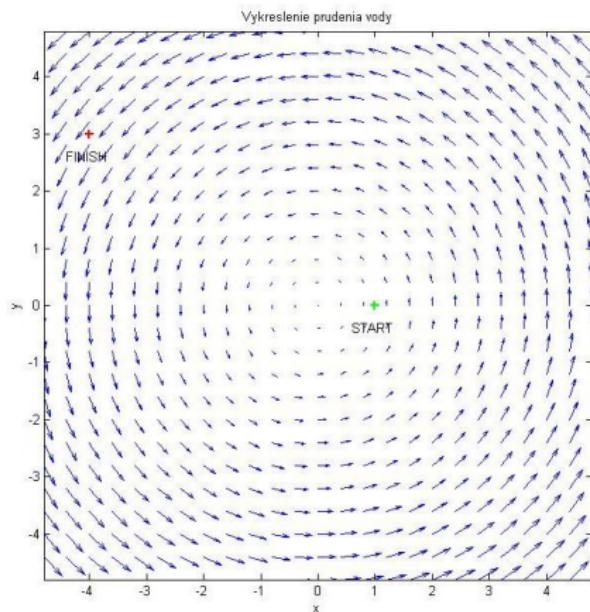


$(u(x, y), v(x, y))$ - rýchlosť prúdenia vody

V - rýchlosť lode vzhľadom na vodu
 x, y - poloha lode, stavové premenné

Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori. Ako treba kormidlovať, aby sme do cieľ'a došli za najkratší čas?

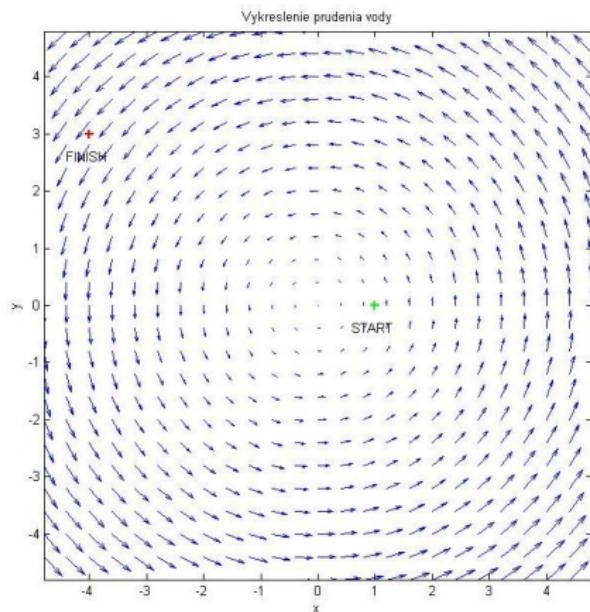


$(u(x, y), v(x, y))$ - rýchlosť prúdenia vody

V - rýchlosť lode vzhľadom na vodu
 x, y - poloha lode, **stavové premenné**
 φ - natočenie kormidla, **riadiaca premenná**

Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori. Ako treba kormidlovať, aby sme do cieľ'a došli za najkratší čas?



$(u(x,y), v(x,y))$ - rýchlosť prúdenia vody

V - rýchlosť lode vzhľadom na vodu

x, y - poloha lode, **stavové premenné**

φ - natočenie kormidla, **riadiaca premenná**

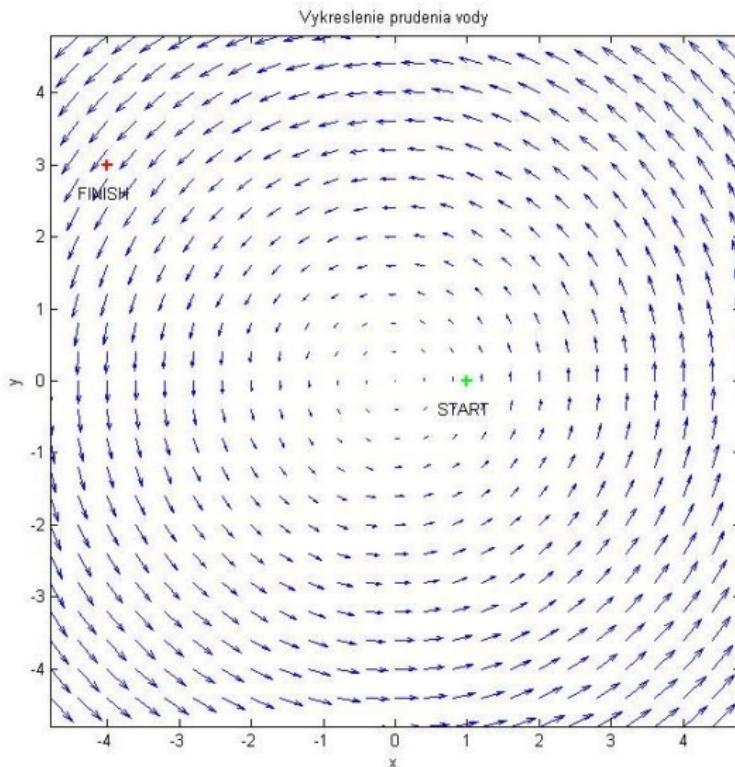
Celková rýchlosť lode

$$v_x = \dot{x} = V \cos \varphi + u(x, y)$$

$$v_y = \dot{y} = V \sin \varphi + v(x, y)$$

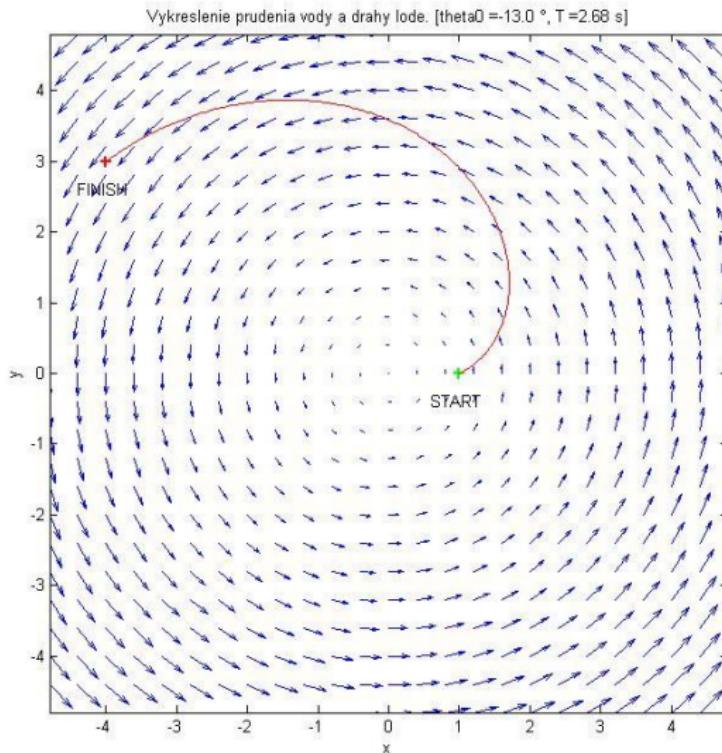
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori.



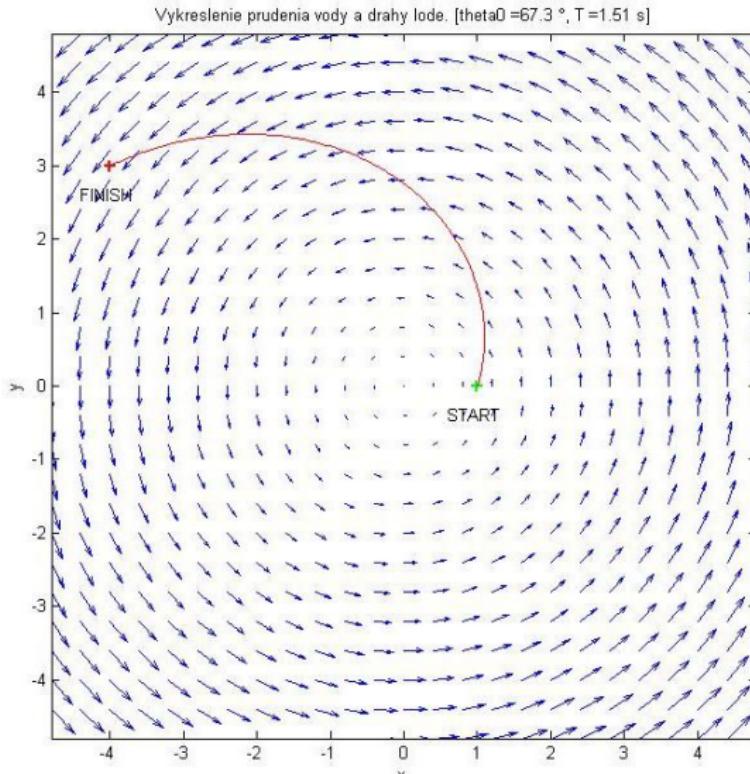
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori.



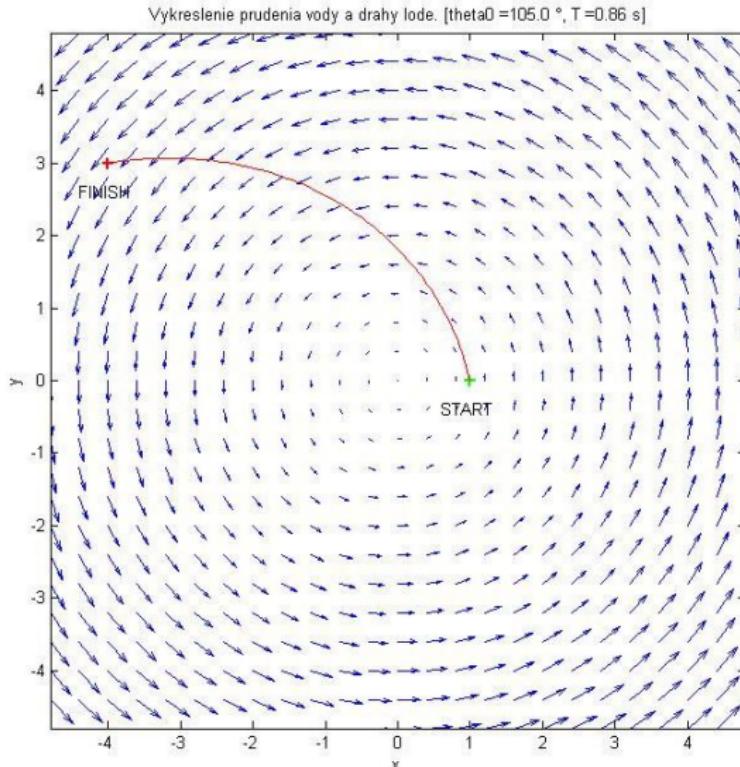
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori.



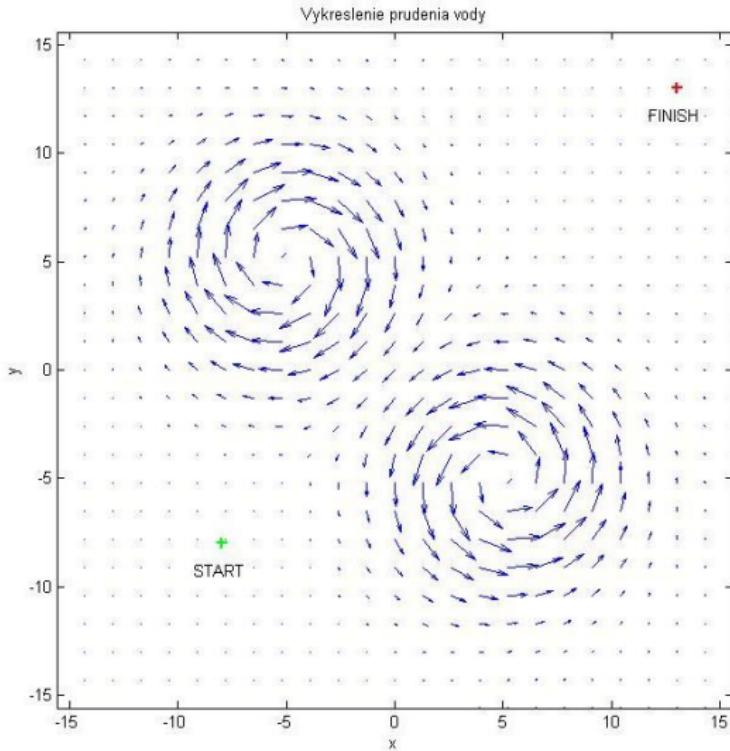
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori.



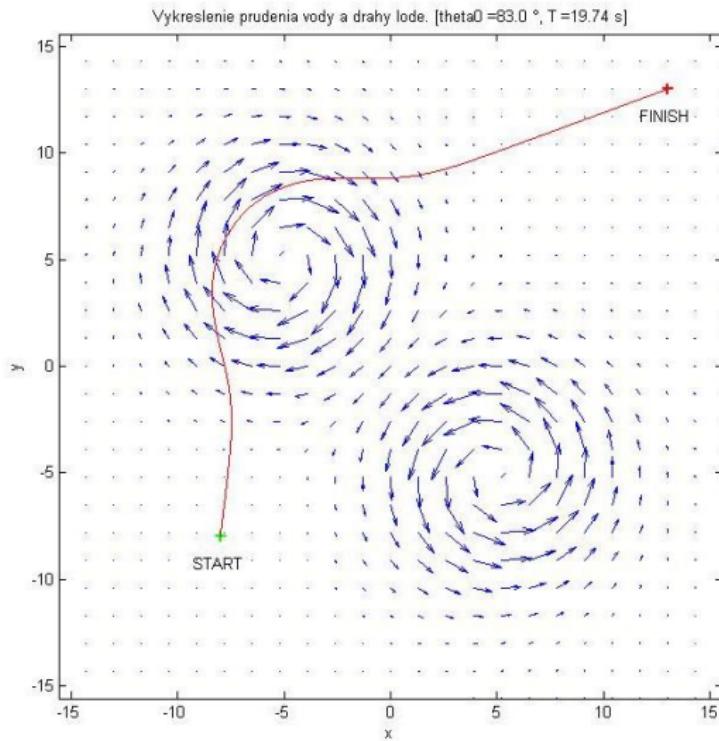
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lodou po prúdiacom mori.



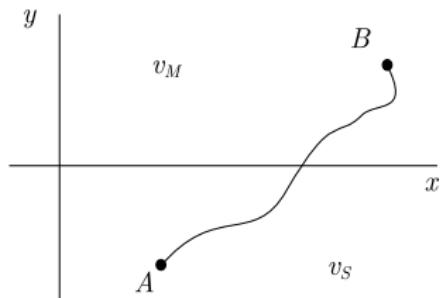
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 1: Plavba lod'ou po prúdiacom mori.



Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa. Kadiaľ má íst'?

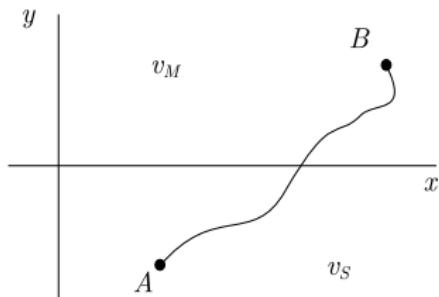


Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa. Kadiaľ má íst'?

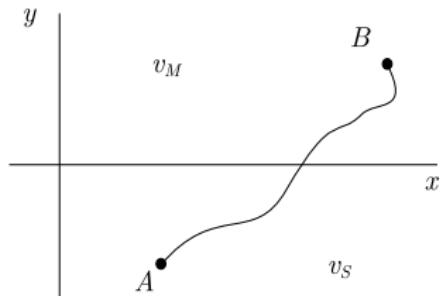
Znovu treba minimalizovať čas.

v_S, v_M - rýchlosť plavčíka na súši resp. v mori



Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa. Kadiaľ má íst?



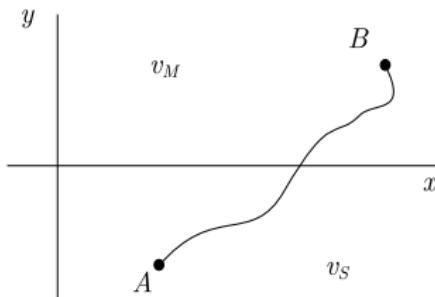
Znovu treba minimalizovať čas.

v_S, v_M - rýchlosť plavčíka na súši resp. v mori

x, y - poloha plavčíka, stavové premenné

Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa. Kadiaľ má íst'?



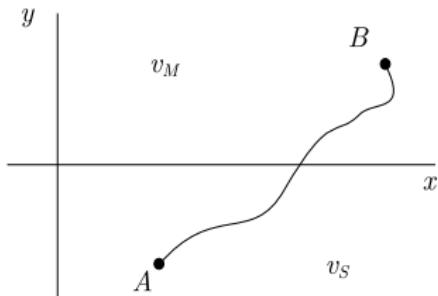
Znovu treba minimalizovať čas.

v_s, v_M - rýchlosť plavčíka na súši resp. v mori

x, y - poloha plavčíka, stavové premenné
 φ - smer pohybu, riadiaca premenná

Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa. Kadiaľ má íst'?



Znovu treba minimalizovať čas.

v_S, v_M - rýchlosť plavčíka na súši resp. v mori

x, y - poloha plavčíka, stavové premenné

φ - smer pohybu, riadiaca premenná

Rýchlosť plavčíka

$$y < 0$$

$$v_x = \dot{x} = v_S \cos \varphi$$

$$v_y = \dot{y} = v_S \sin \varphi$$

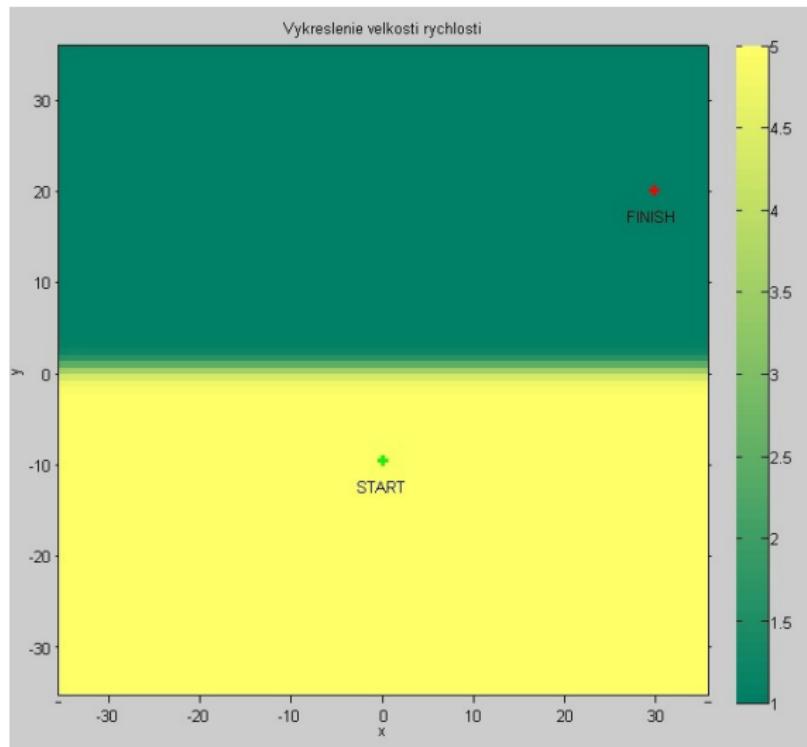
$$y > 0$$

$$v_x = \dot{x} = v_M \cos \varphi$$

$$v_y = \dot{y} = v_M \sin \varphi$$

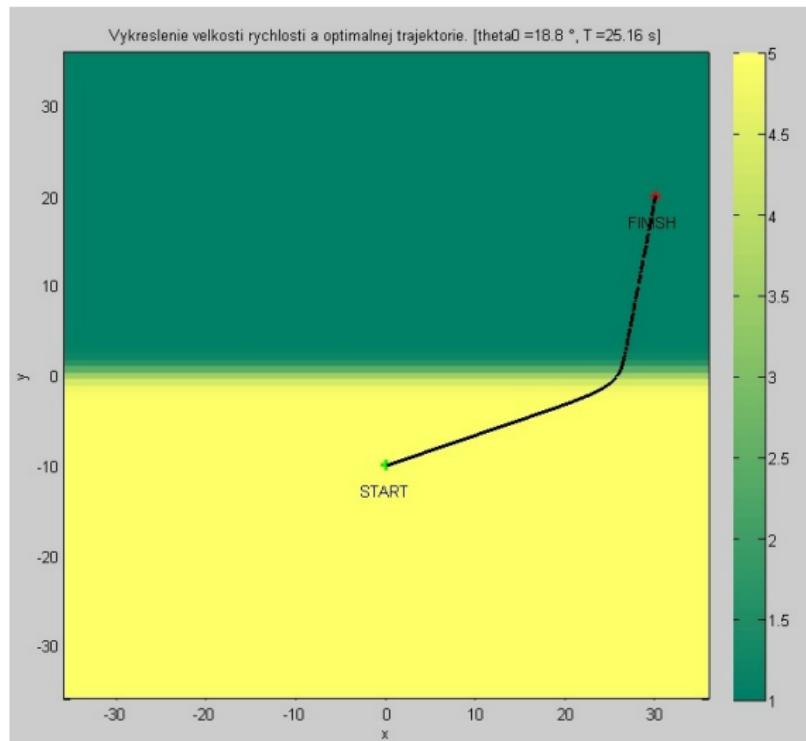
Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa.



Zložitejšia optimalizácia - optimálne riadenie

Príklad 2: Baywatch. Plavčík zachraňuje topiaceho sa.



Na čo je to optimálne riadenie ešte dobré?

- ▶ Robotika - optimálny pohyb mechanických zariadení

Na čo je to optimálne riadenie ešte dobré?

- ▶ Robotika - optimálny pohyb mechanických zariadení
- ▶ Kozmonautika - optimálizácia spotreby paliva rakety

Na čo je to optimálne riadenie ešte dobré?

- ▶ Robotika - optimálny pohyb mechanických zariadení
- ▶ Kozmonautika - optimálizácia spotreby paliva rakety
- ▶ Ekológia - optimalizácia spotreby prírodných zdrojov

Na čo je to optimálne riadenie ešte dobré?

- ▶ Robotika - optimálny pohyb mechanických zariadení
- ▶ Kozmonautika - optimálizácia spotreby paliva rakety
- ▶ Ekológia - optimalizácia spotreby prírodných zdrojov
- ▶ Ekonómia

Na čo je to optimálne riadenie ešte dobré?

- ▶ Robotika - optimálny pohyb mechanických zariadení
- ▶ Kozmonautika - optimálizácia spotreby paliva rakety
- ▶ Ekológia - optimalizácia spotreby prírodných zdrojov
- ▶ Ekonómia
- ▶ ...

Na čo je to optimálne riadenie ešte dobré?

- ▶ Robotika - optimálny pohyb mechanických zariadení
- ▶ Kozmonautika - optimálizácia spotreby paliva rakety
- ▶ Ekológia - optimalizácia spotreby prírodných zdrojov
- ▶ Ekonómia
- ▶ ...
- ▶ Pre **radost' z poznania** :-)