

Matematicko-Počítačové modelovanie v biomechanike

Seminár z matematicko – počítačového modelovania, Bratislava február 2014

Otázky k 2. testu z Biomechaniky 2013/2014

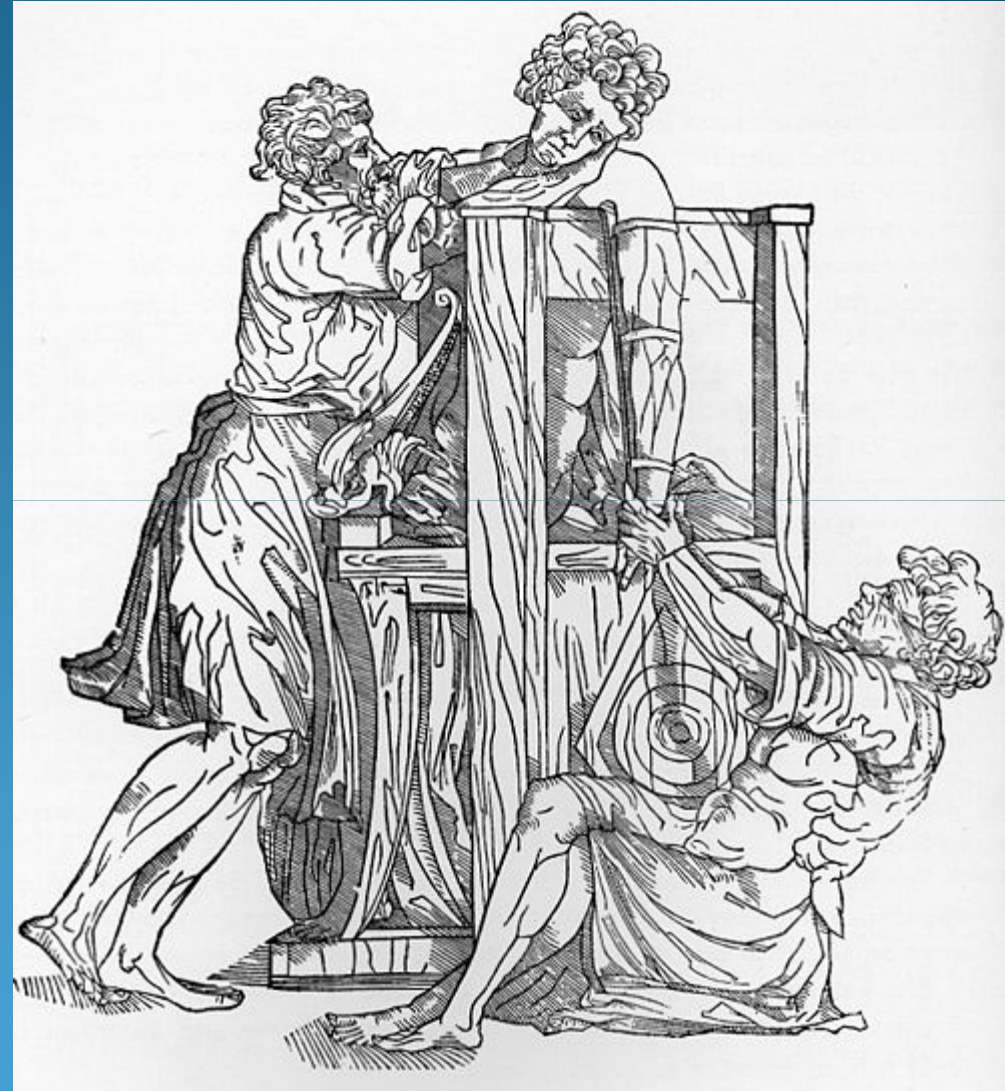
1. Základné biomechanické problémy živého tkaniva. Charakteristika epitelu, svalového tkaniva a medzibunkovej hmoty. Väzivové tkanivo.
2. Popis vnútorných síl a deformácií. Konečné deformácie a typy tenzorov, ich matematická reprezentácia
3. Vázkopružnosť živého tkaniva, typy modelov a ich konštitutívne rovnice. Charakteristiky Maxwellovho, Voightovho a Kelvinovho telesa z hľadiska procesov dotvarovania a relaxácie.
4. Mechanické vlastnosti väziva, jeho skladba a typy buniek, ktoré ho vytvárajú. Popis buniek väziva.
5. Druhy väziva a ich funkcie.
6. Biomechanika normálnych a zdravých väzív.
7. Mechanické vlastnosti kostného väziva a jeho konštitutívne rovnice (Morganov a Eldenov vzťah). Hysterézne slučky. Čo ovplyvňuje mechanické vlastnosti väzivového tkaniva.
8. Mechanické vlastnosti šliach a ich funkcie. Typická krivka závislosti "napätie - deformácia" pri zaťažení a odľahčení.
9. Bioelasticita biologického materiálu a vplyv tepelnej aktivácie. Prírastok vnútornej energie vlákna. Kedy hovoríme o elasticite U typu a kedy o elasticite typu S. Čo nazývame aktívnym transportom a kedy vzniká_
10. Biomechanika srdcového svalu. Schémy naplňania ľavej srdcovej komory. Čo je to systola a diastola – charakterizujte ich.
11. Deformabilita červených krviniek. Popis tvaru erytrocytu. Tvar a sily pôsobiace na bifokálnu doštičku. Model erytrocytu z hľadiska mechaniky kontinua a druh napätosti, ktorý v ňom vzniká.

Čo je biomechanika

- **transdisciplinárny obor**, ktorý sa zaoberá mechanickou štruktúrou, mechanickým správaním a mechanickými vlastnosťami živého organizmu a jeho častí, mechanickými interakciami medzi nimi a vonkajším okolím
- **interakcia poznatkov** z klasických odborov – biológia, technická mechanika, matematika, fyzika, biofyzika, náuka o materiáloch, morfológia, atď.
- **aplikácia** výsledkov bádania – klinické lekárske obory, športové lekárstvo, technické obory, prírodné vedy, poľnohospodárstvo, ekológia atď.
- **Makrobiomechanika** - charakteristický je makroskopický („agregatívny“) prístup - orgány, orgánové štruktúry a anatomicky ohraničené tkanivové komponenty a ich vzájomnú mechanickú interakciu (napr. pohyb v lakt'ovom kĺbe a jeho zaistenie kooperujúcou svalovou skupinou)
- **Mikrobiomechanika** - mikroskopický („celulárny“ a subcelulárny“) prístup k štruktúre a správaniu sa sledovaného objektu – rozlišujú sa jednotlivé bunky, bunkové komplexy, medzibunkové, skúma sa ich vzájomná komunikácia (napr. mechanická interakcia medzi aktinom a myosinom v priebehu svalovej kontrakcie).

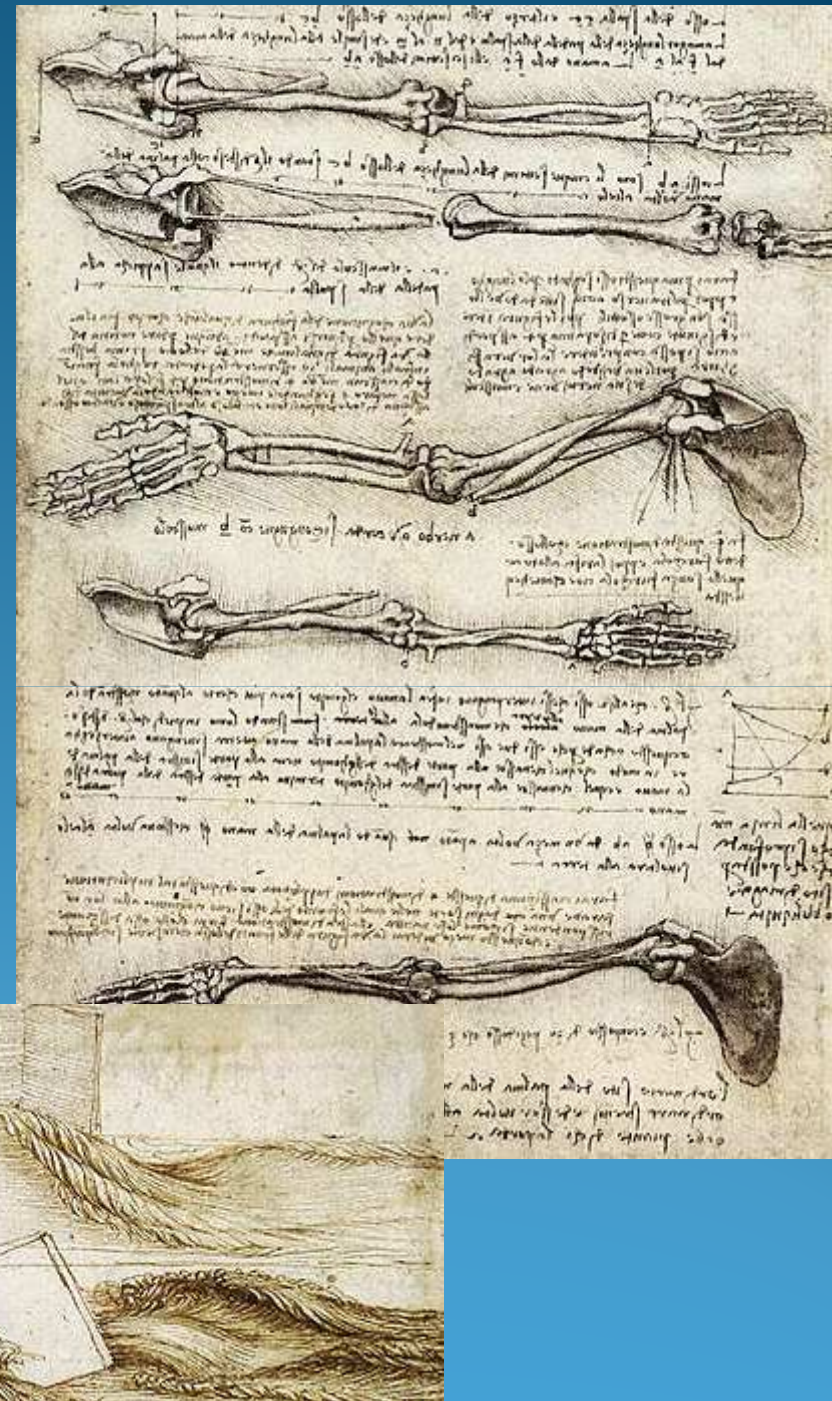
Trocha histórie

- **Aristoteles** (384 – 322 pred Kr.)
- „O častiach živých tvorov“
- **Hippokrates** (460 – 380 pred Kr.)



Trocha histórie

- *Leonardo da Vinci*,
génius stredoveku
pozorovanie, analýzy, štúdie letu vtákov,
stavby kosti, ...,
inicioval záujem svojich nasledovníkov

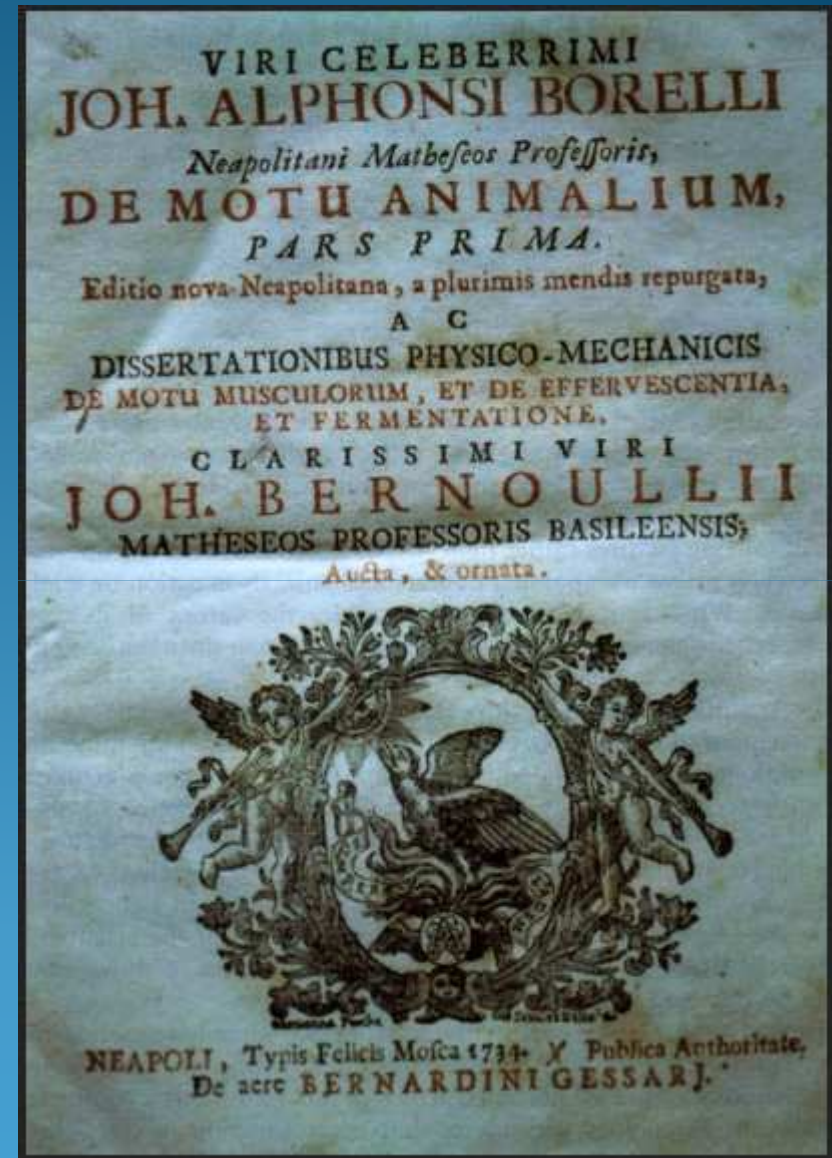


Trocha histórie

- **Giovani Alfonso Borelli** (1604 – 1680)

zakladateľ biomechaniky

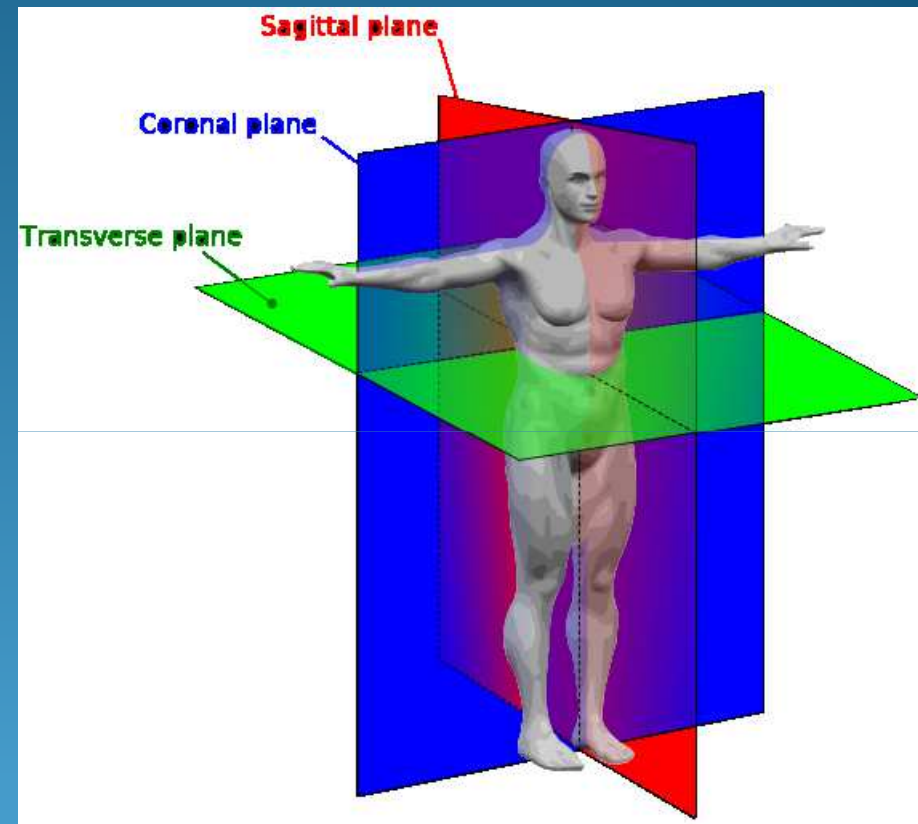
napísal prvú fundamentálnu štúdiu tohto odboru, DE MOTU ANIMALIUM



- Základy anatómie
- Geometria človeka - anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán → sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj tekutín – sila, moment sily, napätie, deformácia
- Biomechanické modely

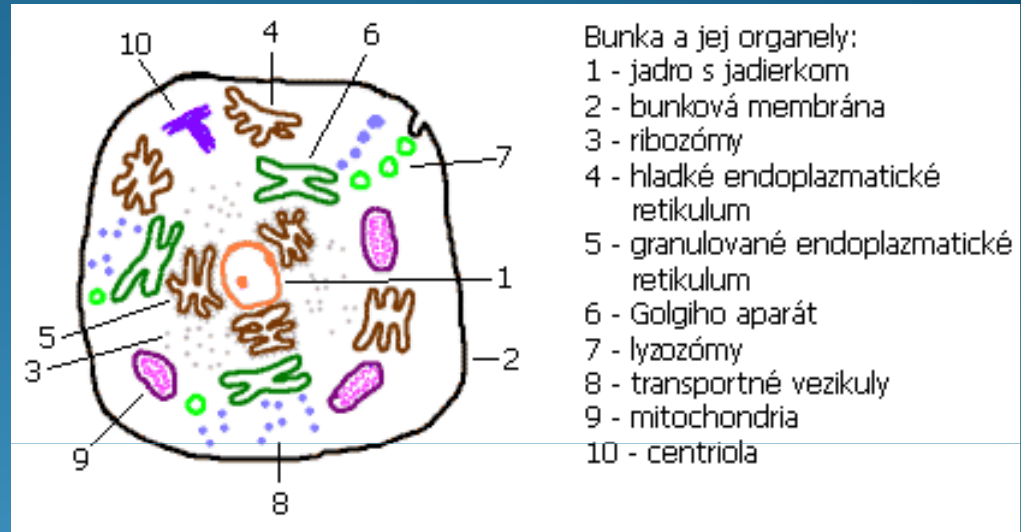


- Základy anatómie
- Geometria človeka - anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia
- Biomechanické modely

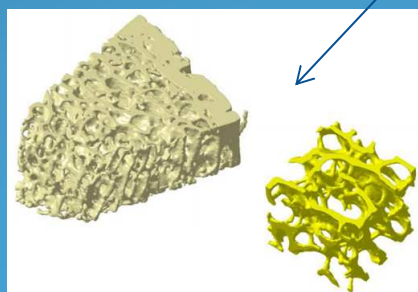
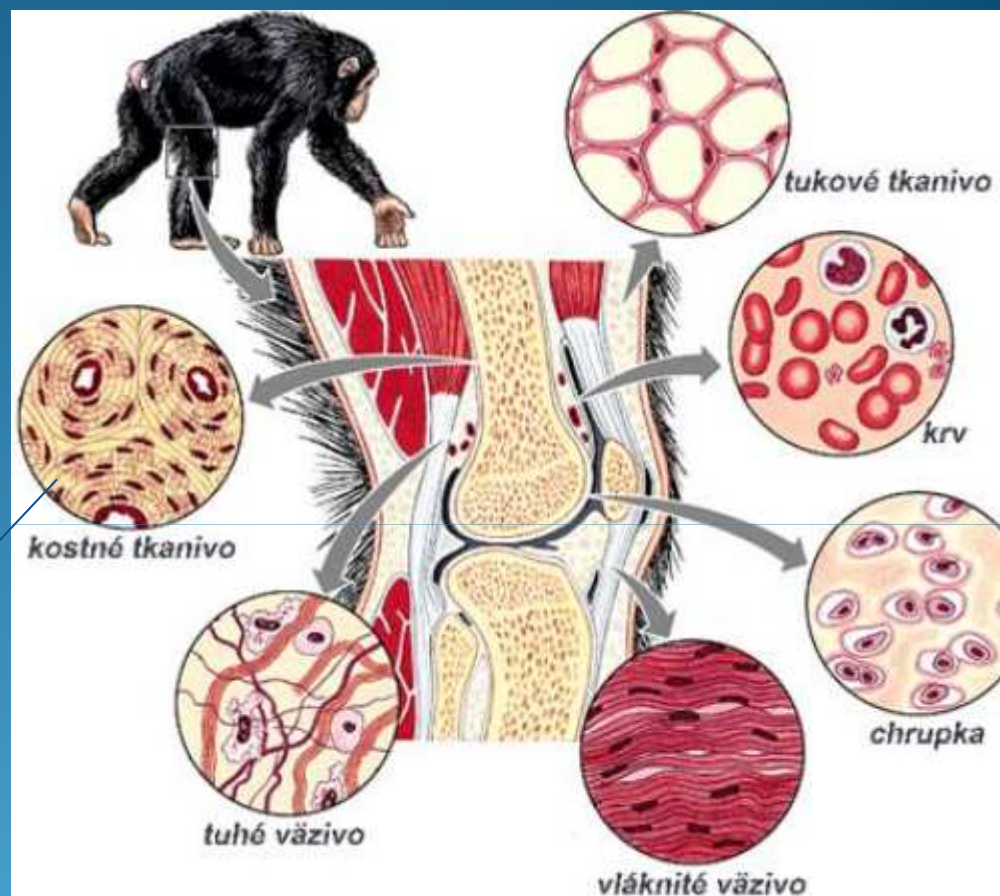


- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia
- Biomechanické modely

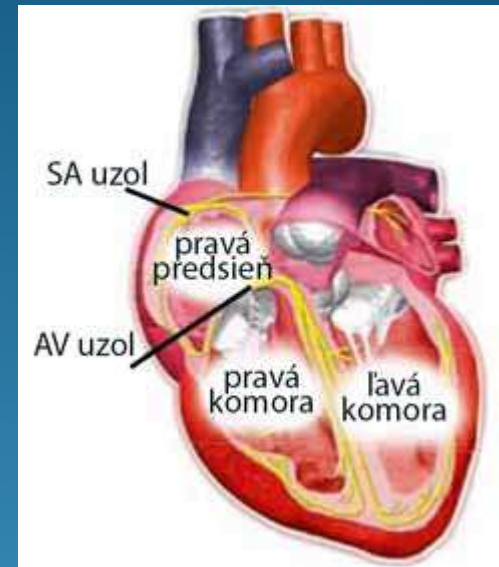
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán → sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj tekutín – sila, moment sily, napätie, deformácia
- Biomechanické modely



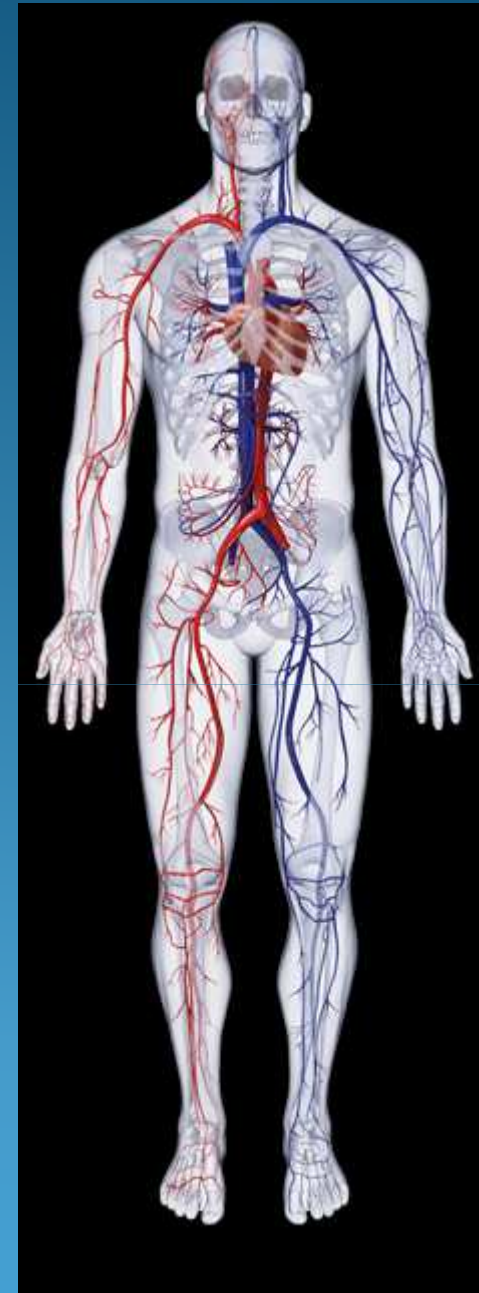
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → **tkanivo** → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia
- Biomechanické modely

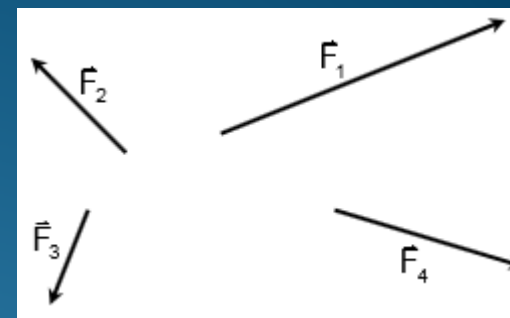
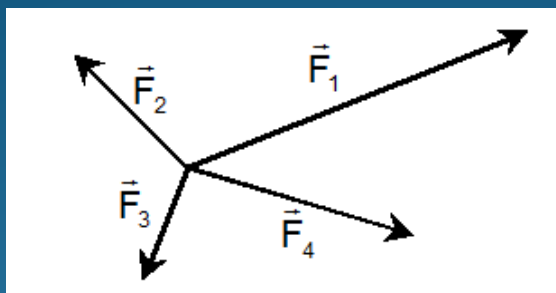


- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → **orgán** →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia
- Biomechanické modely

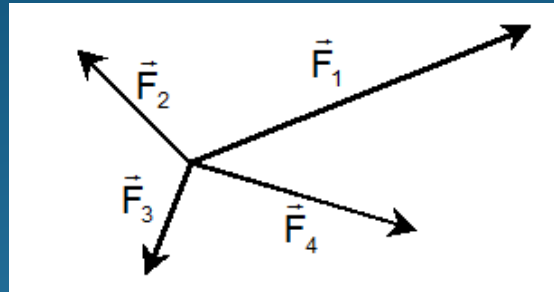


- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia
- Biomechanické modely

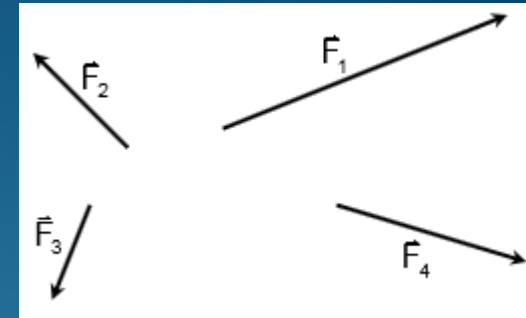




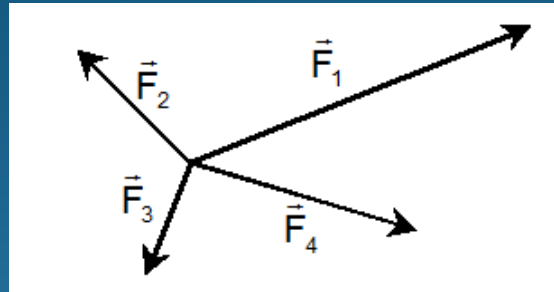
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – **sila, moment sily**, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely



$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$
$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$

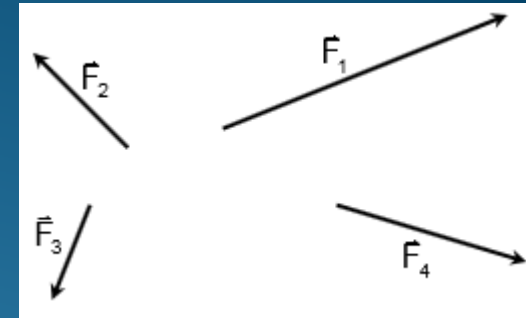


- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely

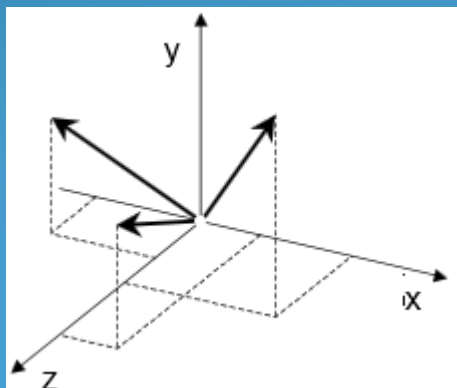


$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$

$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$



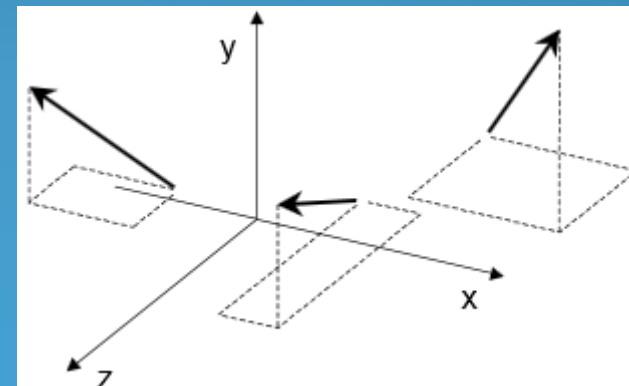
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – **sila, moment sily**, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely

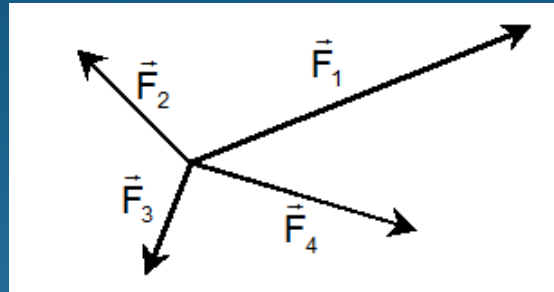


$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$

$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$

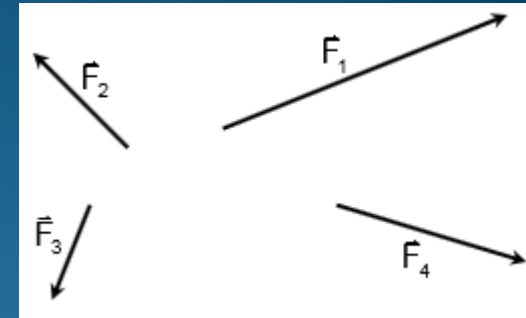
$$F_{Vz} = \sum_i F_{iz}$$



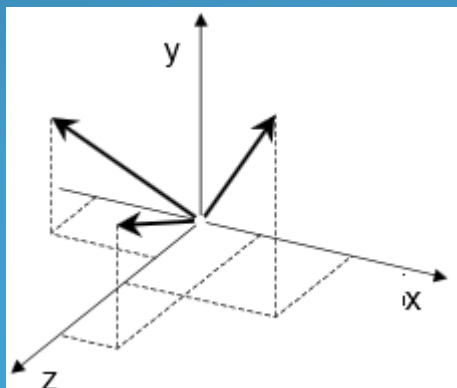
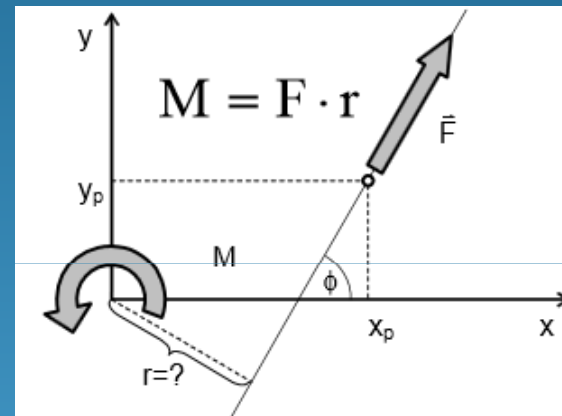


$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$

$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$



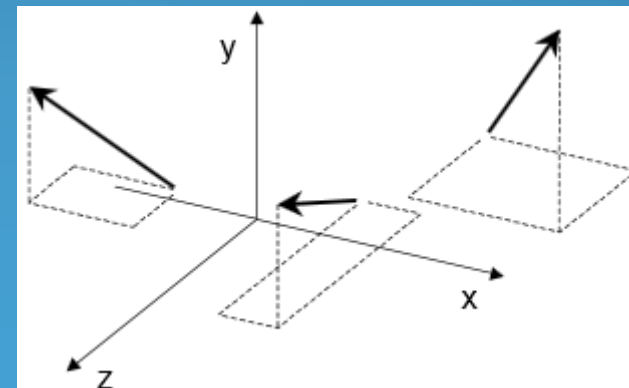
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – **sila, moment sily**, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely

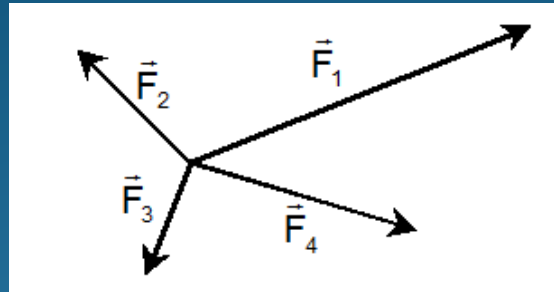


$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$

$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$

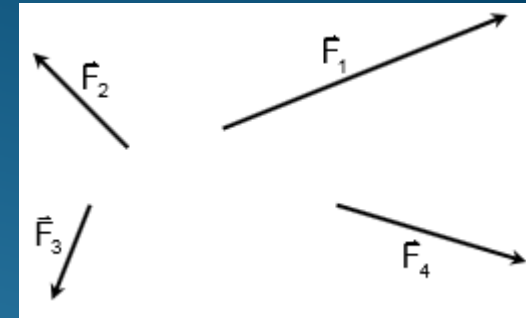
$$F_{Vz} = \sum_i F_{iz}$$



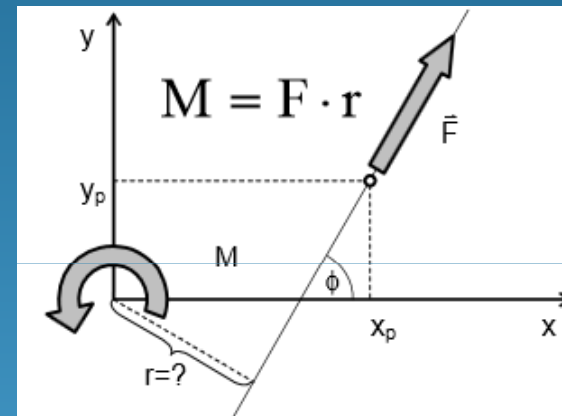


$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$

$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$



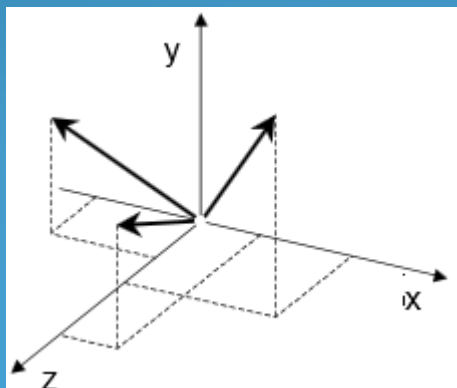
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán → sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj tekutín – sila, moment sily, napätie, deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely



$$M_{Vx} = \sum_i M_{ix}$$

$$M_{Vy} = \sum_i M_{iy}$$

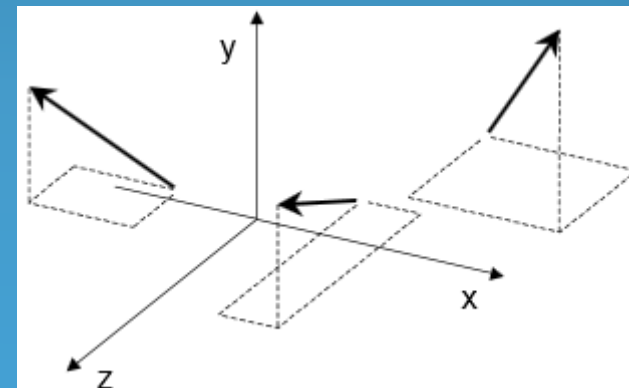
$$M_{Vz} = \sum_i M_{iz}$$



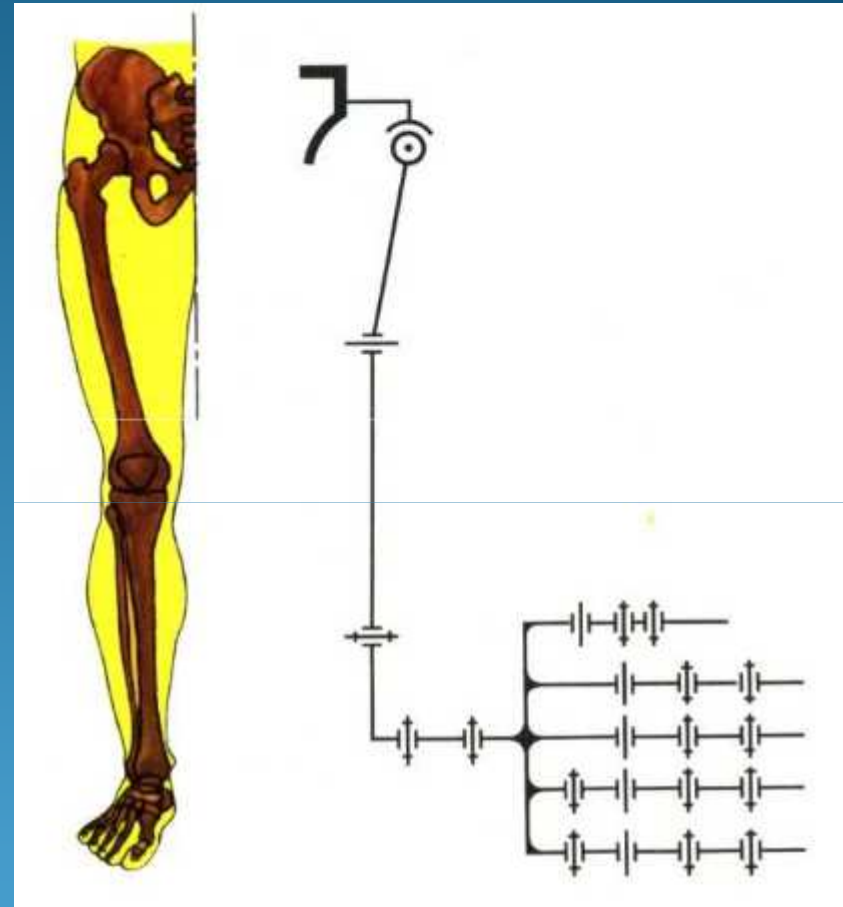
$$F_{Vx} = \sum_i F_{ix}$$

$$F_{Vy} = \sum_i F_{iy}$$

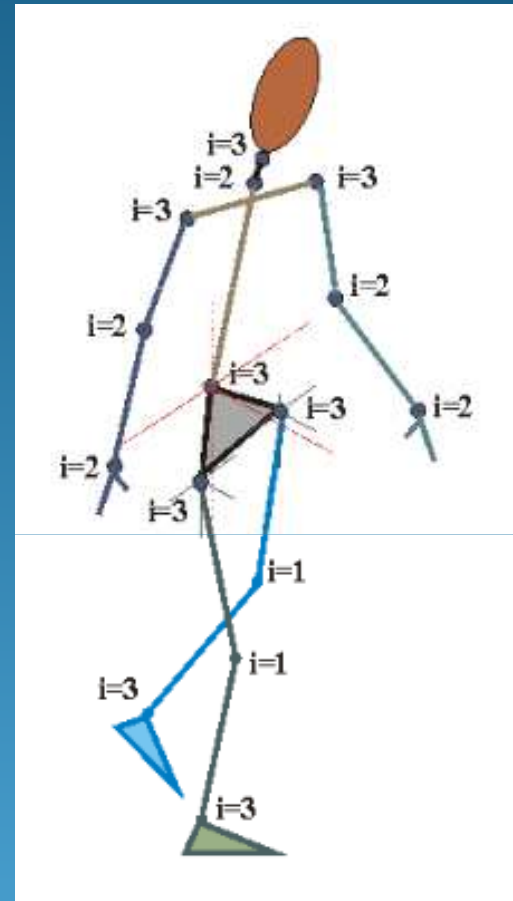
$$F_{Vz} = \sum_i F_{iz}$$



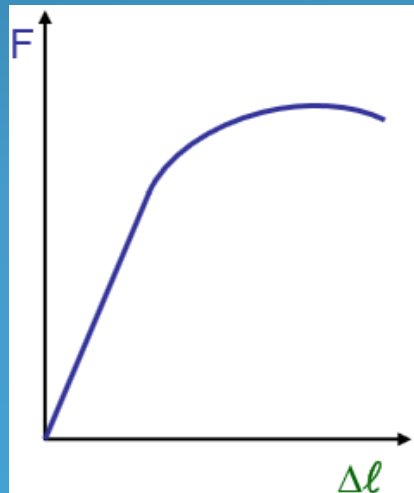
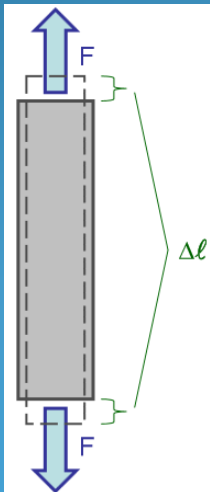
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia, **stupne voľnosti**
- Biomechanické modely



- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia, **stupne voľnosti**
- Biomechanické modely

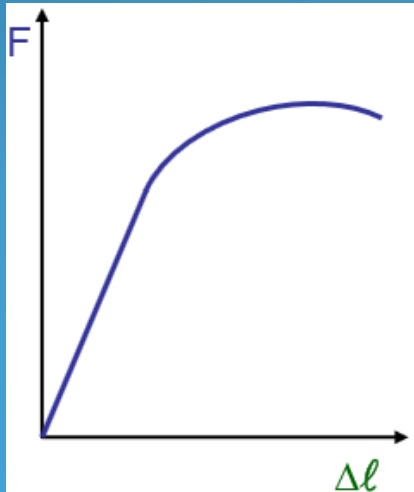
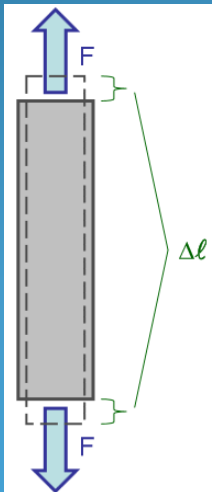


- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely

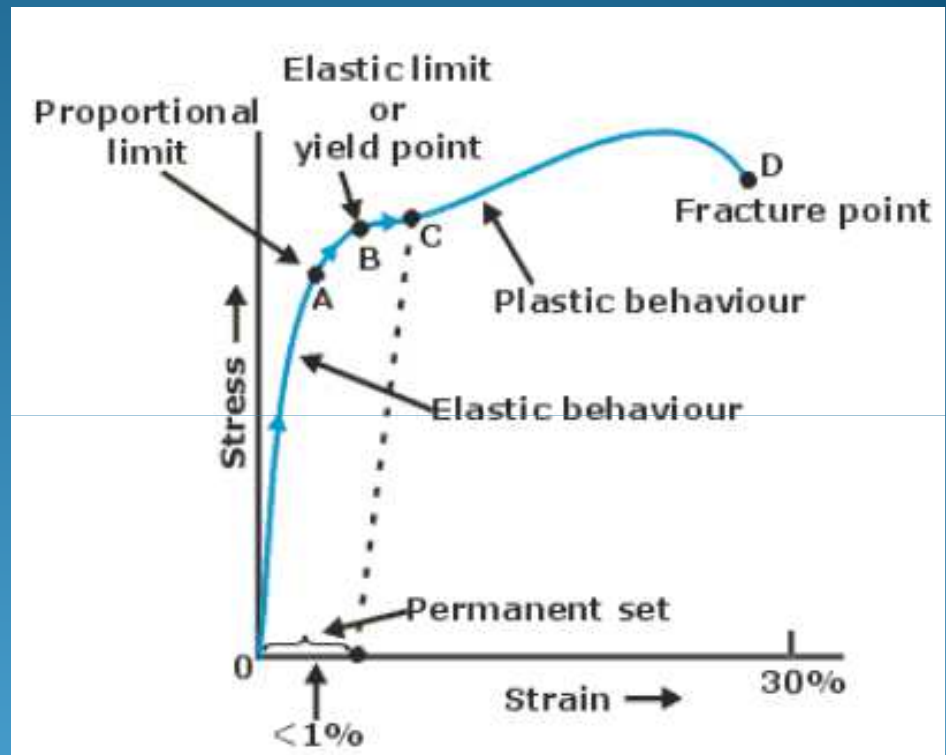


$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

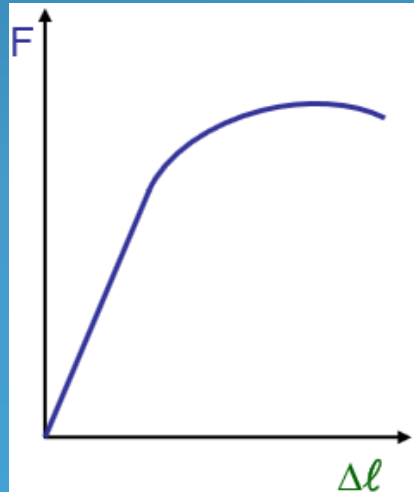
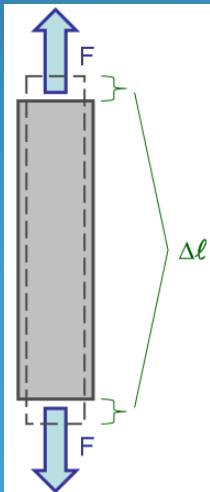
- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely



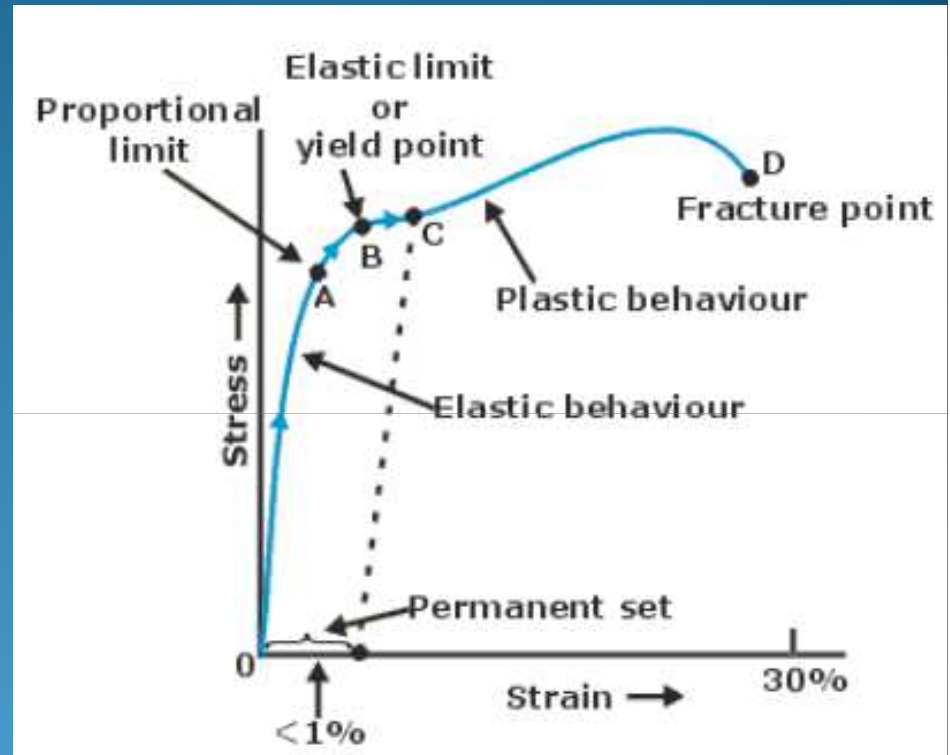
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$



- Základy anatómie
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- Základy mechaniky tuhých telies aj
tekutín – sila, moment sily, napätie,
deformácia, stupne voľnosti
- Biomechanické modely



$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$



$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

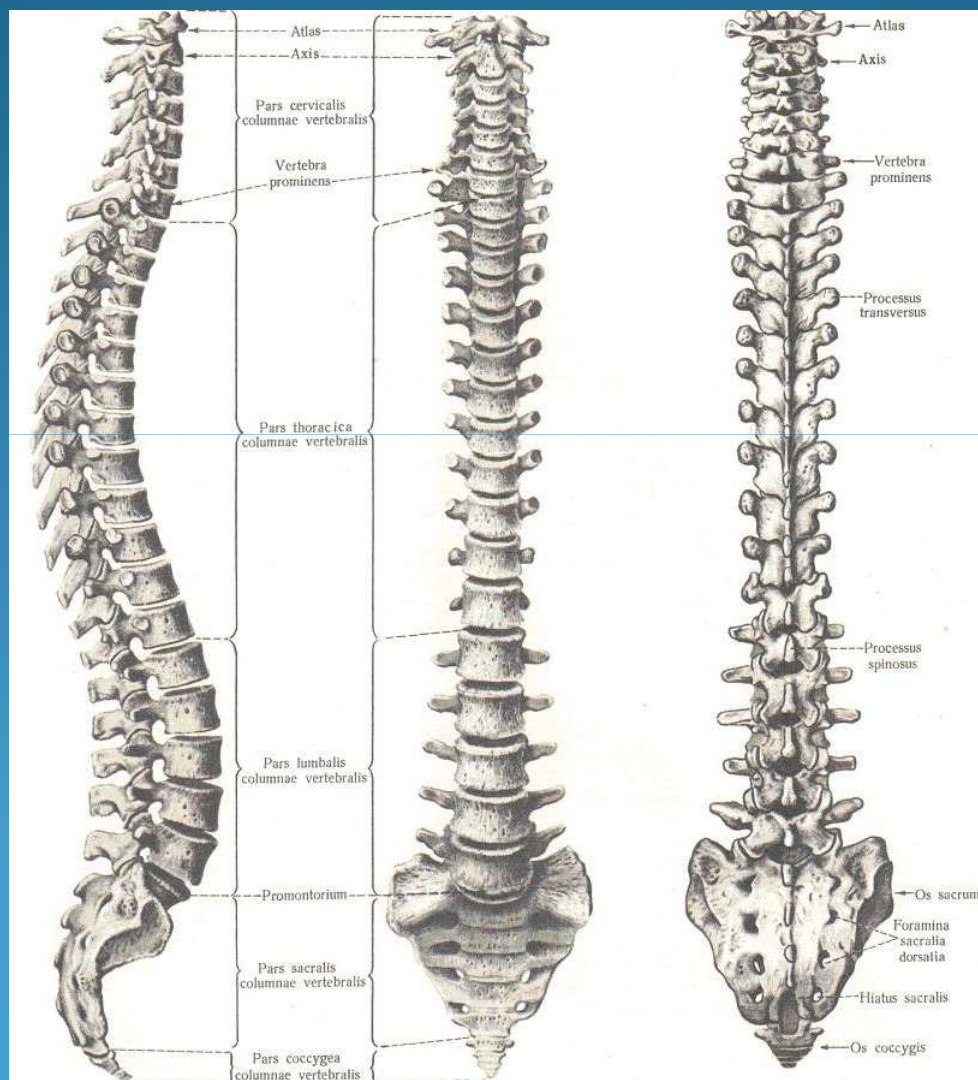
Hookov zákon

- **Základy anatómie** -
- Anatomické roviny, polohy a smery
- Stavba organizmu:
bunka → tkanivo → orgán →
sústava
- **Základy mechaniky** tuhých telies
aj tekutín – sila, moment sily,
napätie, deformácia
- Biomechanické modely

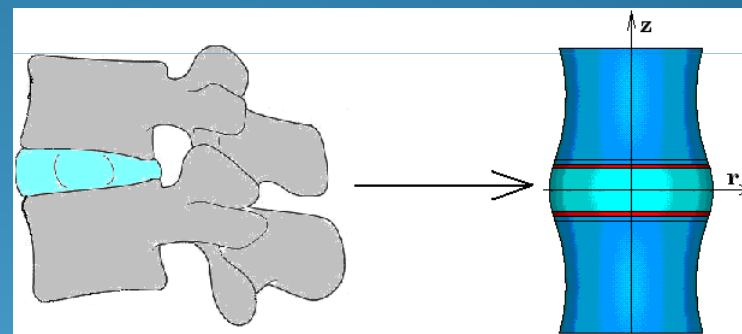
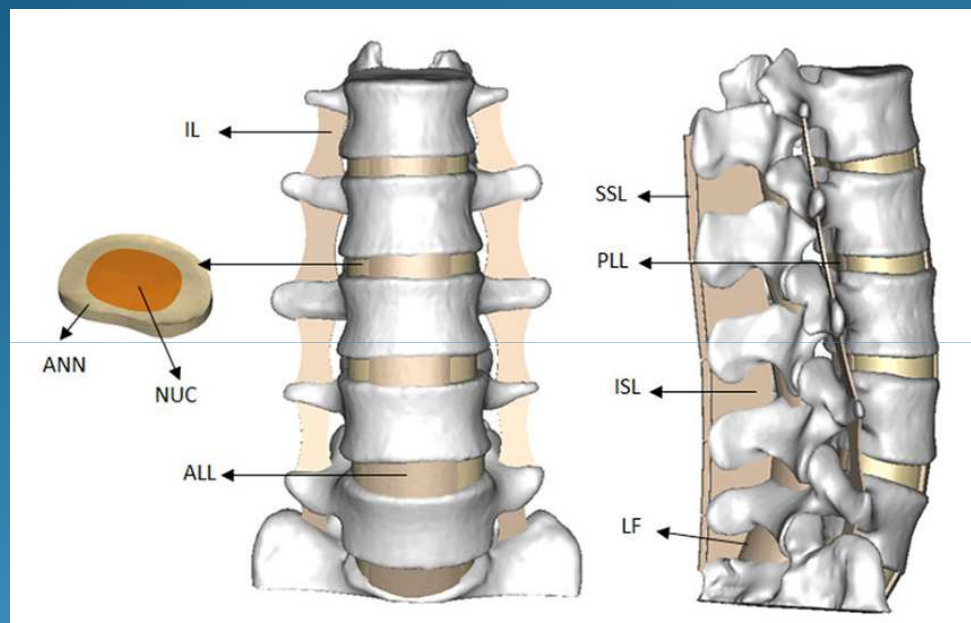
Štruktúra biomechaniky:

- biomechanika svalovo - kostrového systému
 - biomechanika kĺbu (kolenného, bedrového, ...)
 - biomechanika chrbtice
 - biomechanika dlhých a krátkych kostí
 - biomechanika svalov
- biomechanika srdcovo – cievnej sústavy
 - biomechanika srdca
 - biomechanika ciev
 - biomechanika žíl
- biomechanika dýchacej sústavy
 - biomechanika pohybu bránice
- biomechanika tkanív
-

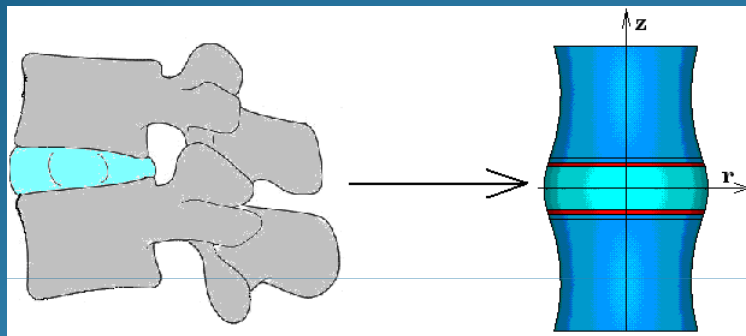
Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



Stavec platnička stavec – kontaktná úloha

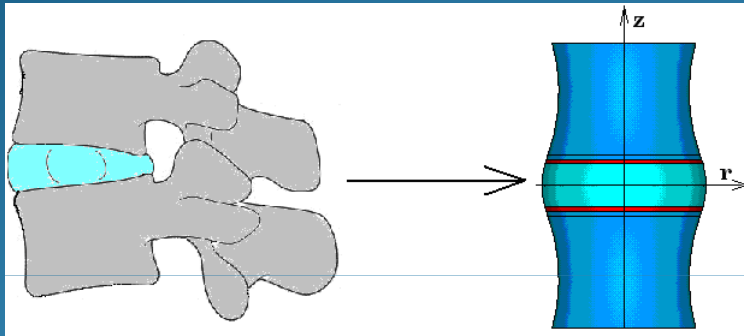


Stavec platnička stavec
– kontaktná úloha



$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{rr} \\ e_{zz} \\ e_{\theta\theta} \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{u}$$

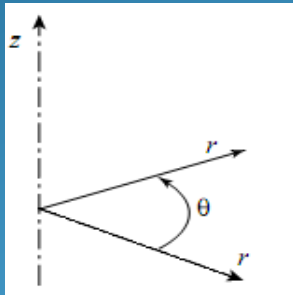
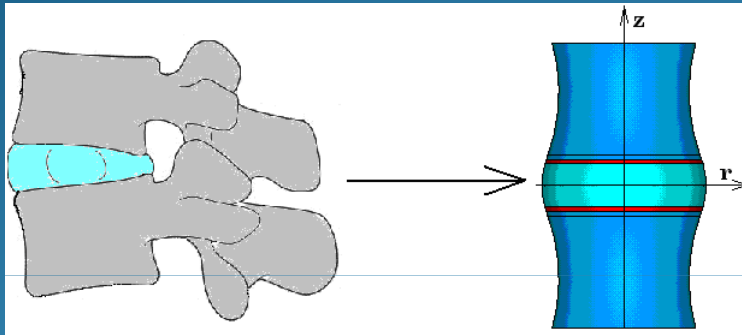
Stavec platnička stavec
– kontaktná úloha



$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{rr} \\ e_{zz} \\ e_{\theta\theta} \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{u}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{rz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{rr} \\ e_{zz} \\ e_{\theta\theta} \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \mathbf{E}\mathbf{e}$$

Stavec platnička stavec
– kontaktná úloha



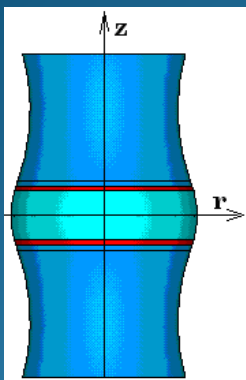
Rovnice pružnosti
v cylindických súradniciach

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{rr} \\ e_{zz} \\ e_{\theta\theta} \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_z \end{bmatrix} = \mathbf{D}\mathbf{u}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{rz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-2\nu) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{rr} \\ e_{zz} \\ e_{\theta\theta} \\ \gamma_{rz} \end{bmatrix} = \mathbf{E}\mathbf{e}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z &= 0 \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2\sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_\theta &= 0 \end{aligned}$$

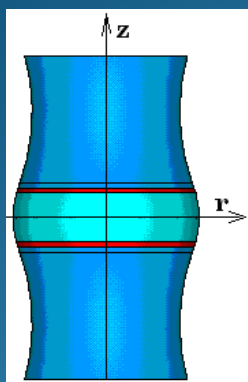
Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



Diferenciálne rovnice pružnosti

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r = 0$$
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z = 0$$
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_\theta = 0$$

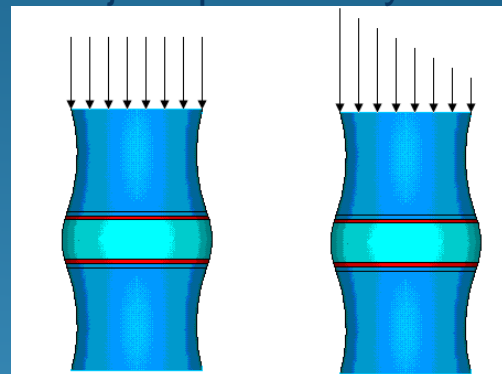
Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



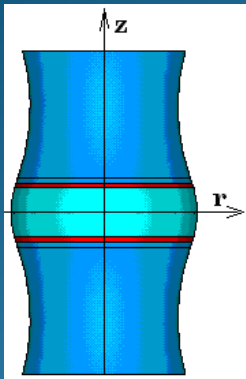
Diferenciálne rovnice pružnosti

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r = 0$$
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z = 0$$
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_\theta = 0$$

Okrajové podmienky



Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



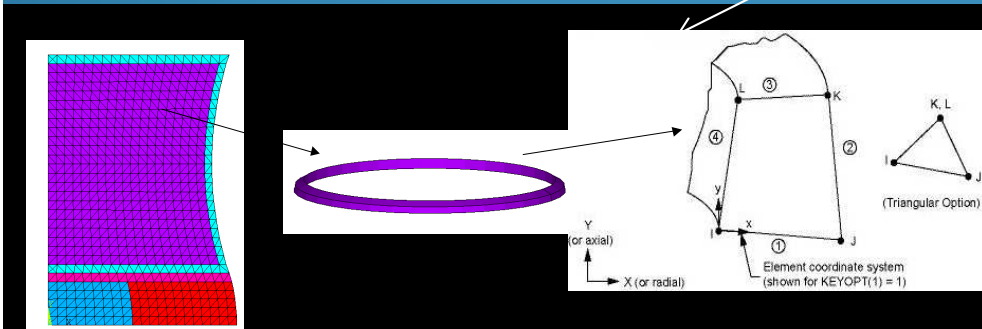
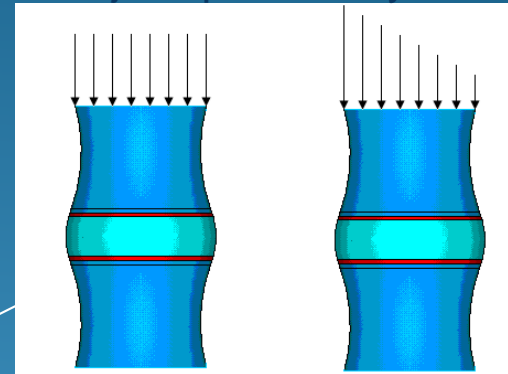
Diferenciálne rovnice pružnosti

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r = 0$$

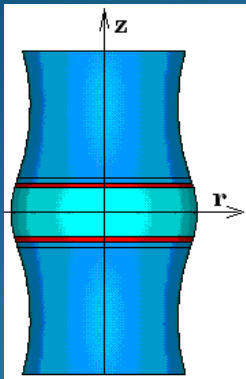
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_\theta = 0$$

Okrajové podmienky



Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



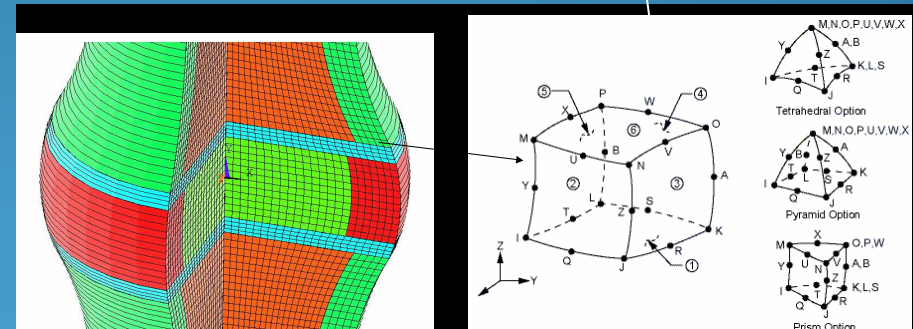
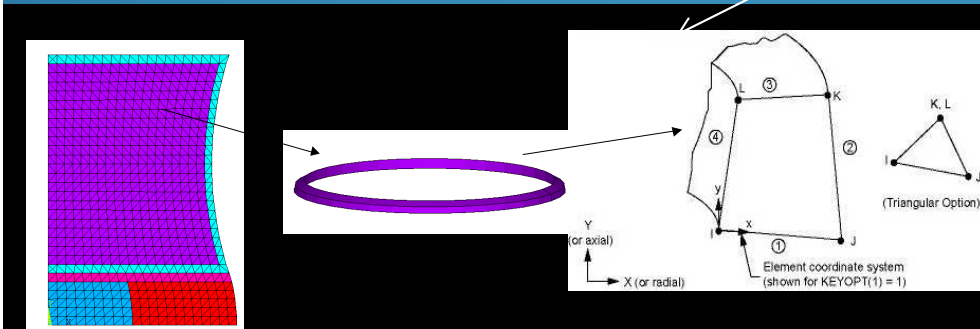
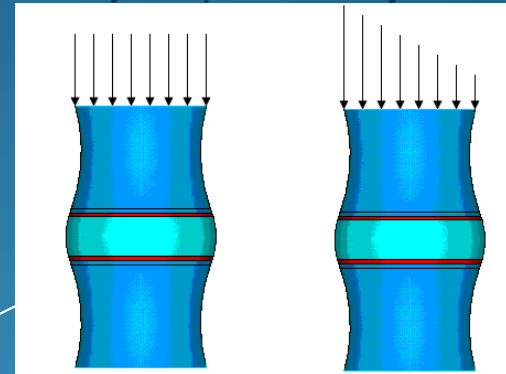
Diferenciálne rovnice pružnosti

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r = 0$$

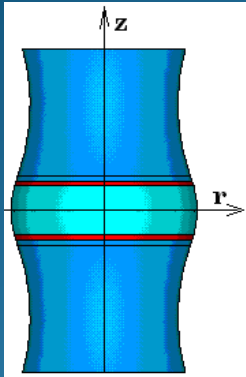
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_{\theta} = 0$$

Okrajové podmienky



Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



Diferenciálne rovnice pružnosti

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r = 0$$

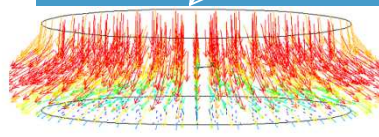
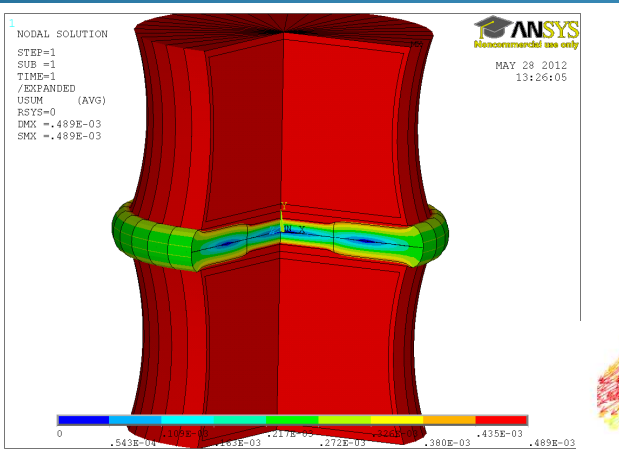
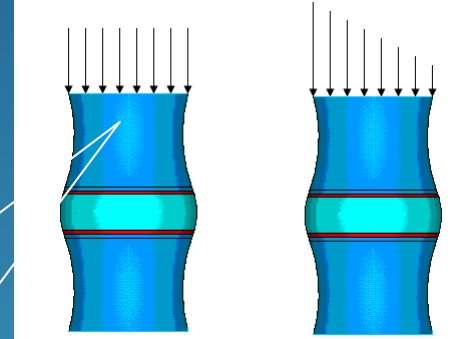
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_\theta = 0$$

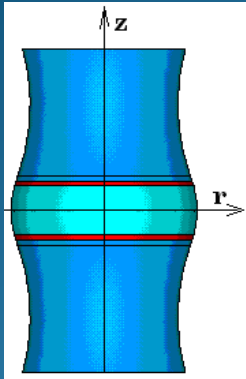
b)

b)

Okrajové podmienky



Stavec platnička stavec – kontaktná úloha



Diferenciálne rovnice pružnosti

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{rz} - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + b_r = 0$$

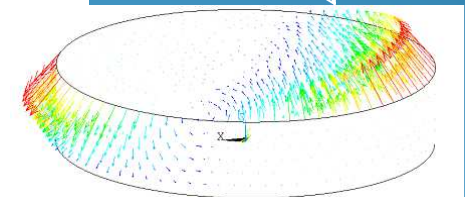
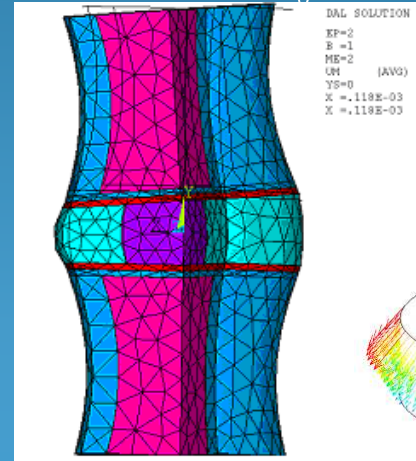
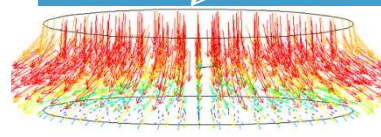
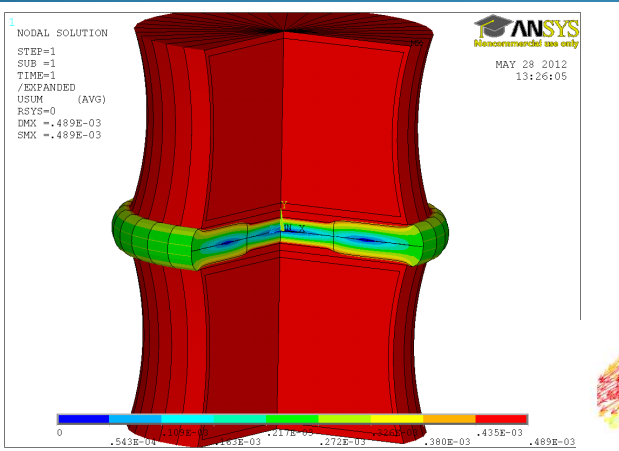
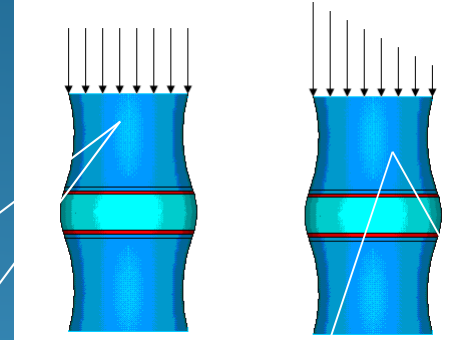
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{zr}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{zz} + b_z = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} \sigma_{\theta z} + b_\theta = 0$$

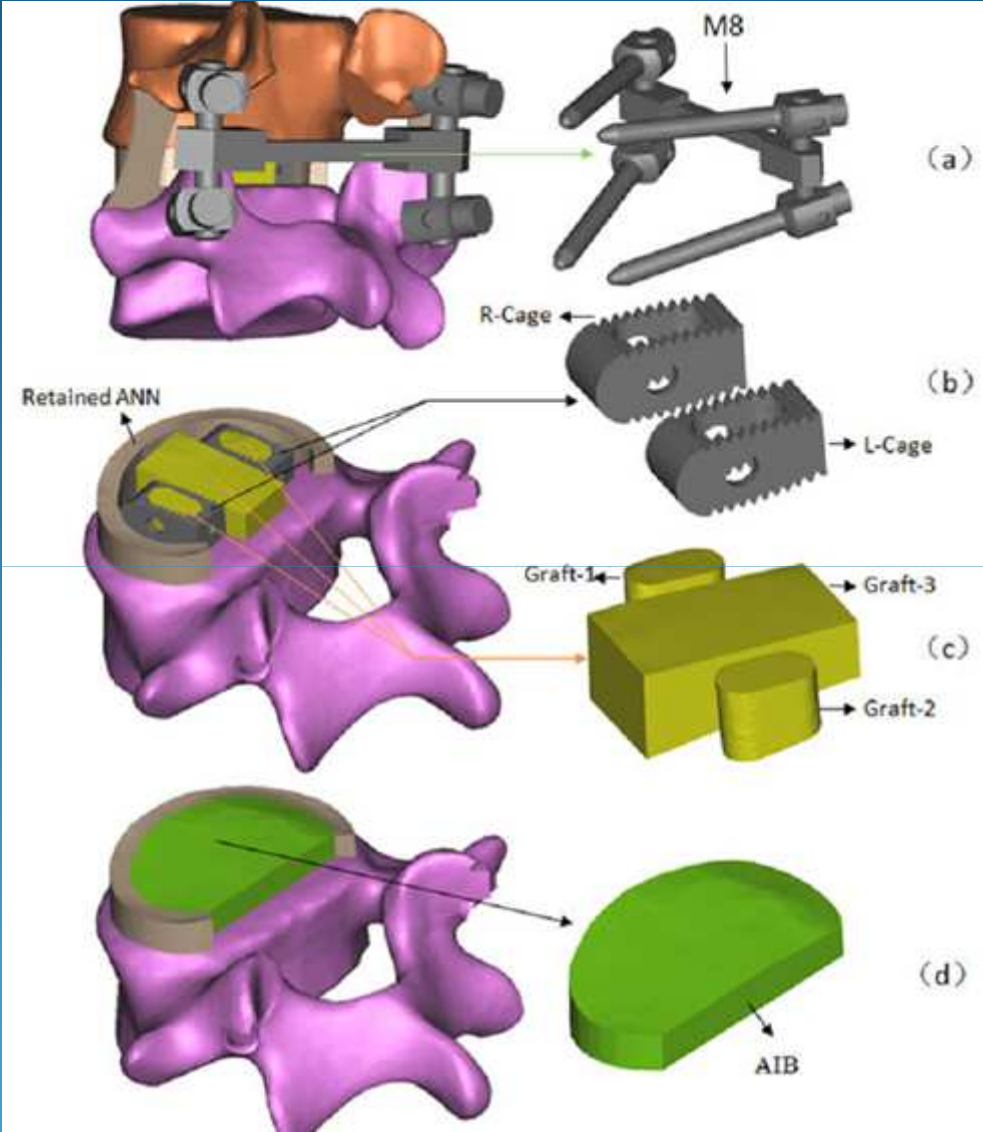
b)

b)

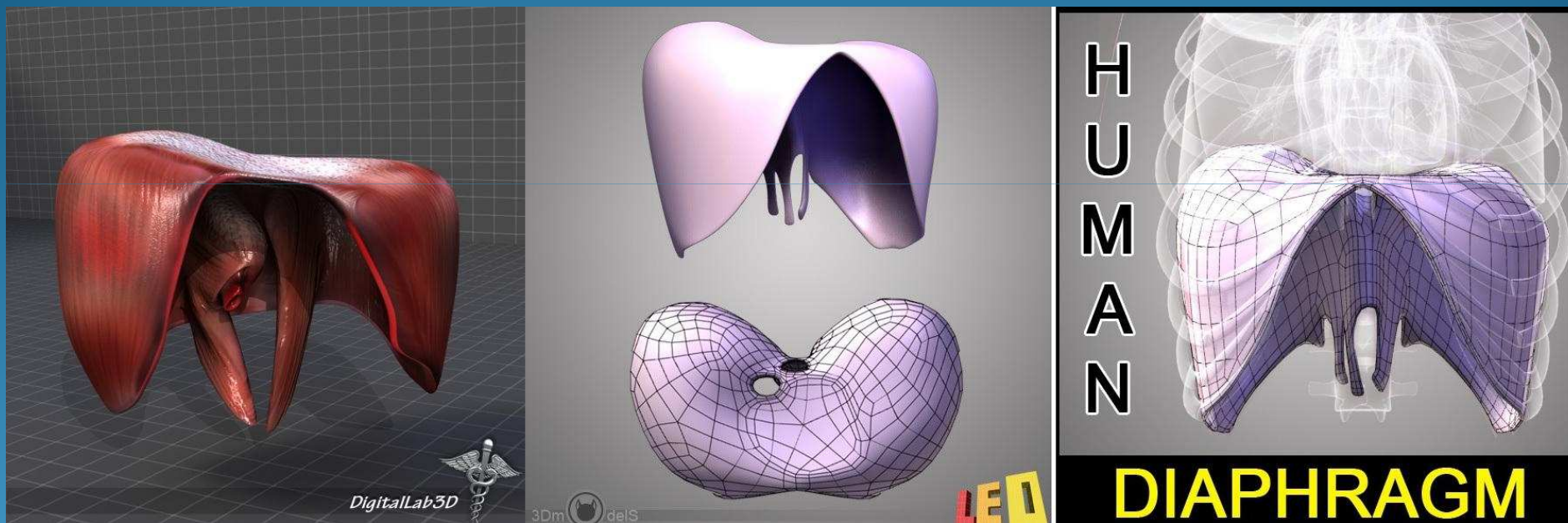
Okrajové podmienky



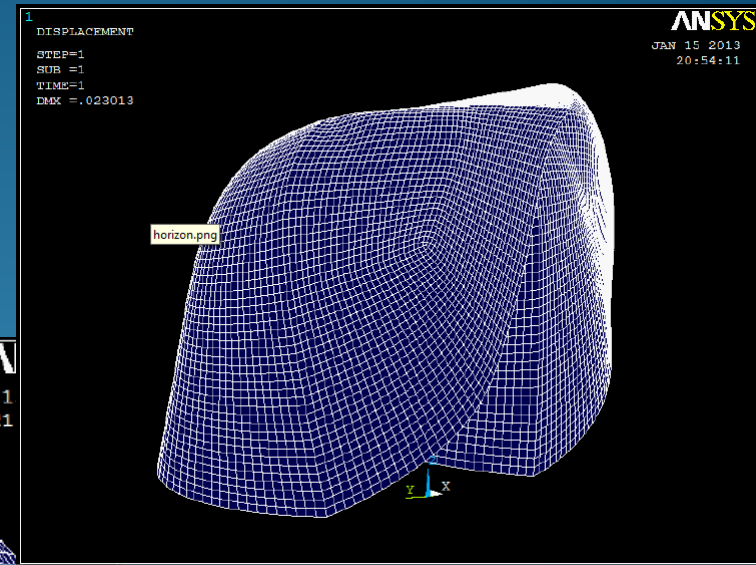
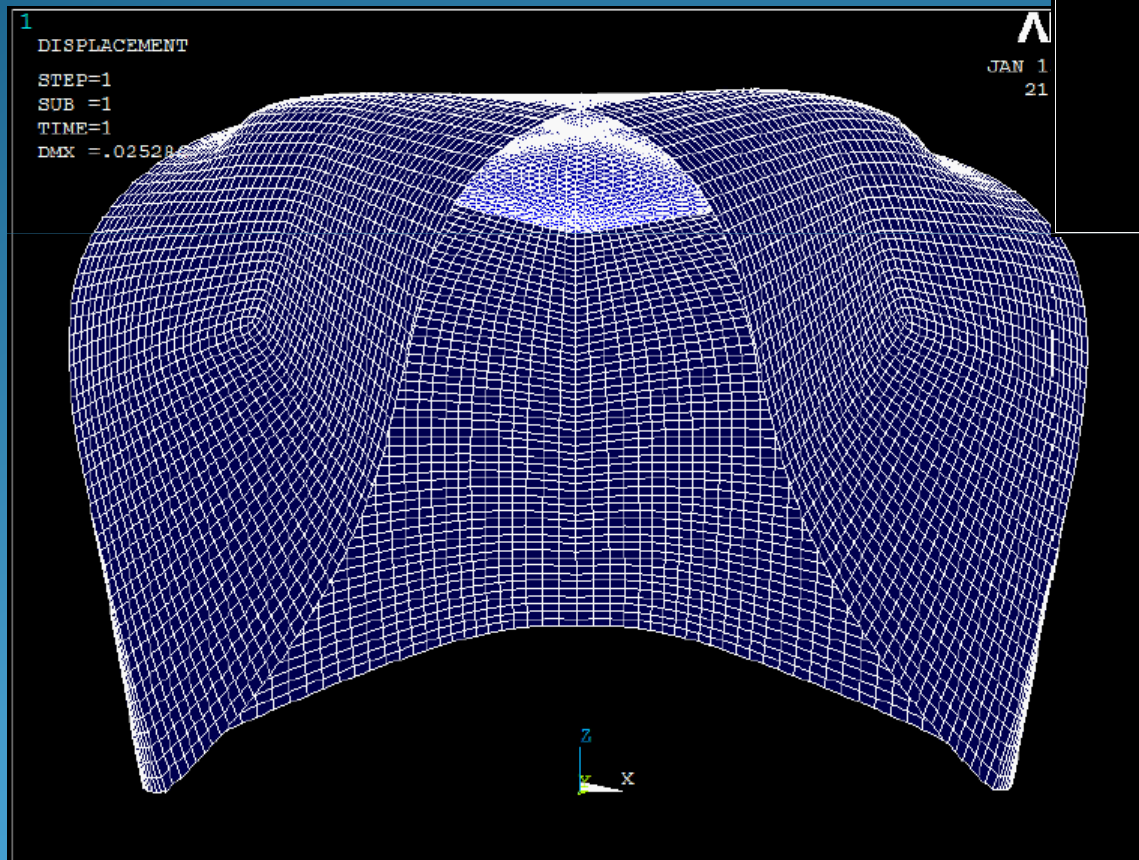
biokompatibilita



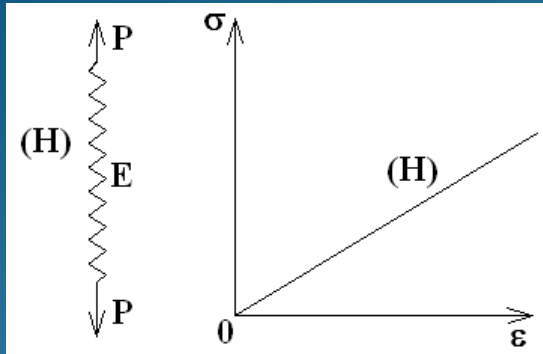
Biomechanika pohybu bránice



Biomechanika pohybu bránice

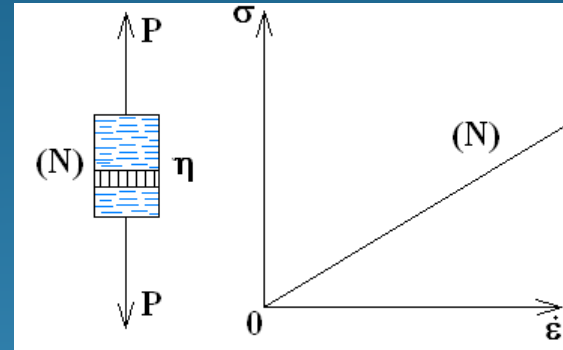


Reológia



Hookova pružná látka

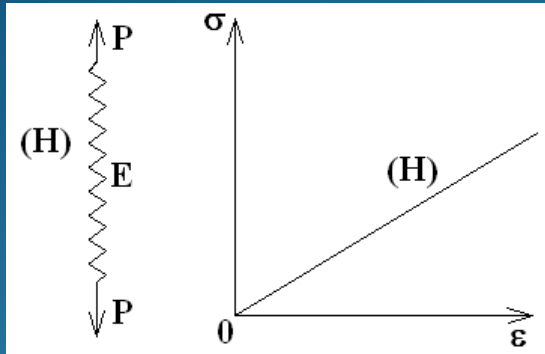
$$\sigma = \hat{E}\epsilon$$



Newtonova väzká kvapalina

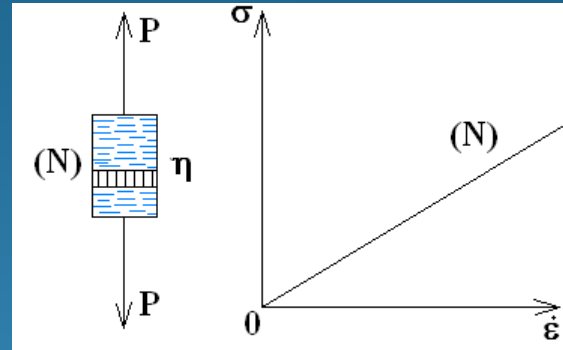
$$\sigma = \hat{\eta}\dot{\epsilon}$$

Reológia



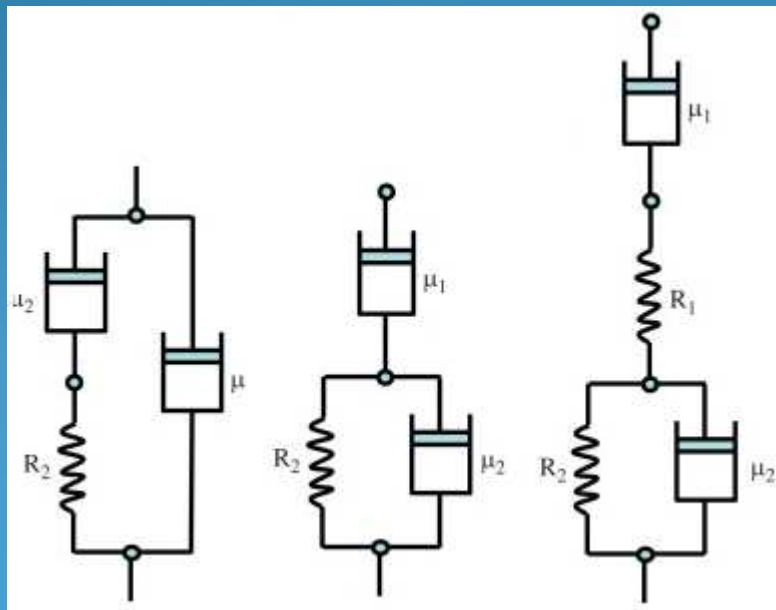
Hookova pružná látka

$$\sigma = \hat{E}\epsilon$$

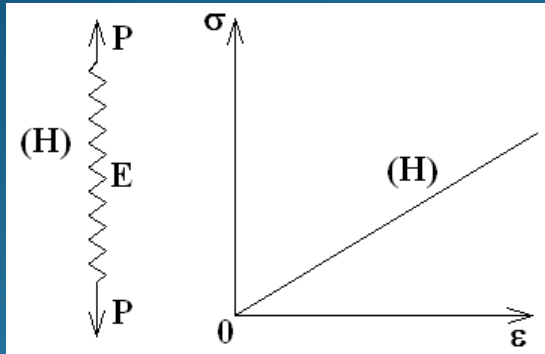


Newtonova väzká kvapalina

$$\sigma = \hat{\eta}\dot{\epsilon}$$

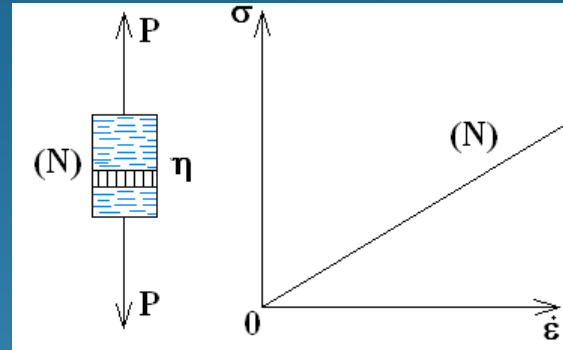


Reológia



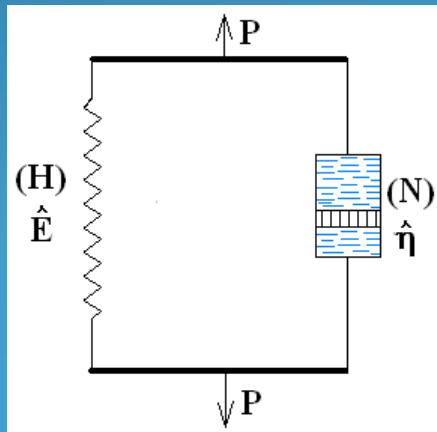
Hookova pružná látka

$$\sigma = \hat{E}\epsilon$$

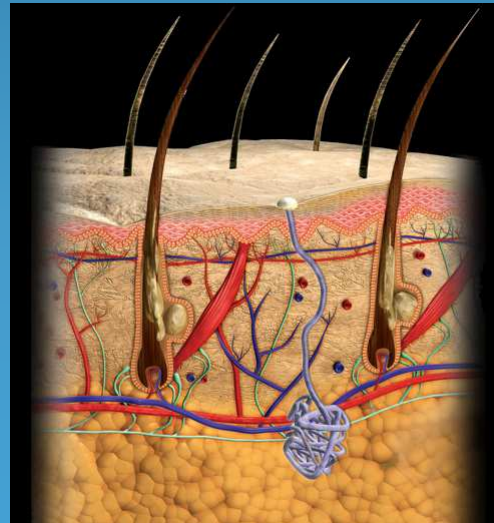


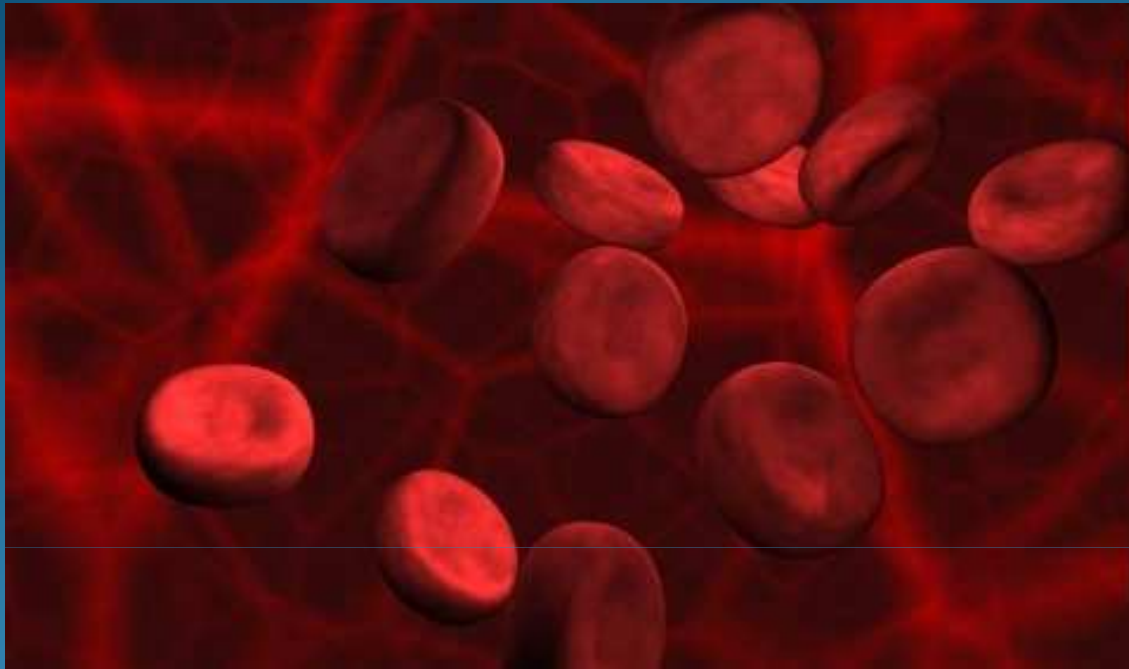
Newtonova väzká kvapalina

$$\sigma = \hat{\eta}\dot{\epsilon}$$



koža





Ďakujem za pozornosť

