# Minimálne plochy v architektúre

## Seminár matematicko-počítačového modelovania

**M. Húska, M. Medl'a, K. Mikula,**

**P. Novysedlák, M. Remešíková**

# Prútové konštrukcie

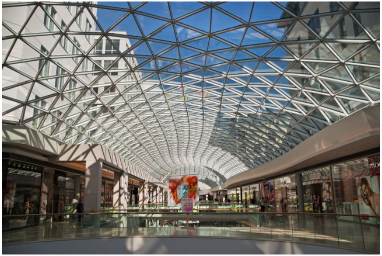
- Minimálna spotreba materiálu
- Praktický tvar
- Estetickosť a zaujímavosť
- Tvar blížiaci sa k minimálnej ploche

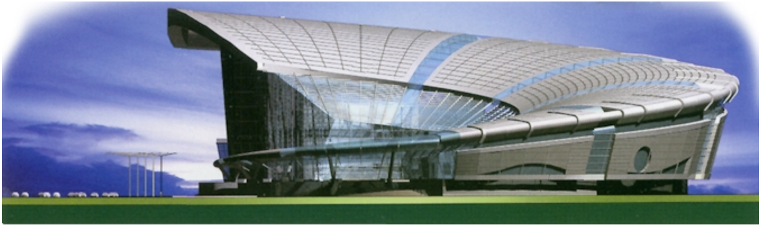

Expo boulevard, Shanghai

Víťazný projekt
World cup structure
FIFA 2014, Rio de Janeiro

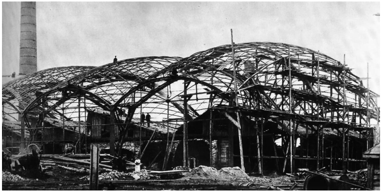
# Prútové konštrukcie – škrupiny

- Konštrukcie s vopred zadaným tvarom obvodovej línie

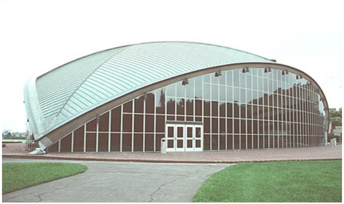




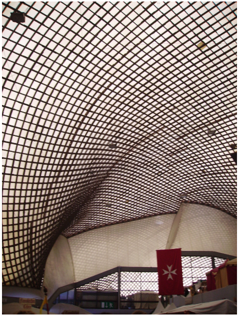
# Prútové konštrukcie – škrupiny



Výstavný pavilón, Rusko



Auditórium MIT, USA



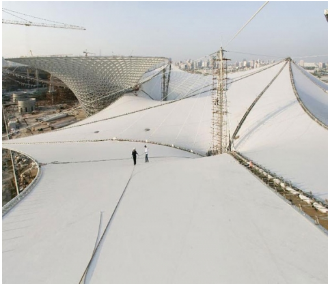
Herzogenriedpark, Nemecko

Phoenix TV, Japonsko

# Ťahané konštrukcie

- Konštrukcie s niekoľkými bodmi upevnenia

Olympijský štadión, Mníchov, Nemecko.

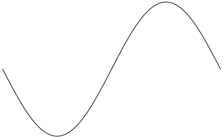


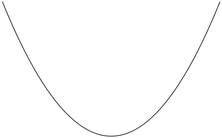
Šanghajský bulvár, EXPO 2010, Šanghaj.

# Ťahané konštrukcie

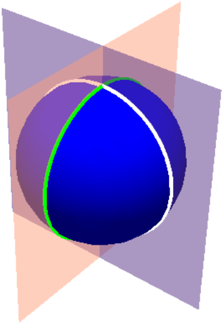
# Krivosť, stredná krivosť plochy

- Krivosť $k$ – funkcia popisujúca priebeh zakrivenia krivky



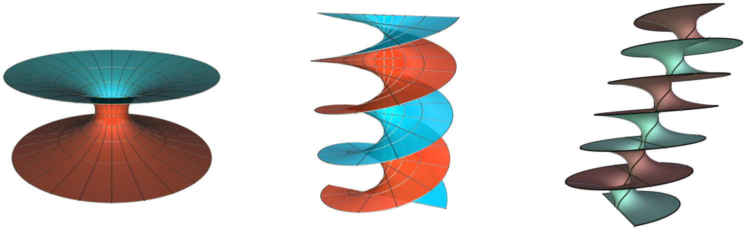


- Stredná krivosť plochy $H = \dfrac{k_{min} + k_{max}}{2}$



# Minimálne plochy

- Minimálna plocha – plocha s nulovou strednou krivosťou



# Cieľ práce

- Kľúčový problém – rovnomerné alebo čiastočne rovnomerné rozmiestnenie uzlov v sieti
  - zníženie výrobných nákladov - sériová výroba
  - menšie množstvo odpadu pri výrobe
  - ochrana životného prostredia

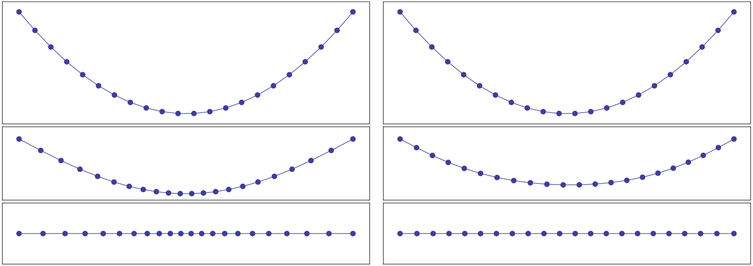
*Heilmaier Memorial Bandstand, Minnesota*

# Matematický model

- Reprezentácia plochy siet'ou kriviek
- Vývoj jednej samostatnej krivky:

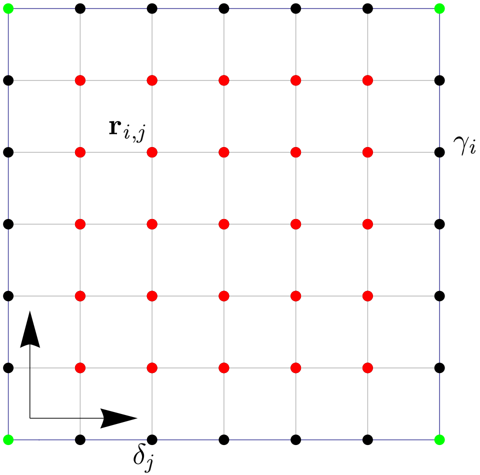
  $\partial_t \mathbf{r} = \epsilon k \mathbf{N} = \epsilon \partial_{ss} \mathbf{r}$
- Model s tangenciálnym členom:

  $\partial_t \mathbf{r} = \epsilon k \mathbf{N} + \alpha \mathbf{T}$



# Matematický model

- Rozdelenie uzlov v sieti kriviek



# Matematický model

- Vývoj siete kriviek:

  $\partial_t \gamma_i = \epsilon_{\gamma_i} \partial_{ss} \gamma_i + \alpha_{\gamma_i} \mathbf{T}_{\gamma_i}$
  $\partial_t \delta_j = \epsilon_{\delta_j} \partial_{ss} \delta_j + \alpha_{\delta_i} \mathbf{T}_{\delta_j}$
  zviazanie kriviek v uzlových bodoch
  $\mathbf{r}^t_{i,j} = \gamma_i(t, z_{ij}) = \delta_j(t, u_{ji})$

- Pre rohové uzly – Dirichletova OP:

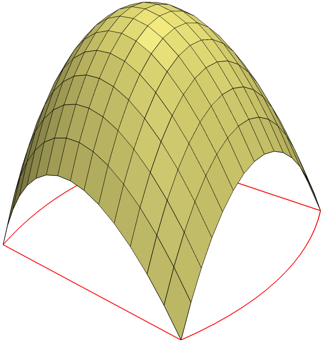
  $\gamma_0(a_0) = \delta_0(c_0) = R_{NW}$
  $\gamma_0(b_0) = \delta_{m_2}(c_{m_2}) = R_{SW}$
  $\gamma_{m_1}(a_{m_1}) = \delta_0(d_0) = R_{NE}$
  $\gamma_{m_1}(b_{m_1}) = \delta_{m_2}(d_{m_2}) = R_{SE}$

- Pre okrajové krivky – podmienka podľa typu konštrukcie

# Návrh prútovej konštrukcie

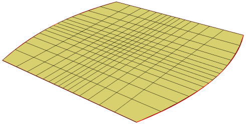
- Vývoj okrajových kriviek

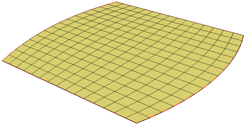
$$\partial_t \gamma_0 = \bar{\mathbf{v}}_N + \alpha_{\gamma_0} \mathbf{T}_{\gamma_0}$$
$$\partial_t \gamma_{m_1} = \bar{\mathbf{v}}_S + \alpha_{\gamma_{m_1}} \mathbf{T}_{\gamma_{m_1}}$$
$$\partial_t \delta_0 = \bar{\mathbf{v}}_W + \alpha_{\delta_0} \mathbf{T}_{\delta_0}$$
$$\partial_t \delta_{m_2} = \bar{\mathbf{v}}_E + \alpha_{\delta_{m_2}} \mathbf{T}_{\delta_{m_2}}$$



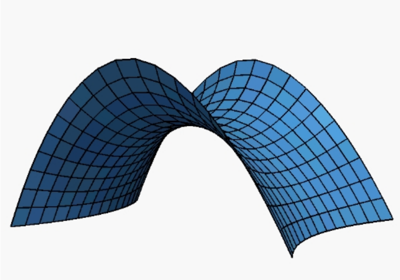
# Vývoj prútovej konštrukcie

- Vývoj plochy z priestoru do roviny



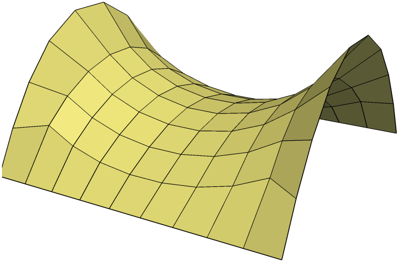


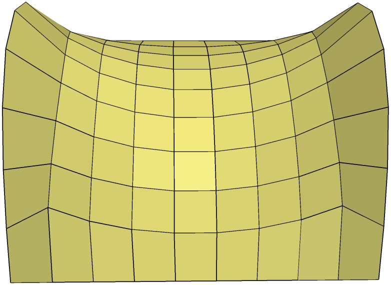
- Vývoj popisujúci reálnu konštrukciu



# Návrh prútovej škrupiny

- Konštrukcia s rovnakými vzdialenost'ami medzi vnútornými uzlami

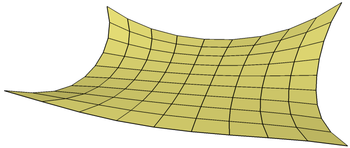




# Návrh t'ahanej konštrukcie

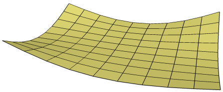
- Vývoj krajných bodov kriviek

$$\partial_t \gamma_i(t,a) = \nu \mathbf{T}_{\gamma_i}(t,a)$$
$$\partial_t \gamma_i(t,b) = -\nu \mathbf{T}_{\gamma_i}(t,b)$$
$$\partial_t \delta_j(t,c) = \nu \mathbf{T}_{\delta_j}(t,c)$$
$$\partial_t \delta_j(t,d) = -\nu \mathbf{T}_{\delta_j}(t,d)$$

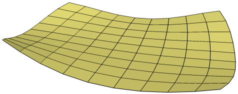


# Návrh ťahanej konštrukcie

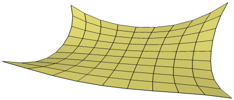
- Vplyv parametra $\nu$ na zakrivenie okrajových kriviek.



$\nu = 0.0$



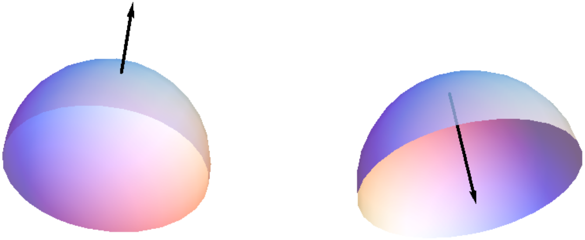
$\nu = -0.015$



$\nu = 0.02$

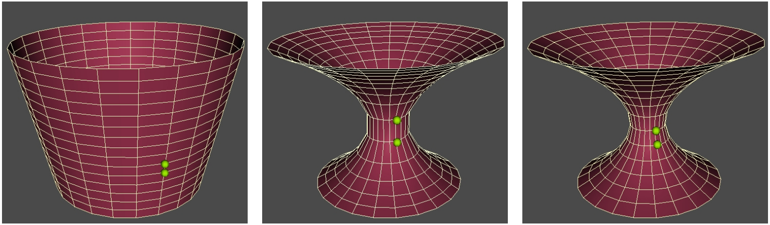
# Evolúcia plochy riadená strednou krivosťou

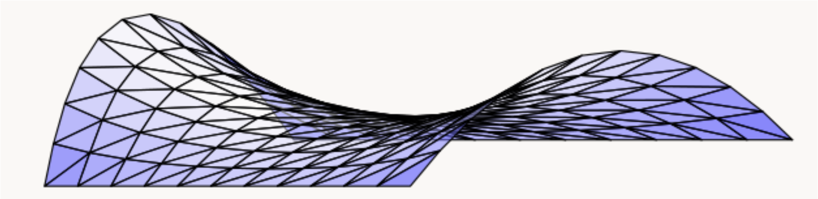
- $\partial_t S = -2HN$
  - t – čas
  - S – polohový vektor plochy
  - H – stredná krivosť plochy
  - N – jednotková vonkajšia normála k ploche

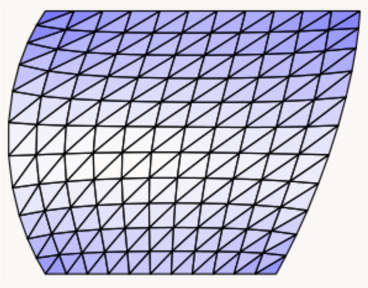


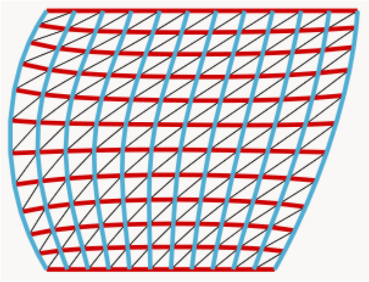
# Potreba tangenciálneho člena

- Distribúcia bodov pozdĺž kriviek na ploche
- $\partial_t S = -2HN + \alpha T$









# Výsledky