



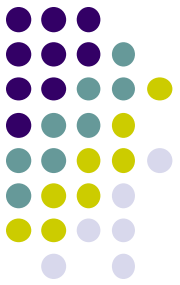
Matematika vo filme

Peter Frolkovič

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Slovenská Technická Univerzita, Bratislava

Obsah

- Počítačové animácie vo filme
- Počítačová animácia dymu
- Diferenciálne rovnice



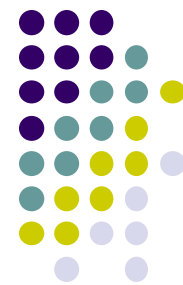
Počítačové animácie vo filme



- Kedysi



Počítačové animácie vo filme



- Dnes



Evan Všemohúci (2007)

Počítačové animácie vo filme



- **Ron Fedkiw - Brief Bio**

Fedkiw received his Ph.D. in Mathematics from UCLA in 1996 ...

- He was awarded an Academy Award from The Academy of Motion Picture Arts and Sciences ...

- He received screen credits for his work on "Terminator 3: Rise of the Machines", "Star Wars: Episode III - Revenge of the Sith", "Poseidon" and "[Evan Almighty](#)".

Počítačová animácia dymu



- Ron Fedkiw, Stanford Computer Science
<http://physbam.stanford.edu/~fedkiw/>

Počítačová animácia dymu



- postupnosť 150 obrázkov v čase, **30 obr/sec**, zobrazené sú č. 60 a 63.

Počítačová animácia dymu



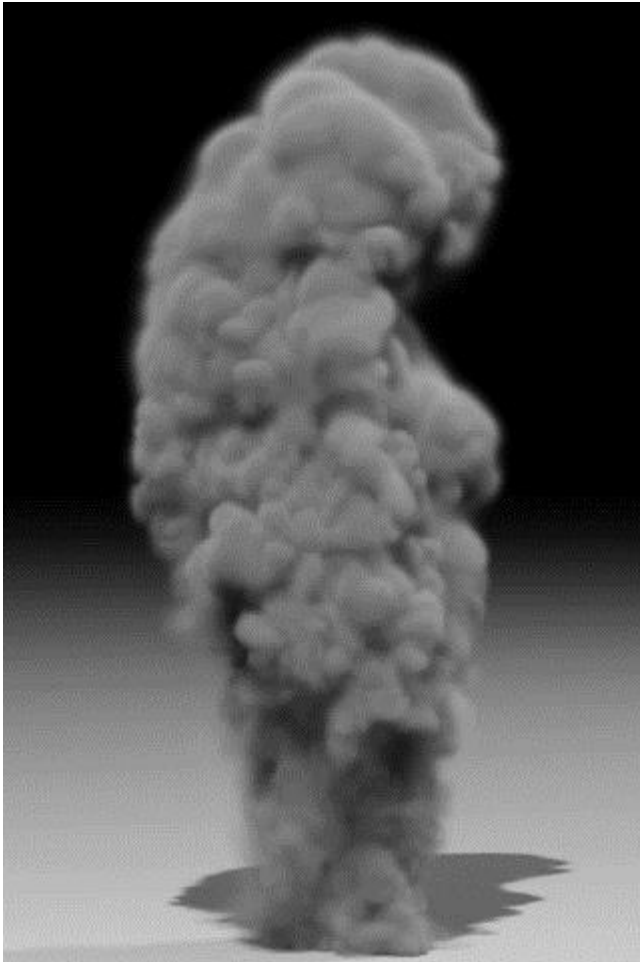
- originál obrázok vľavo má **320x480** pixlov

Počítačová animácia dymu



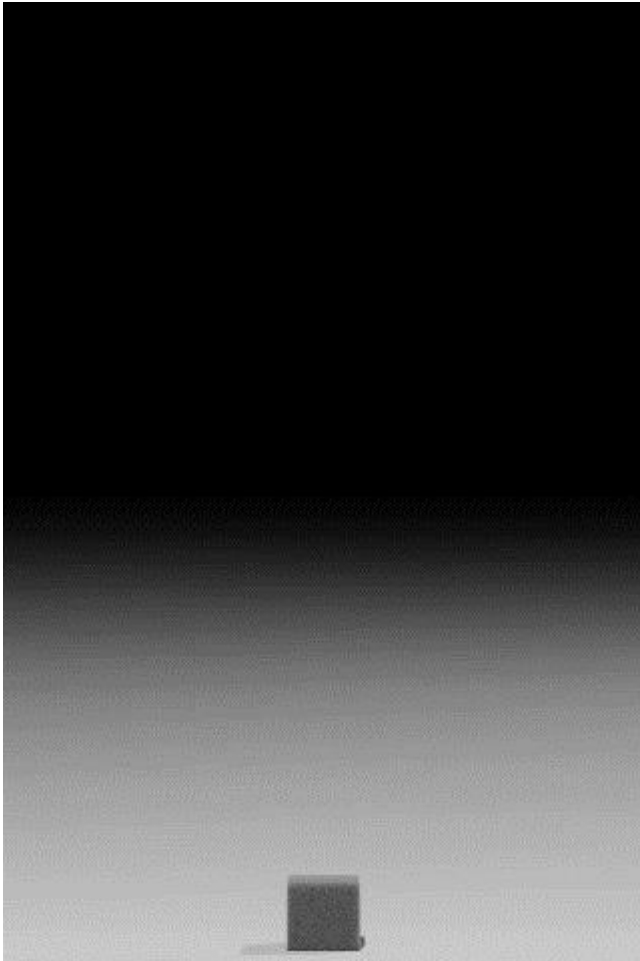
- originál obrázok vľavo má **320x480** pixlov
- na porovnanie vpravo obrázok s menej pixlami

Počítačová animácia dymu



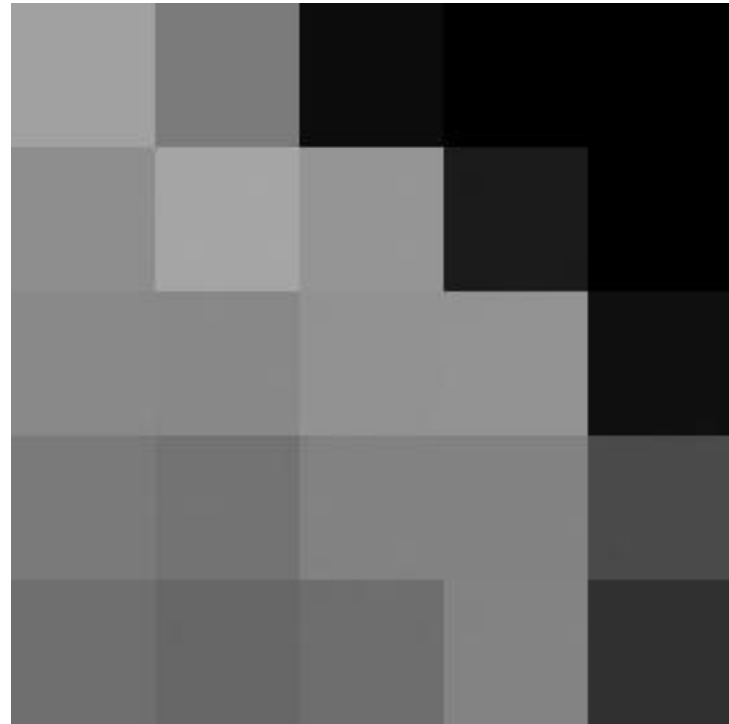
- úloha „čiernobielej dvojrozmernej animácie“:
zvoliť odtieň šedej pre 320x480x150 pixlov

Počítačová animácia dymu



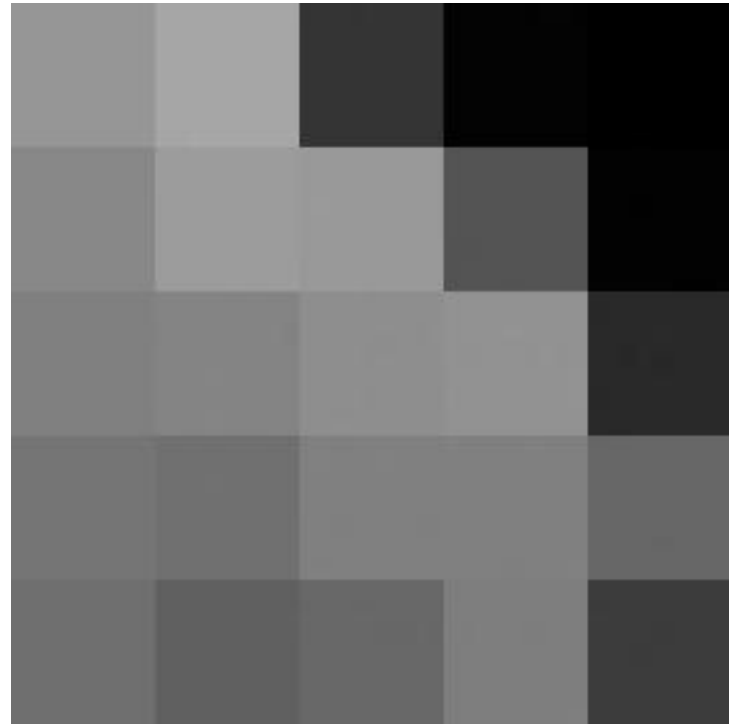
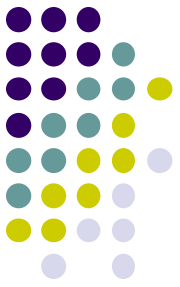
- úloha „čiernobielej dvojrozmernej animácie“:
zvoliť počiatočné hodnoty pre 320x480 pixlov

Počítačová animácia dymu



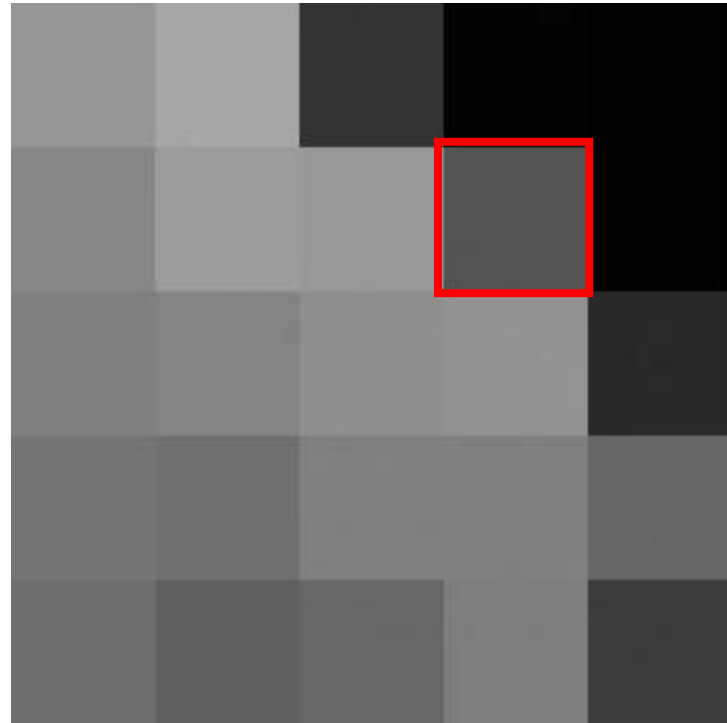
- 5x5 pixlov v 60. časovej sekvencii

Počítačová animácia dymu



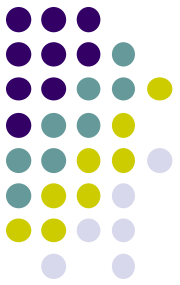
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii

Počítačová animácia dymu



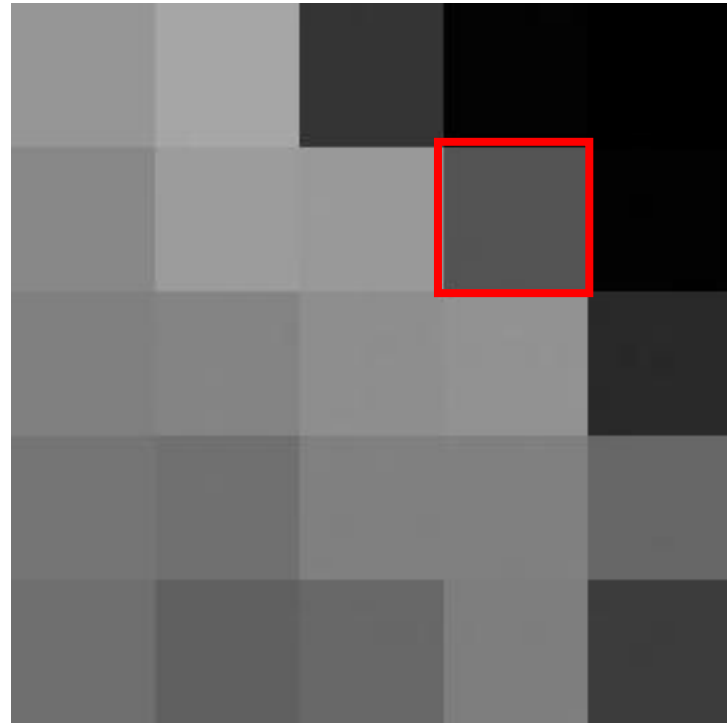
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň v závisí od predchádzajúcej hodnoty

Počítačová animácia dymu



- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$



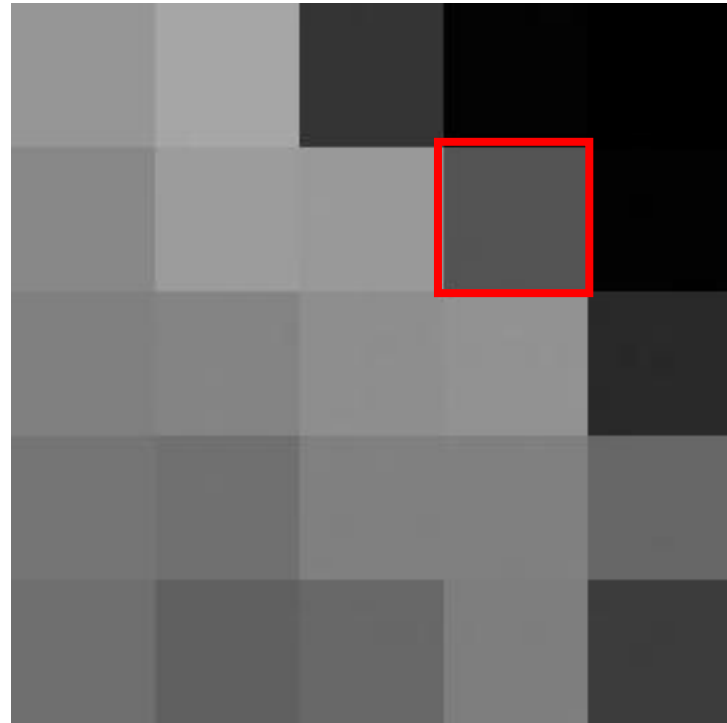
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň v závisí od predchádzajúcej hodnoty

Počítačová animácia dymu



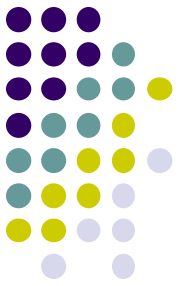
- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$



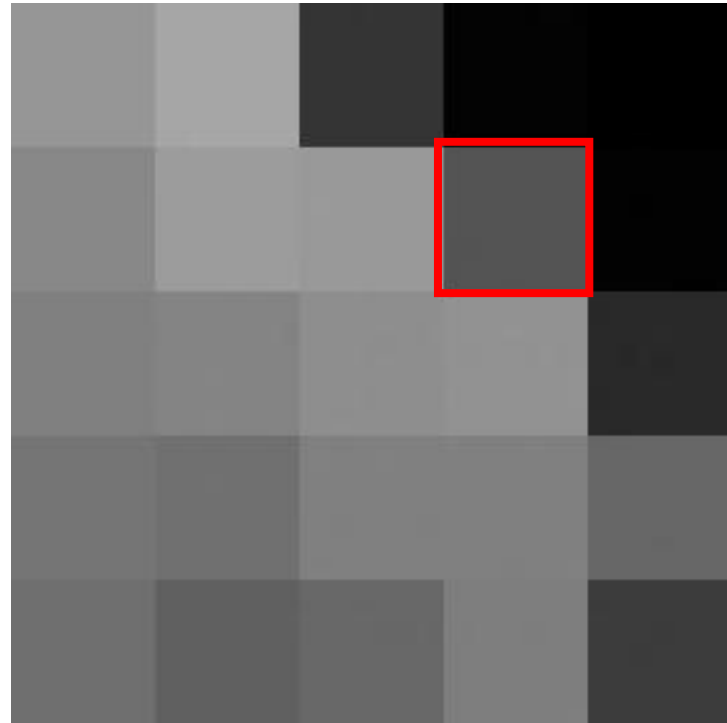
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň v závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - nech odtieň je funkcia času: $\text{odtieň}(t)$

Počítačová animácia dymu



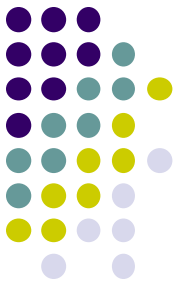
- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$



- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň v závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - nech odtieň je funkcia času: $\text{odtieň}(t)$
 - ľubovoľný počet odtieňov a obr/sec !?

Počítačová animácia dymu

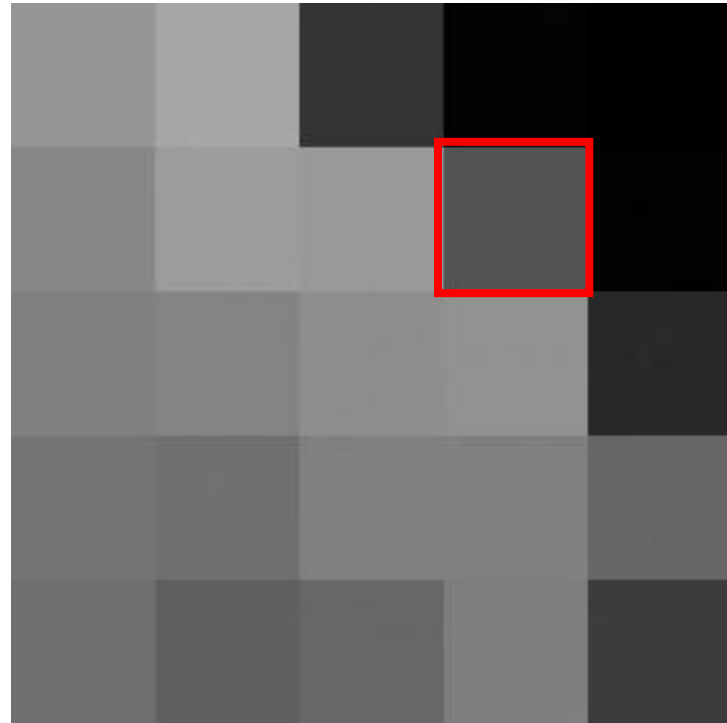


- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$

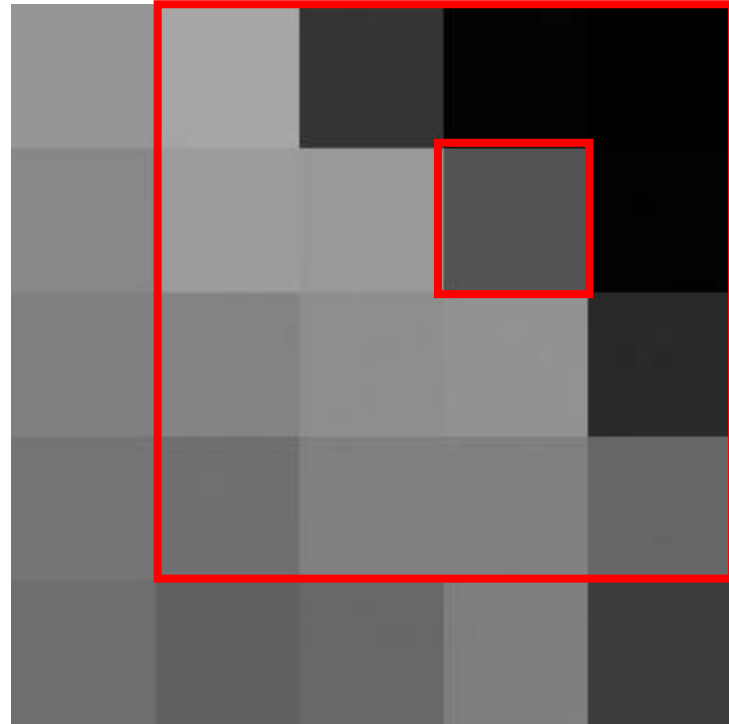
- derivácia

$$\text{odtieň}'(t)$$



- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň v závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - nech odtieň je funkcia času: $\text{odtieň}(t)$
 - ľubovoľný počet odtieňov a obr/sec !?

Počítačová animácia dymu



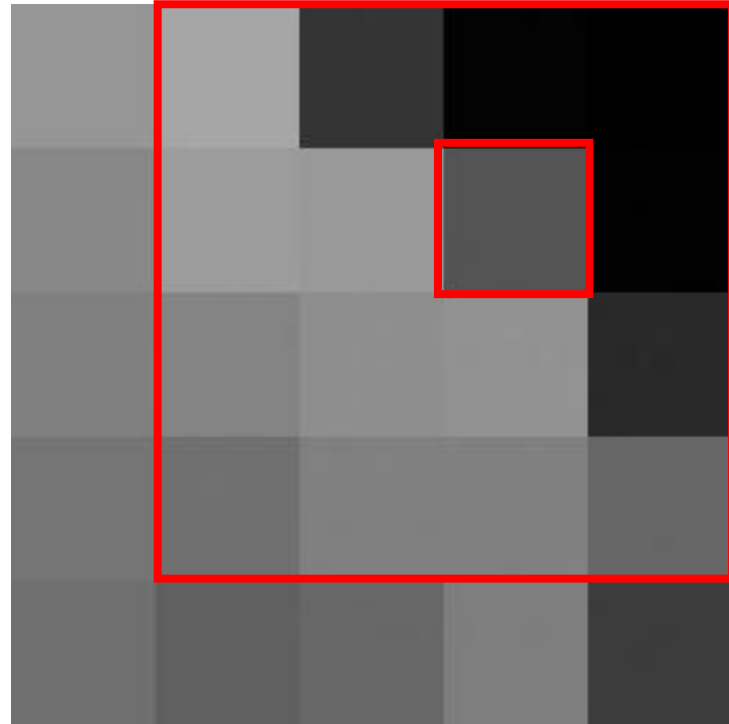
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt

Počítačová animácia dymu



- zmena proti vetru

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$



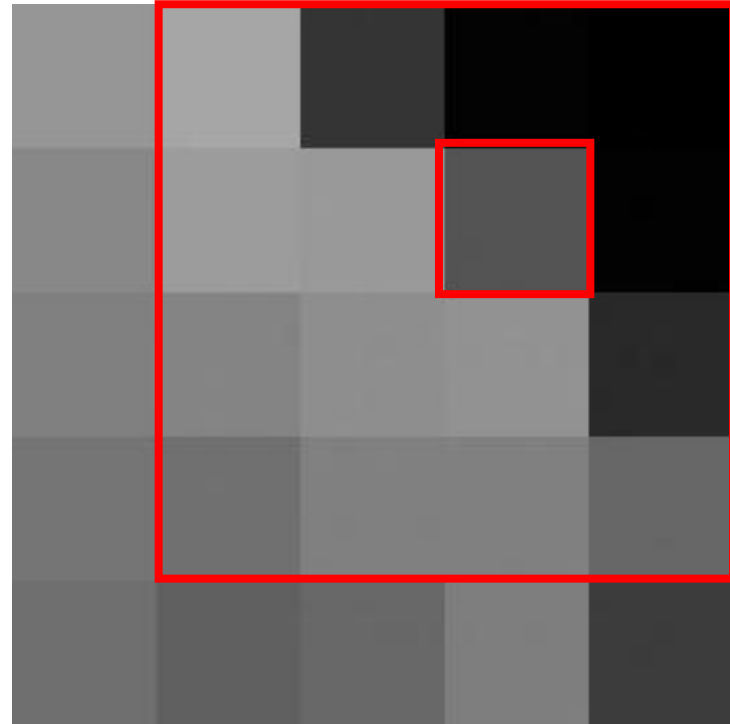
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt

Počítačová animácia dymu



- zmena proti vetru

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$



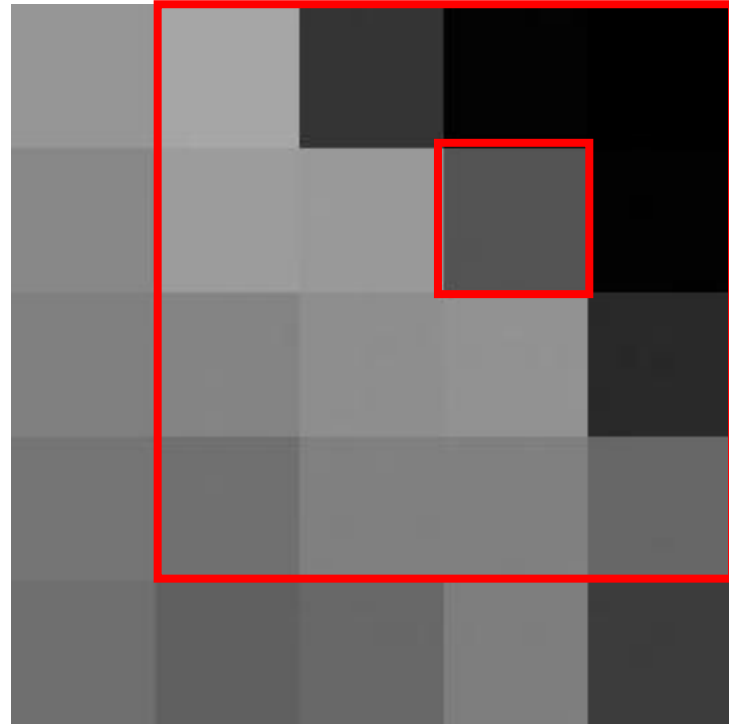
- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - nech odtieň je aj funkciou súradníc: $\text{odtieň}[x, y]$

Počítačová animácia dymu



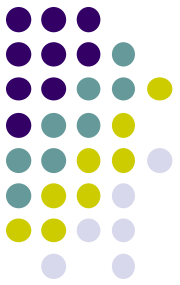
- zmena proti vetru

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$



- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- od tieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - nech od tieň je aj funkciou súradníc: $\text{odtieň}[x, y]$
 - ľubovoľný počet pixelov na jednotkovú plochu !?

Počítačová animácia dymu

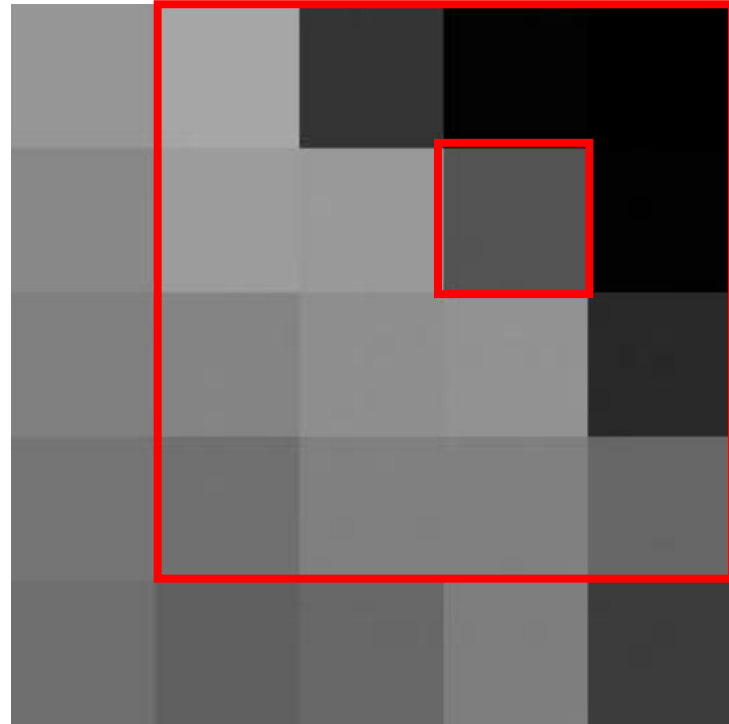


- zmena proti vetru

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$

- gradient

$$\nabla \text{odtieň}[x, y]$$



- 5x5 pixlov v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - nech odtieň je aj funkciou súradníc: $\text{odtieň}[x, y]$
 - ľubovoľný počet pixelov na jednotkovú plochu !?

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre hustotu (“odtieň”) dymu

$$\partial_t \rho + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$$

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre hustotu (“odtieň”) dymu

$$\partial_t \rho + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$$

- pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\tilde{\rho}} \nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

- rýchlosť prúdenia \vec{v} , tlak p
- vonkajšie sily \vec{f} , viskozita μ
- rovnica pre energiu ...

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre hustotu (“odtieň”) dymu

$$\partial_t \rho + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$$

- pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\tilde{\rho}} \nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

- rýchlosť prúdenia \vec{v} , tlak p
- vonkajšie sily \vec{f} , viskozita μ
- zlá správa – rovnice nevieme riešiť

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre hustotu (“odtieň”) dymu

$$\partial_t \rho + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$$

- pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\tilde{\rho}} \nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

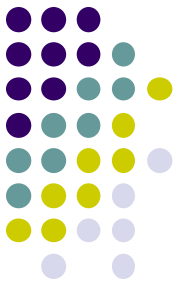
- rýchlosť prúdenia \vec{v} , tlak p
- vonkajšie sily \vec{f} , viskozita μ
- dobrá správa – zvolte obr/sec a počet pixlov a rovnice vieme (približne) riešiť!

Matematika vo filme



- **pre animátorov dymu zdatných vo fyzike:**
 - zvoľte počiatočné hodnoty pre dym a prúdenie
 - zvoľte zdroje (privádzač/odvádzač) dymu
 - priestorovo a časovo variabilné
 - interaktivita počas animácie?!
 - zvoľte zdroje prúdenia vzduchu
 - zvoľte fyzikálne vlastnosti „vzduchu“
 - viskozita, hustota, prípadne závislosť od teploty, atď.
 - pustite výpočty

Matematika vo filme



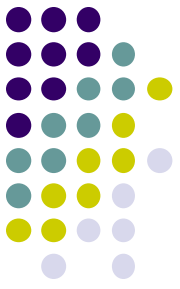
- Jos Stam: *Real-Time Fluid Dynamics for Games*, 2003
 - zvolené ciele:
 - vizuálna presvedčivosť
 - robustnosť voči neznalým používateľom
 - približne 100 riadkov C kódu

Matematika vo filme



- Jos Stam: *Real-Time Fluid Dynamics for Games*, 2003
 - zvolené ciele:
 - vizuálna presvedčivosť
 - robustnosť voči neznalým používateľom
 - približne 100 riadkov C kódu
 - cieľ vo výuke Numerické metódy v prúdení
 - zlepšiť fyzikálnu plauzibilitu numerického riešenia
 - ...

Matematika vo filme



- Jos Stam: *Real-Time Fluid Dynamics for Games*, 2003
 - zvolené ciele:
 - vizuálna presvedčivosť
 - robustnosť voči neznalým používateľom
 - približne 100 riadkov C kódu
 - cieľ vo výuke Numerické metódy v prúdení
 - zlepšiť fyzikálnu plauzibilitu numerického riešenia
 - ...

Ďakujem za pozornosť