



Prúdenie kvapalín a plynov

Peter Frolkovič

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Slovenská Technická Univerzita, Bratislava

Počítačová animácia dymu



- Ron Fedkiw, Stanford Computer Science, UCLA
<http://physbam.stanford.edu/~fedkiw/>

Počítačová animácia dymu



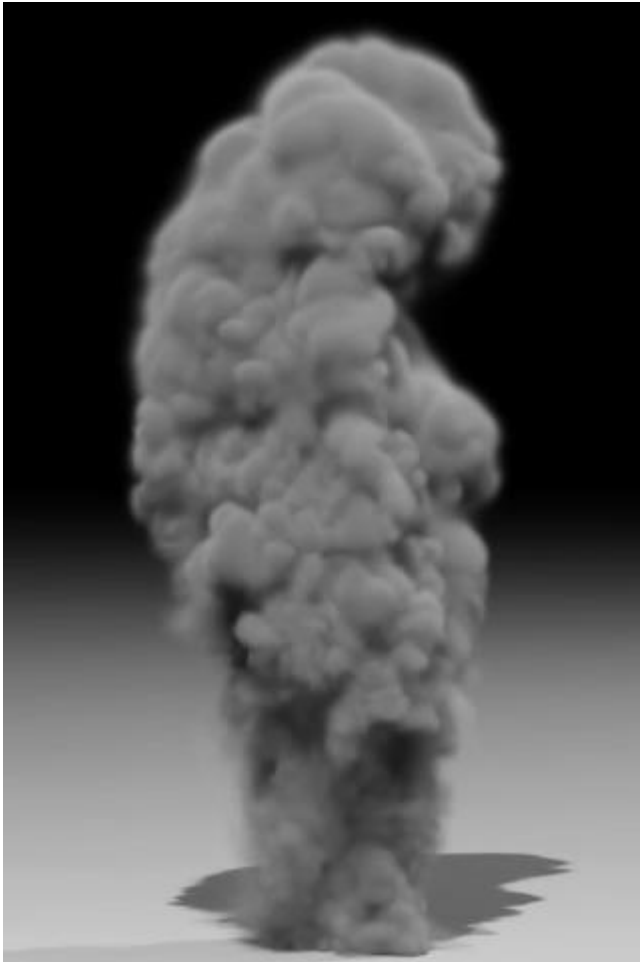
- postupnosť 150 obrázkov v čase, **30 obr/sec**, zobrazené sú č. 60 a 63.

Počítačová animácia dymu



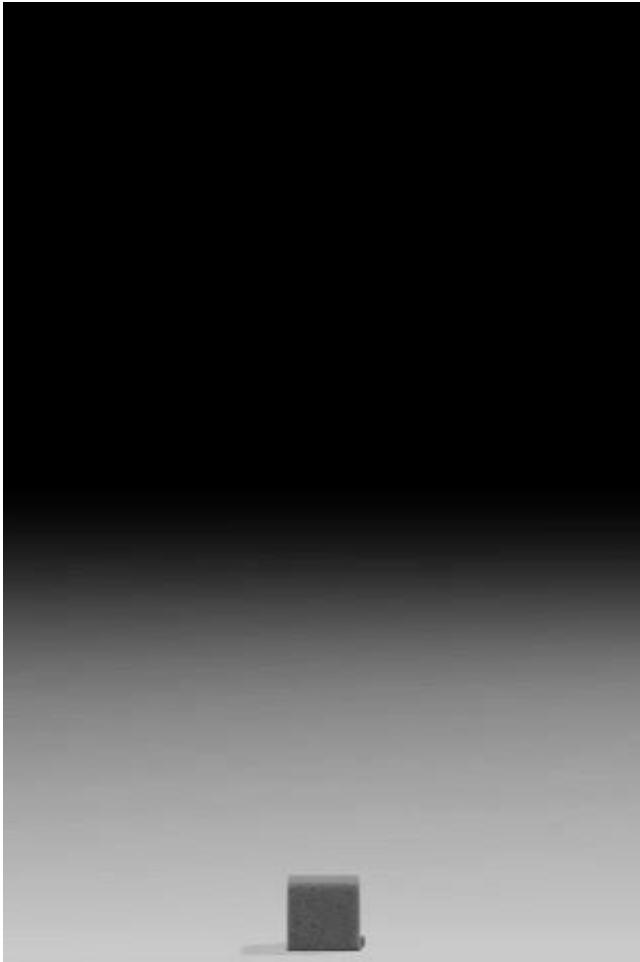
- originál obrázok vľavo má **320x480** pixlov

Počítačová animácia dymu



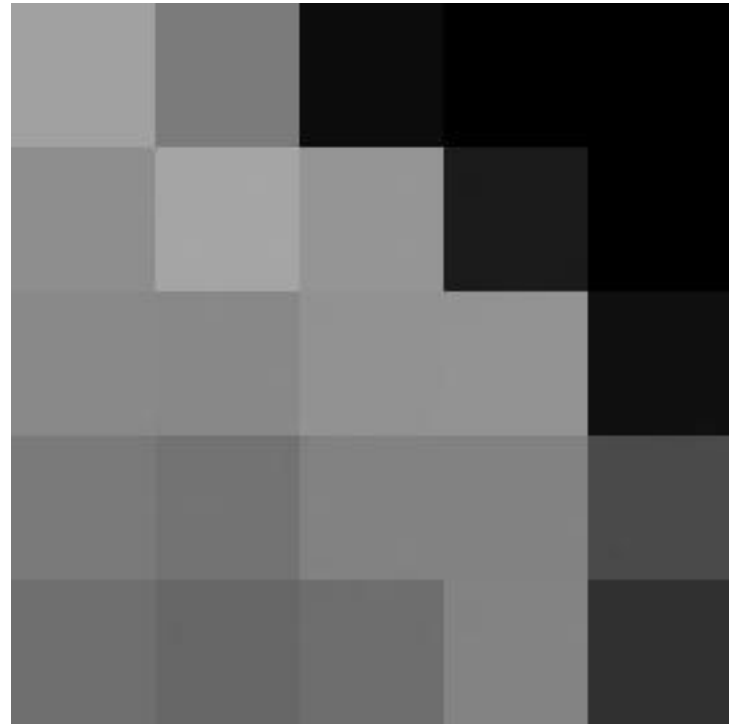
- úloha „čiernobieleho animátora“:
zvoliť odtieň šedej pre 320x320x480x150 voxlov

Počítačová animácia dymu



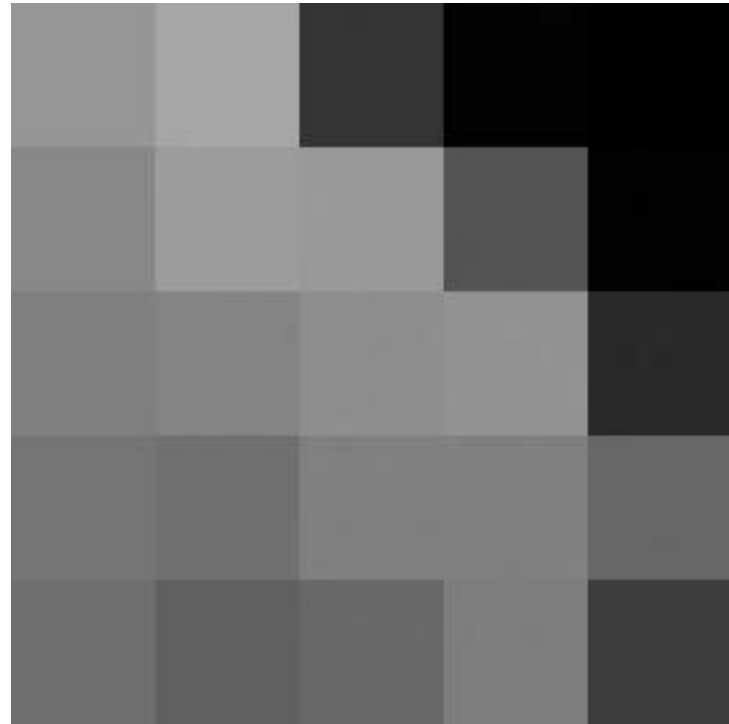
- úloha „čiernobieleho animátora“:
zvoliť počiatocné hodnoty pre 320x320x480 pixlov

Počítačová animácia dymu



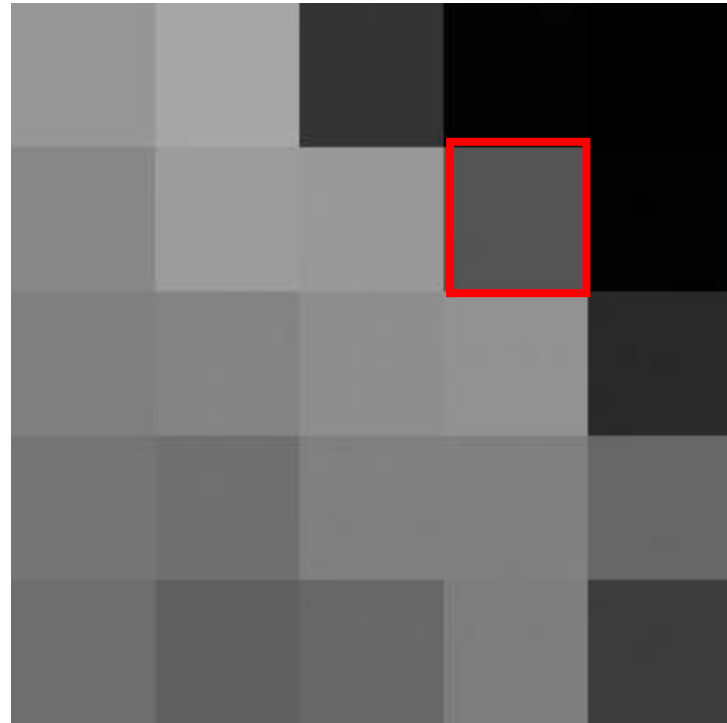
- 2D výrez v 60. časovej sekvencii

Počítačová animácia dymu



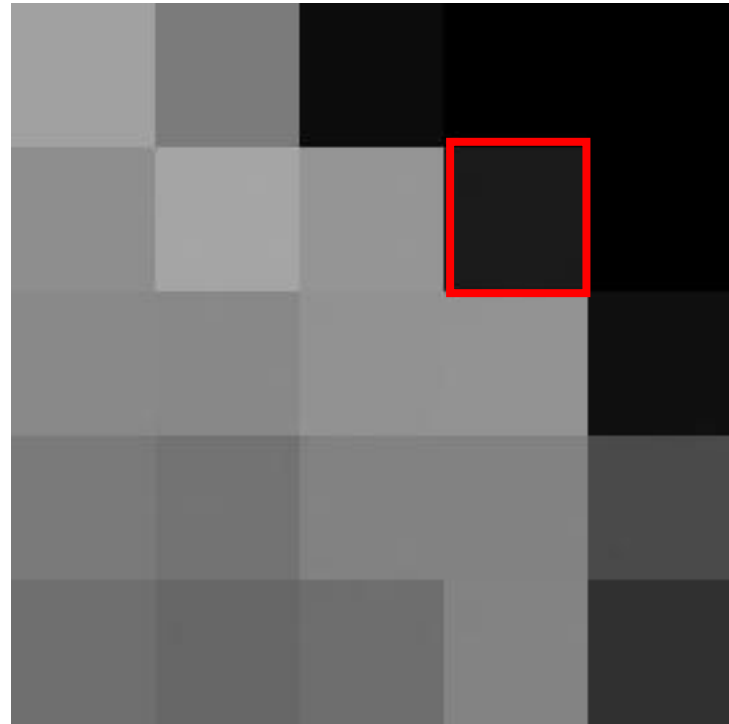
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii

Počítačová animácia dymu



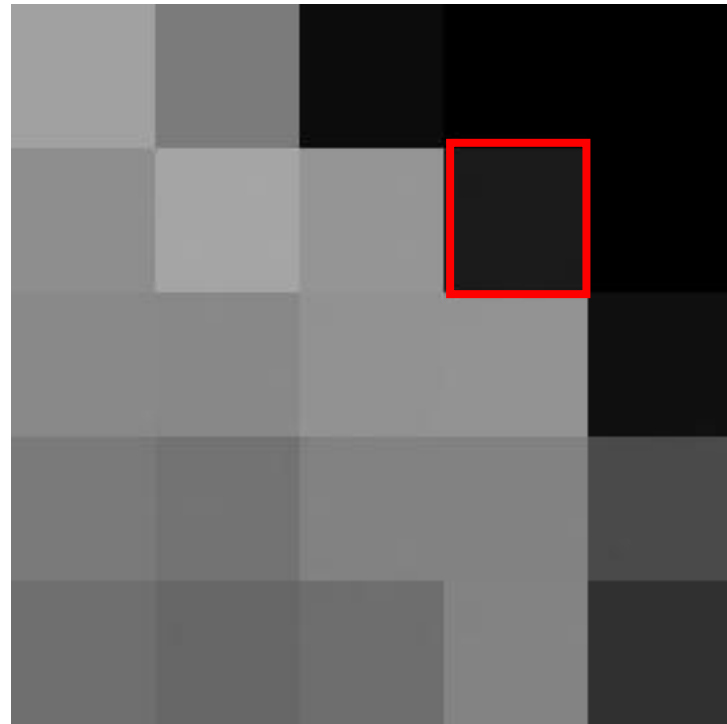
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty

Počítačová animácia dymu



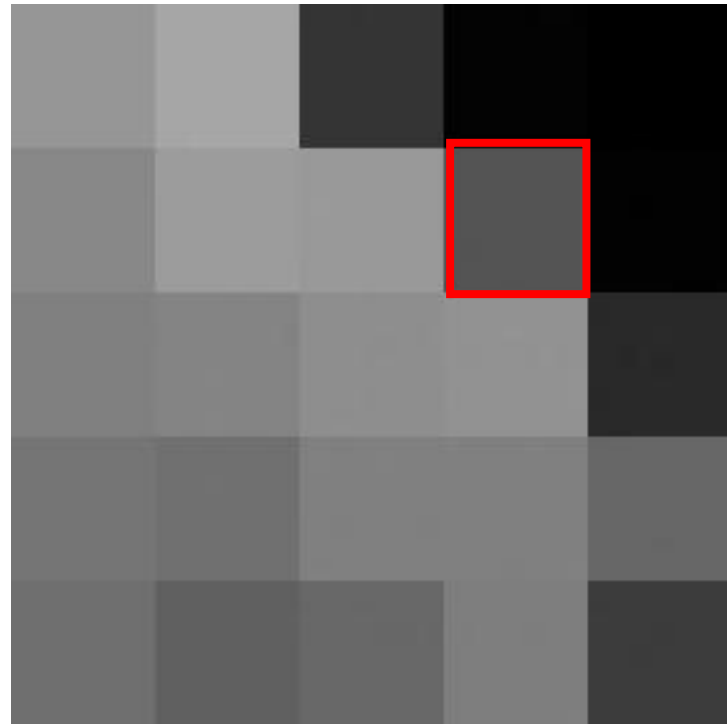
- 2D výrez v 60. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty

Počítačová animácia dymu



- 2D výrez v 60. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - odtieň je funkcia času

Počítačová animácia dymu



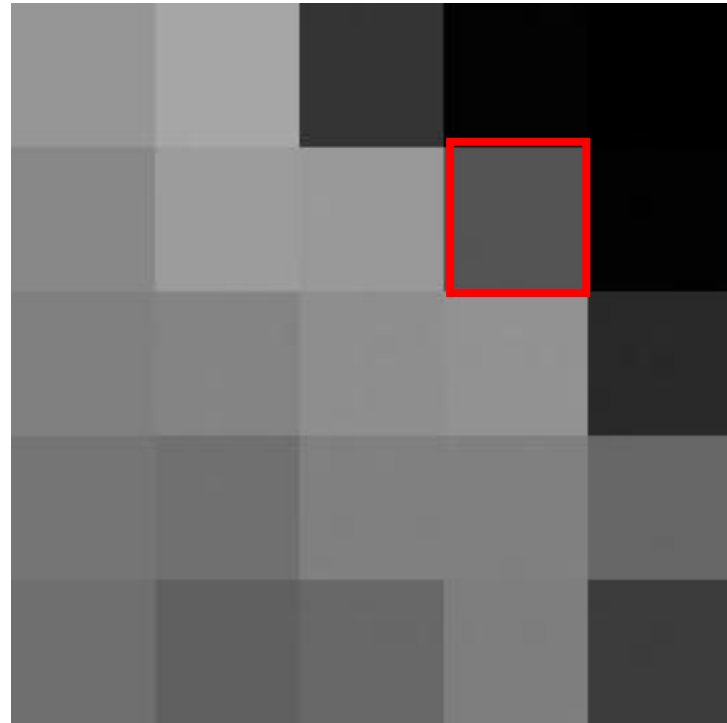
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - odtieň je funkcia času

Počítačová animácia dymu



- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$



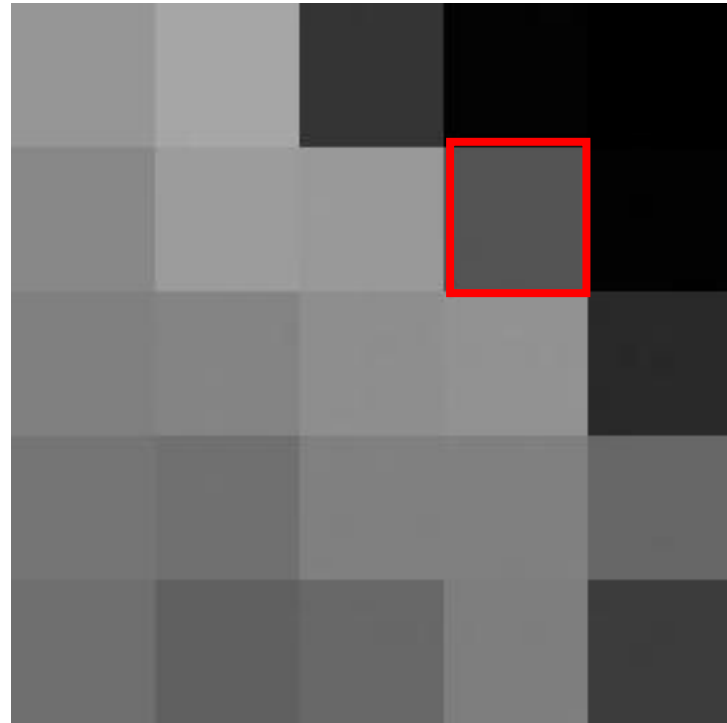
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - odtieň je funkcia času

Počítačová animácia dymu



- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$



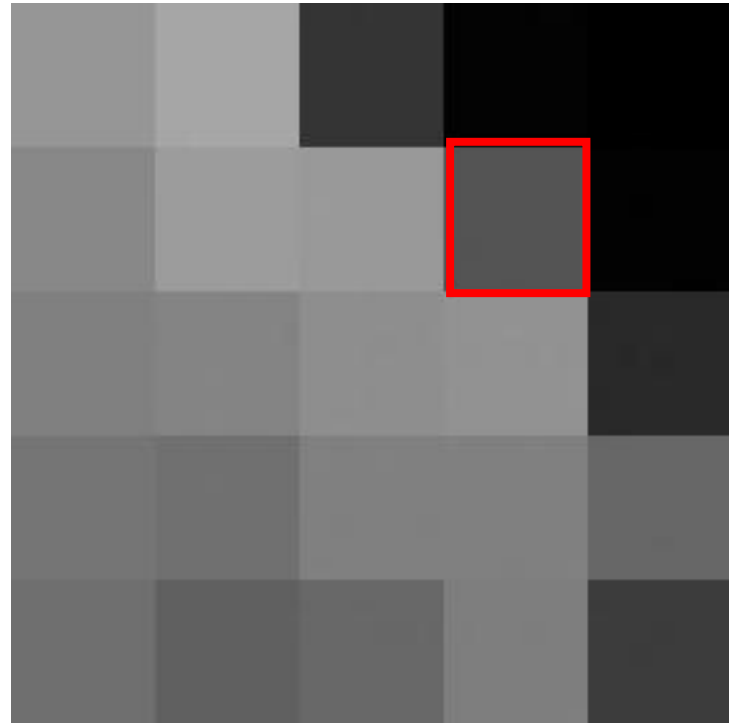
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - odtieň je funkcia času $\text{odtieň}(t)$

Počítačová animácia dymu



- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$



- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - odtieň je funkcia času $\text{odtieň}(t)$
 - ľubovoľný počet sekvencii za jednu sekundu

Počítačová animácia dymu

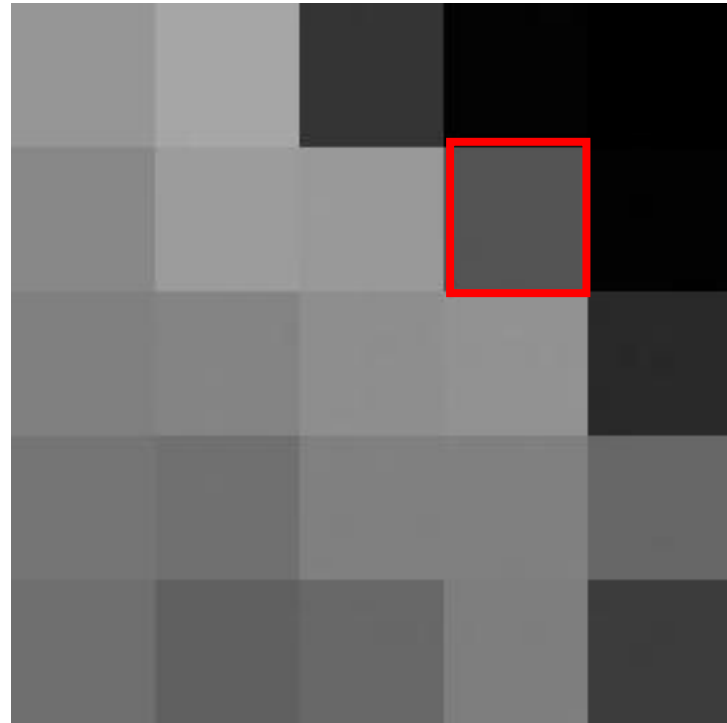


- rýchlosť zmeny:

$$\frac{\text{odtieň}(61) - \text{odtieň}(60)}{1/30}$$

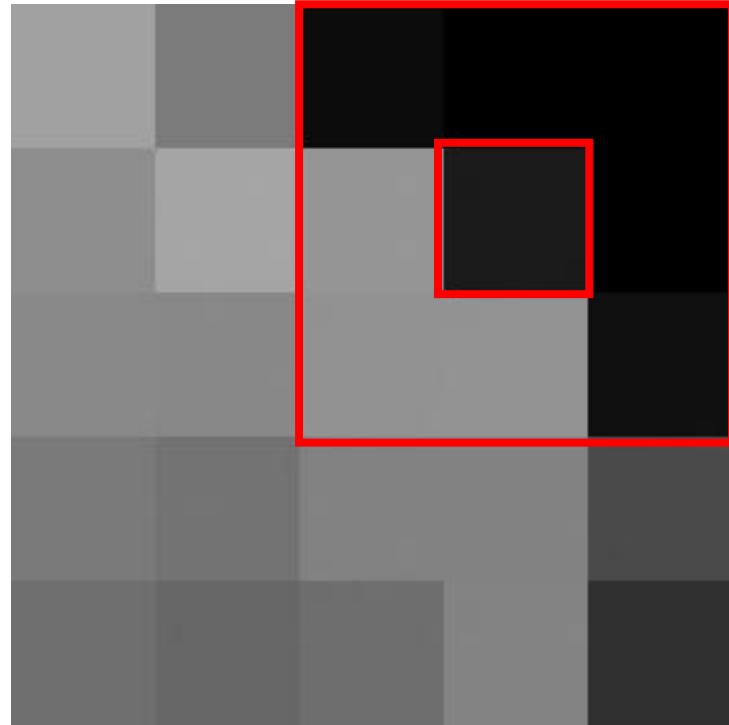
- derivácia podľa času

$$\text{odtieň}'(t)$$



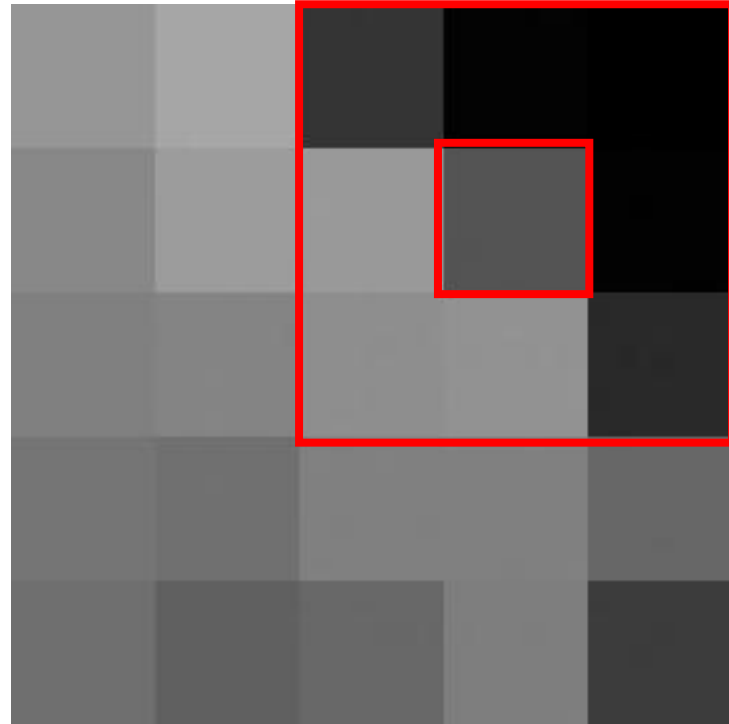
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň v □ závisí od predchádzajúcej hodnoty
 - odtieň je funkcia času $\text{odtieň}(t)$
 - ľubovoľný počet sekvencii za jednu sekundu

Počítačová animácia dymu



- 2D výrez v 60. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt

Počítačová animácia dymu



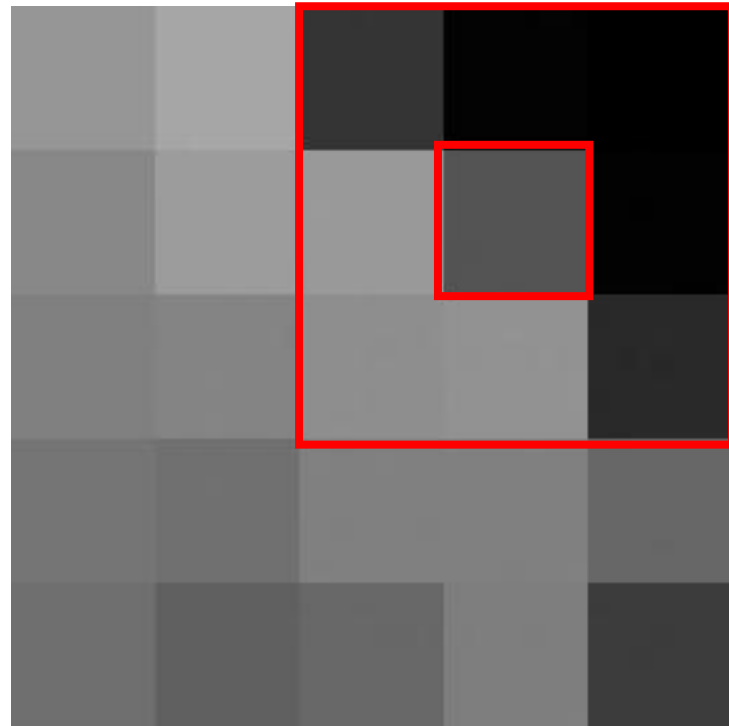
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt

Počítačová animácia dymu



- zmena v priestore

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$



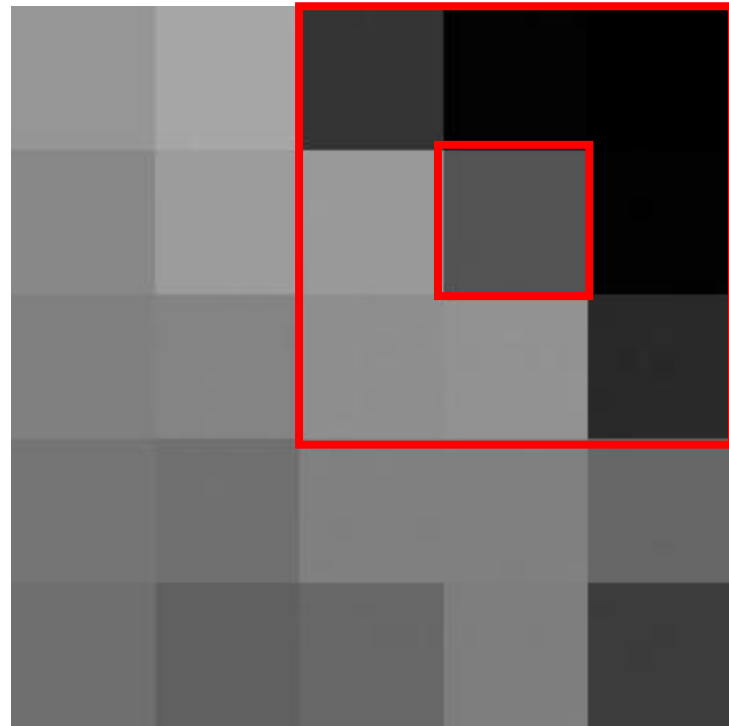
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt

Počítačová animácia dymu



- zmena v priestore

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$



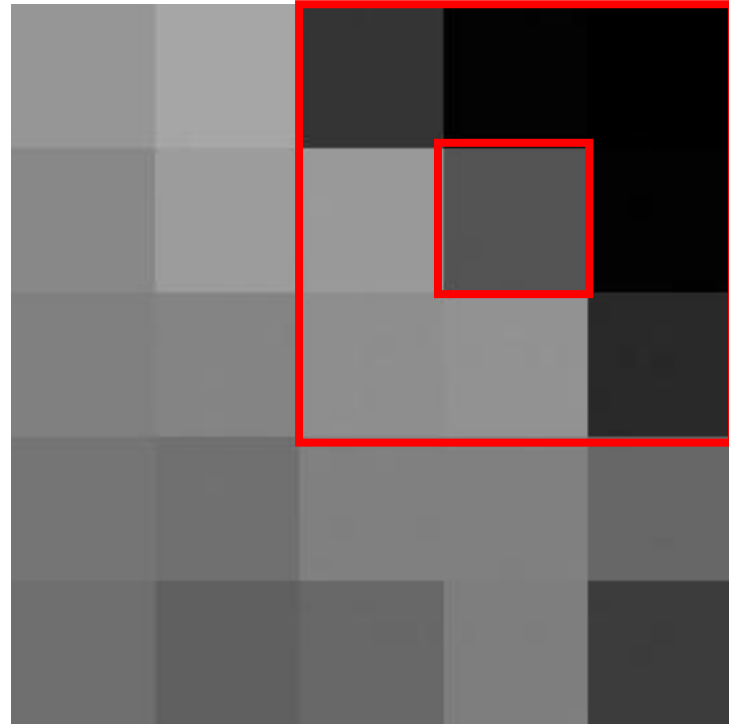
- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - odtieň je aj funkciou priestoru $\text{odtieň}[x, y]$

Počítačová animácia dymu



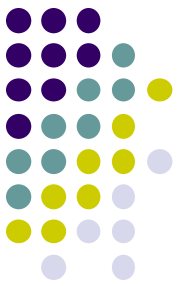
- zmena v priestore

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$



- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - odtieň je aj funkciou priestoru $\text{odtieň}[x, y]$
 - ľubovoľný počet pixelov na jeden milimeter

Počítačová animácia dymu

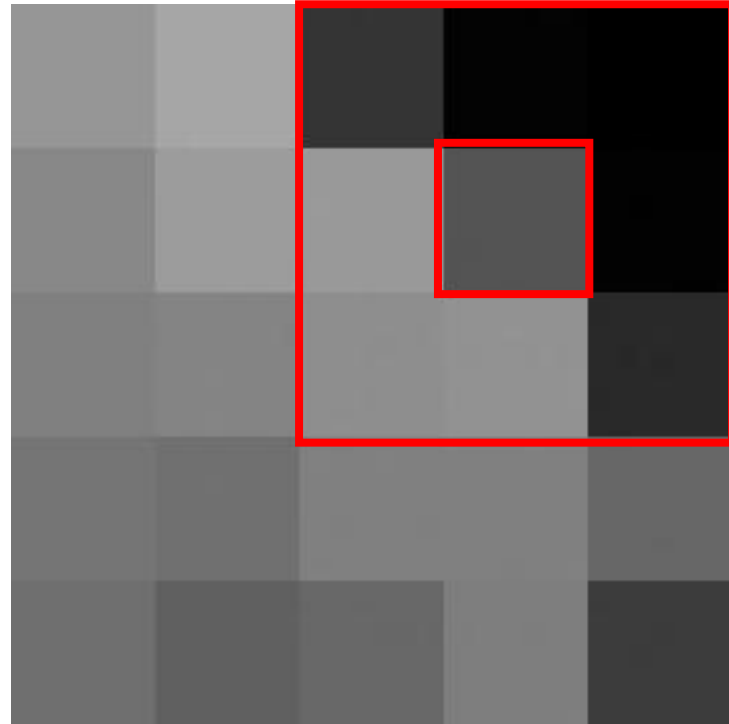


- zmena v priestore

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$

- gradient

$$\nabla \text{odtieň}[x, y]$$



- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - odtieň je aj funkciou priestoru $\text{odtieň}[x, y]$
 - ľubovoľný počet pixelov na jeden milimeter

Počítačová animácia dymu

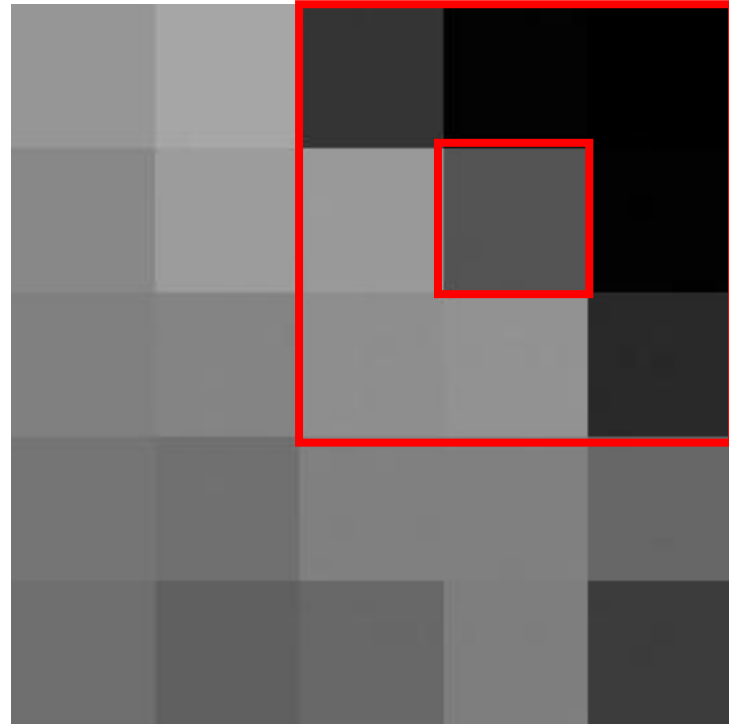


- zmena v priestore

$$\frac{\text{odtieň}[4,4] - \text{odtieň}[3,3]}{|[4,4] - [3,3]|}$$

- gradient

$$\nabla \text{odtieň}[x, y]$$



- 2D výrez v 61. časovej sekvencii
- odtieň závisí aj od okolitých hodnôt
 - odtieň je aj funkciou priestoru $\text{odtieň}[x, y]$
 - poznáme súvislosť medzi zmenou v čase a v priestore!

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre farbu (“hustotu”) dymu

$$\partial_t c = -\vec{v} \cdot \nabla c$$

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre farbu (“hustotu”) dymu

$$\partial_t c = -\vec{v} \cdot \nabla c$$

- pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

- rýchlosť prúdenia \vec{v} , tlak p
- vonkajšie sily \vec{f} , viskozita μ , hustota ρ

Diferenciálne rovnice



- physics based animations
 - zvoľte počiatočné hodnoty pre dym a prúdenie
 - zvoľte zdroje (privádzač/odvádzač) dymu
 - priestorovo a časovo variabilné
 - interaktivita počas animácie?!
 - zvoľte zdroje prúdenia vzduchu
 - zvoľte fyzikálne vlastnosti „vzduchu“
 - viskozita, hustota, prípadne závislosť od teploty, atď.
 - pustite výpočty ...

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre farbu (“hustotu”) dymu

$$\partial_t c = -\vec{v} \cdot \nabla c$$

- pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

- rýchlosť prúdenia \vec{v} , tlak p
- vonkajšie sily \vec{f} , viskozita μ , hustota ρ
- zlá správa – rovnice nevieme riešiť

Diferenciálne rovnice



- rovnica pre farbu (“hustotu”) dymu

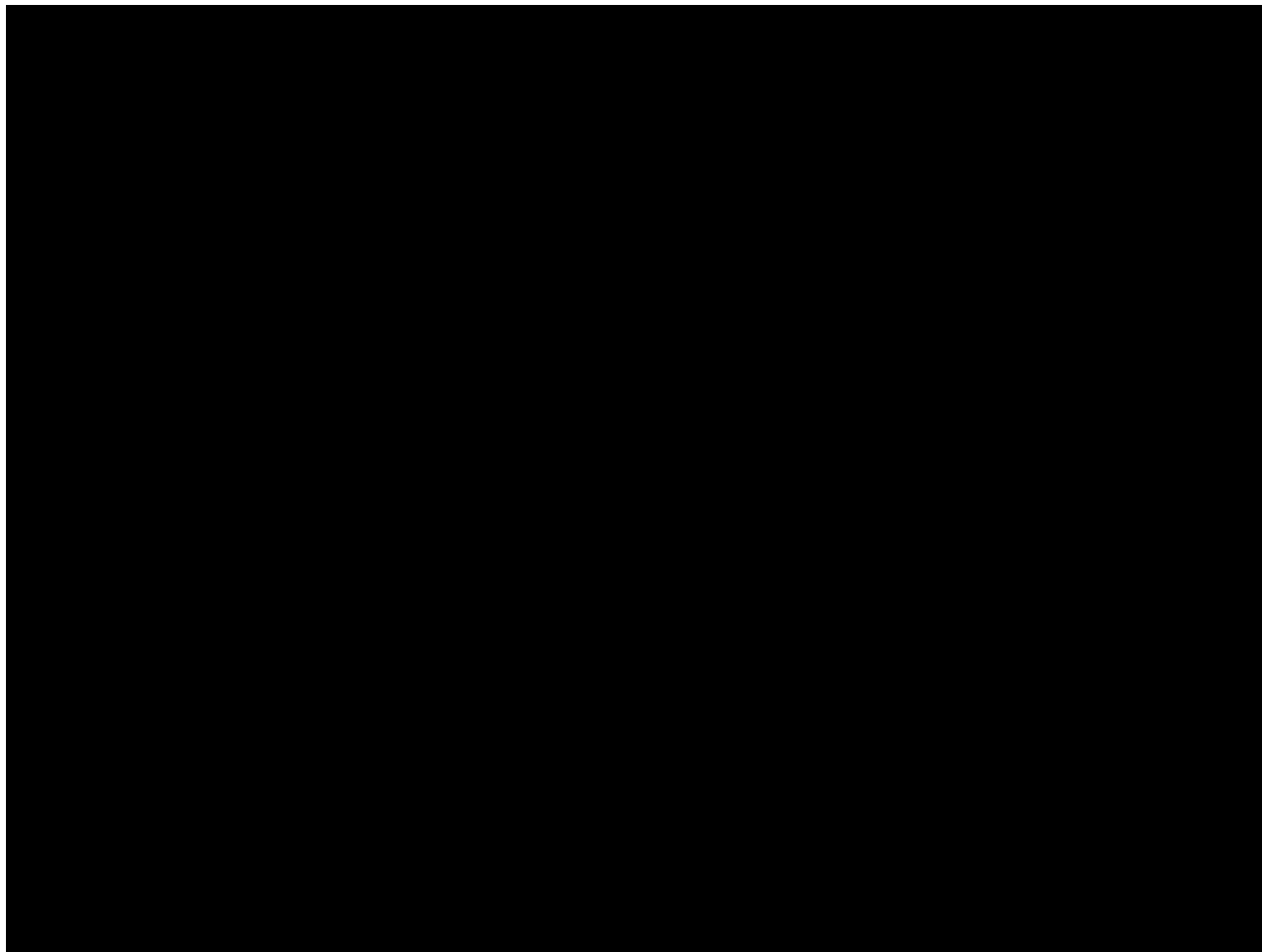
$$\partial_t c = -\vec{v} \cdot \nabla c$$

- pohybové rovnice

$$\frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mu \Delta \vec{v}$$

- rýchlosť prúdenia \vec{v} , tlak p
- vonkajšie sily \vec{f} , viskozita μ , hustota ρ
- dobrá správa – zvolte obr/sec a počet voxlov a rovnice vieme (približne) riešiť!

Rovnica advekcie



Rovnica advekcie

