SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

STAVEBNÁ FAKULTA

Evidenčné číslo: SvF-5343-67698

Adaptívne algoritmy metódy konečných objemov aplikované na analýzu viackanálového obrazu

Diplomová práca

Študijný program: Matematicko-počítačové modelovanie

Číslo študijného odboru: 1114

Názov študijného odboru: Aplikovaná matematika

Školiace pracovisko (katedra/ústav): Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

Vedúci záverečnej práce/školiteľ: doc. RNDr. Zuzana Krivá, PhD.

Bratislava 2014 **Bc. Martin Trubač**

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

Stavebná fakulta
Akademický rok: 2013/2014
Evidenčné číslo: SvF-5343-67698

ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Študent: **Bc. Martin Trubač**
ID študenta: 67698
Študijný program: matematicko-počítačové modelovanie
Študijný odbor: 9.1.9 aplikovaná matematika
Vedúca práce: doc. RNDr. Zuzana Krivá, PhD.
Miesto vypracovania: Svf sTU Bratislava

Názov práce: **Adaptívne algoritmy metódy konečných objemov aplikované na analýzu viackanálového obrazu**

Špecifikácia zadania:

Navrhnúť algoritmus pre spracovávanie obrázkov veľkého rozsahu (napr.snímkov z družíc). Budú sa skúmať adaptívne algoritmy, ktoré môžu urýchliť spracovávanie na oblastiach homegénnej intenzity. V prípade viackanálového obrazu sa informácia
z viacerých obrazov dá využiť na spoločné spracovanie.

Rozsah práce: 30-40 strán

Zoznam odbornej literatúry:

1. Krivá, Z. – Mikula, K. An Adaptive Finite Volume Method in Processing of Color Images. In *ALGORITMY 2000 : Proceedings of the Conference on Scientific Computing, Vysoké Tatry, Slovakia, 10.-15.9.2000.* 2000, s. 174–187. ISBN 80-227-1391-0.
2. Krivá, Z. Numerical schemes for the Perona-Malik equation. In *MAGIA 2011 : Mathematics,geometry and their applications.Proceedings. Kočovce,SR,28.-30.10.2011.* 1. vyd. Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2012, s. 7–13. ISBN 978-80-227-3780-7.
3. Krivá, Z. Numerical schemes for the Perona-Malik equation. In s. 7–13.

Riešenie zadania práce od: 19. 05. 2014

Dátum odovzdania práce: 22. 05. 2014

L. S.

Bc. Martin Trubač
študent

prof. RNDr. Radko Mesiar, DrSc.
vedúci pracoviska

prof. RNDr. Magdaléna Komorníková, PhD.
garantka študijného programu

POKYNY
na vypracovanie diplomovej práce

Úvodné ustanovenie

V zmysle zákona č. 131/2002 Z. z. o vysokých školách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov je súčasťou štúdia podľa každého študijného programu aj záverečná práca. Jej obhajoba patrí medzi štátne skúšky. Záverečnou prácou pri štúdiu podľa študijného programu druhého stupňa je diplomová práca. Podkladom na vypracovanie diplomovej práce je zadanie diplomovej práce

Štruktúra záverečnej práce

- titulný list,
- zadanie záverečnej práce,
- pokyny na vypracovanie,
- vyhlásenie autora,
- názov a abstrakt v slovenskom a v anglickom jazyku (spolu v rozsahu jednej strany),
- obsah s očíslovaním kapitol,
- zoznam príloh,
- zoznam skratiek a značiek,
- text samotnej práce (odporúčané členenie),
    - úvod,
    - súčasný stav problematiky,
    - ciele záverečnej práce,
    - vlastné riešenie členené na kapitoly podľa charakteru práce,
    - zhodnotenie dosiahnutých výsledkov resp. navrhnutých riešení,
    - záver,
- resumé (len pre práce vypracované v cudzom jazyku),
- zoznam použitej literatúry,
- prílohy (výkresy, tabuľky, mapy, náčrty) vrátane postera s rozmermi 1000x700 mm.

Rozsah a forma

1. Obsah a forma záverečnej práce musí byť spracovaná v zmysle vyhlášky MŠVVaŠ SR č. 233/2011 Z. z., ktorou sa vykonávajú niektoré ustanovenia zákona č. 131/2002 Z. z. a v zmysle Metodického usmernenia č. 56/2011 o náležitostiach záverečných prác.
2. Vyžadovaný rozsah diplomovej práce je 30 až 50 strán. Odovzdáva sa v dvoch vyhotoveniach. Jedno vyhotovenie musí byť viazané v pevnej väzbe (nie hrebeňovej) tak, aby sa jednotlivé listy nedali vyberať. Rozsiahle grafické prílohy možno v prípade súhlasu vedúceho práce odovzdať v jednom vyhotovení.
3. Autor práce je povinný vložiť prácu v elektronickej forme do akademického informačného systému. Autor zodpovedá za zhodu listinného aj elektronického vyhotovenia.

4. Po vložení záverečnej práce do informačného systému, predloží autor fakulte ním podpísaný návrh licenčnej zmluvy. Návrh licenčnej zmluvy je vytvorený akademickým informačným systémom.
5. Odporúčaný typ písma je Times New Roman, veľkosť 12 a je jednotný v celej práci. Odporúčané nastavenie strany - riadkovanie 1,5, okraj vnútorný 3,5 cm, vonkajší 2 cm, zhora a zdola 2,5 cm, orientácia na výšku, formát A4.
6. Obrázky a vzorce sa číslujú v rámci jednotlivých kapitol (napr. obr. 3.1 je obrázok č. 1 v kapitole 3). Vzorce sa číslujú na pravom okraji riadku v okrúhlych zátvorkách - napr. (3.1).
7. Všetky výpočty musia byť usporiadané tak, aby bolo možné preveriť ich správnosť.
8. Pri všetkých prevzatých vzorcoch, tabuľkách, citovaných častiach textu musí byť uvedený prameň.
9. Citovanie literatúry vrátane elektronických materiálov sa uvádza podľa STN ISO 690 (01 0197): 2012. *Informácie a dokumentácia. Návod na tvorbu bibliografických odkazov na informačné pramene a ich citovanie.*
10. Príklad zoznamu bibliografických odkazov:
    ABELOVIČ, J. a kol.: *Meranie v geodetických sieťach.* Bratislava, Alfa 1990, ISBN 0-1554-9173.
    MICHALČÁK, O. – ADLER, E.: Výskum stability dunajských hrádzí. In: *Zborník vedeckých prác Stavebnej fakulty SVŠT.* Bratislava: Edičné stredisko SVŠT 1976, s. 17-28. ISBN 0-3552-5214.
    ŠÜTTI, J.: Určovanie priestorových posunov stavebných objektov. *Geodetický kartografický obzor.* 2000, roč. 2, č. 3, s. 8-16. ISSN 0811-6900.
    Article 18. Technical Cooperation. http://www.lac.uk/iso/tc456 (2013-09-28)
11. Za jazykovú a terminologickú správnosť záverečnej práce zodpovedá diplomant.
12. Formu postera (elektronická alebo aj tlačená) určí garant študijného programu.
13. Vzor pre poster je uvedený na dokumentovom serveri v akademickom informačnom systéme univerzity.

....
podpis garanta študijného programu

Ustanovenia týchto pokynov som vzal na vedomie. Som si vedomý(á), že ak nebude moja diplomová práca vypracovaná v súlade s týmito pokynmi, nebude prijatá na obhajobu.

V Bratislave ....

....
podpis študenta

Čestné prehlásenie:

Čestne prehlasujem, že som diplomovú prácu vypracoval samostatne s použitím uvedenej literatúry a s odbornou pomocou vedúceho práce.

. . . .

V Bratislave 20.5.2014 Vlastnoručný podpis

Poďakovanie:

Rád by som sa poďakoval svojej konzultantke, doc. RNDr. Zuzane Krivej, PhD. za jej pomoc, odborné rady a cenné pripomienky, ktoré mi ochotne poskytovala pri tvorbe tejto práce. Taktiež by som rád vyjadril poďakovanie Ing. Jurajovi Papčovi, PhD. za spoluprácu, rady a poskytnutie satelitných dát a materiálov.

Abstrakt

Práca nadväzuje na moju bakalársku prácu, v ktorej boli predložené algoritmy na tvorbu adaptívnej mriežky. Pre rovnicu vedenia tepla a rovnicu pre pohyb krivky riadený strednou krivosťou sme použili priestorovú diskretizáciu pomocou metódy konečných objemov a implicitnú, resp. semi-imlicitnú časovú diskretizáciu. Využili sme ich na odšumenie umelo vytvorených obrázkov. V tejto práci je popísaná Perona-Malikova rovnica, ktorú sme diskretizovali podobne ako predchádzajúce rovnice. Odvodili sme 2 numerické schémy, ktorých výsledky su porovnané na viacerých obrázkoch. V poslednej časti sme použili Perona-Malikovu rovnicu na odstraňovanie šumu zo satelitných snímkov.

Abstract

This work extends my bachelor thesis, in which we presented algorithms for constructing an adaptive grid. For heat equation and mean curvature flow, we used finite volume method for spatial discretization and implicit or semi-implicit time discretization. We used them to remove noise from artificial images. In this thesis, we present Perona-Malik equation, for which we derived 2 numerical schemes using the same discretization. These schemes are then compared on different input images. In the last part we used Perona-Malik equation to remove noise from satelite images.

Obsah

Úvod

Numerické modelovanie matematických problémov častokrát vedie k riešeniu sústavy rovníc. Použitím adaptívnych mriežok môžeme do veľkej miery zredukovať počet neznámych zlúčením viacerých neznámych do jednej. Čím väčšie rozmery má vstupný obrázok, tým je výhodnejšie použitie adaptívnych sietí.

V prvej časti práce sa venujeme Perona-Malikovej rovnici, pre ktorú sme odvodili 2 numerické schémy, ktorých výsledky ďalej porovnávame na rôznych vstupných obrázkoch.

V druhej časti sme použili Perona-Malikovu rovnicu na odstránenie šumu zo satelitných snímkov, s cieľom lepšej identifikácie hraníc medzi jednotlivými prvkami krajiny. Okrem obyčajného odstraňovania šumu zo snímky sme skúsili aj kombinované odstraňovanie šumu, pričom difúzne koeficienty v rovniciach sa vytvorili na základe kombinácie dvoch gradientov získaných z dvoch rôznych snímkov (resp. z dvoch rôznych kanálov) tej istej oblasti. V poslednej časti prezentujeme výsledky snímok po odstránení šumu a detekcii hrán.

1 Stručné zhrnutie bakalárskej práce

Obrazové dáta získané v praxi majú častokrát spoločnú jednu vec, a to, že sú zašumené. Môže ísť napríklad o satelitné snímky, medicínske dáta, či aj obyčajné fotografie. Tento neželaný efekt však možno do určitej miery redukovať, až v niektorých prípadoch odstrániť použitím rôznych matematických metód.

1.1 Rovnice

V bakalárskej práci sme pracovali s dvoma rovnicami využívanými v spracovaní obrazu. Prvou z nich je rovnica vedenia tepla, ktorá je vhodná na odstraňovanie adaptívneho šumu. Druhá bola rovnica pre pohyb krivky riadený strednou krivosťou *(Mean curvature flow)*, ktorá vyhladzuje hranice objektov, vďaka čomu je vhodná na odstraňovanie šumu typu Salt & Pepper. V oboch prípadoch ide o rovnice závislé od času. Odvodené numerické schémy využívali implicitnú, resp. semi-implicitnú časovú diskretizáciu a pre priestorovú diskretizáciu metódu konečných objemov.

Princíp priestorovej diskretizácie pomocou metódy konečných objemov spočíva v rozdelení skúmanej oblasti na neprekrývajúce sa celky, takzvané konečné objemy, ktoré pokryjú celú oblasť, pričom na každom konečnom objeme je aproximácia riešenia konštantná. V závislosti od typu úlohy je potom každý konečný objem charakterizovaný rovnicou, ktorá je previazaná s rovnicami susedných konečných objemov. Pre implicitné a semi-implicitné úlohy riešenie problému v konečnom dôsledku vedie na riešenie lineárneho systému rovníc.

Pri rovnici vedenia tepla sme riešili počiatočno - okrajovú úlohu tvaru

$$\partial_t u(t,x) - \Delta u(t,x) = 0 \quad \text{na } Q_T \equiv I \times \Omega, \tag{1.1.1a}$$

$$\partial_{\vec{\nu}} u(t,x) = 0, \quad \forall x \in I \times \partial\Omega, \tag{1.1.1b}$$

$$u(0,x) = u_x^0, \quad \forall x \in \Omega, \tag{1.1.1c}$$

Pri rovnici pre pohyb krivky riadený krivosťou počiatočno - okrajová úloha vyzerala nasledovne:

$$\partial_t u(t,x) = |\nabla u(t,x)| \nabla . \left(\frac{\nabla u(t,x)}{|\nabla u(t,x)|} \right) \quad \text{na } Q_T \equiv I \times \Omega, \tag{1.1.2a}$$

$$\partial_{\vec{\nu}} u(t,x) = 0, \quad \forall x \in I \times \partial\Omega, \tag{1.1.2b}$$

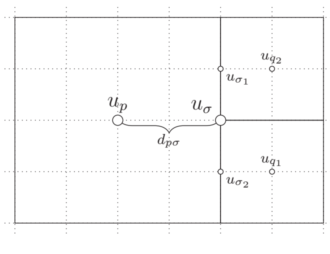
$$u(0,x) = u_x^0, \quad \forall x \in \Omega. \tag{1.1.2c}$$

Numerické schémy pre obe rovnice boli odvodené s tým, že používali hodnoty v stredoch hrán σ jednodlivých konečných objemov označené ako u_σ. Dajú sa interpretovať ako hodnoty, ktoré charakterizujú presun farebnej intenzity cez jednotlivé hrany. Ich použitie poskytuje veľkú výhodu v tom, že veľa výpočtov možno robiť na konečnom objeme lokálne. Ak zistíme, že skúmaný konečný objem má pri hrane σ suseda, ktorý nemá rovnakú veľkosť ako on, ďalej ho neskúmame a siahame práve na hodnotu u_σ. Ak je sused rovnaký, u_σ môžeme jednoducho eliminovať z výpočtu a v rovnici bude v takom prípade vystupovať hodnota farebnej intenzity susedného štvorčeka.

Na uchovávanie hodnôt u_σ sme použili 3 dvojrozmerné polia. Dve z nich uchovávajú u_σ pre konečné objemy s veľkosťou hrany 1, pričom $sigma_{vert}$ uchováva u_σ pre vertikálne hrany a $sigma_{horiz}$ pre horizontálne hrany. Tretie pole uchováva u_σ pre všetky konečné objemy veľkosti hrany 2 a viac.

Hodnoty u_σ sa pre každý kontrolný objem o veľkosti jedného pixela inicializujú priemerovaním hodnôt farebnej intenzity dvoch pixelov, ktoré majú spoločnú hranu σ. Pre všetky väčšie konečné objemy počítame na hrane σ hodnotu u_σ ako priemer hodnôt u_σ dvoch menších konečných objemov, ktoré sme zlúčili na tej istej hrane.

Sústava má toľko rovníc, koľko máme konečných objemov. Ak však má pri hrane σ konečný objem suseda nerovnakej veľkosti, do sústavy pribudnú 3 neznáme hodnoty u_σ, preto je potrebné ich aktualizovať počas riešenia sústavy. Takéto nastavovanie je v súlade so zákonmi zachovania.



Obr. 1.1: Situácia nerovnakých susedných konečných objemov

Vzťahy pre aktualizovanie hodnôt u_σ počas výpočtov dostaneme pre konkrétnu rovnicu z rovnosti tokov. Ak nastala situácia podľa obrázka 1.1, potom napríklad pre rovnicu vedenia tepla z rovnosti tokov

$$(u_\sigma - u_p) = (u_{q_1} - u_{\sigma_1}) + (u_{q_2} - u_{\sigma_2}). \tag{1.1.3}$$

dostaneme nasledujúcu trojicu vzťahov, ktoré riešime spolu s počítaním sústavy.

$$u_{\sigma_1} = \frac{1}{3}u_p + \frac{2}{3}u_{q_1} \tag{1.1.4}$$

$$u_{\sigma_2} = \frac{1}{3}u_p + \frac{2}{3}u_{q_2} \tag{1.1.5}$$

$$u_{\sigma} = \frac{1}{2}u_{\sigma_1} + \frac{1}{2}u_{\sigma_2} \tag{1.1.6}$$

1.2 Adaptívna mriežka

V prípade dvojrozmerných obrazových dát možno jednoducho prehlásiť každý pixel obrázka za jeden konečný objem. Ak však máme obrázok veľkých rozmerov, je potrebné riešiť veľmi veľkú sústavu rovníc.

Veľkosť sústavy môžeme do značnej miery zredukovať, ak pri priestorovej diskretizácii použijeme adaptívnu mriežku, ktorá nám rozdelí obrázok na konečné objemy rôznej veľkosti. Využíva kvadrantový strom a jej hlavná myšlienka spočíva v zlučovaní susediacich konečných objemov do väčších konečných objemov na základe určitých kritérií. Vďaka tomu sa zredukuje počet konečných objemov, čím zmenšíme počet rovníc, a teda aj počet neznámych v systéme rovníc.

My sme pre jednoduchosť uvažovali mriežku založenú na vyváženom kvadrantovom strome. Znamená to, že sme od ľubovoľných dvoch susedných konečných objemov požadovali, aby mali veľkosti hrany v pomere 1:1, 1:2 alebo 2:1.

V programe možno meniť niekoľko parametrov, ktoré majú vplyv na vytvorenie mriežky. Prvým ε_1 regulujeme maximálny možný rozdiel farebných intenzít štyroch zlučovaných kontrolných objemov. Druhý ε_2 sa využíva, keď pri zlučovaní počítame u_σ na hrane skúmaného zlúčeného konečného objemu. Táto hodnota sa nastaví podľa 1.1.6 a ε_2 udáva maximálny možný rozdiel u_{σ_1} a u_{σ_2}. Tretí parameter ε_3 bol použitý pri rovnici vedenia tepla. Regulujeme ním maximálny povolený rozdiel farebnej intenzity konečného objemu s jednotlivými hodnotami u_σ. Pomocou neho udržujeme hustú mriežku v okolí hrany.

Na konci práce boli prezentované experimenty na rôznych umelo vytvorených vstupných obrázkoch. So zvyšujúcim sa časom sme pozorovali odstraňovanie šumu, ako aj úbytok elementov mriežky [1].

2 Perona-Malikova rovnica

V predkladanej práci budeme na adaptívnej mriežke pracovať s Perona-Malikovou rovnicou [2]. Rovnako ako rovnica vedenia tepla je vhodná na odstraňovanie tzv. aditívneho šumu. Je to typ šumu, pri ktorom je hodnota intenzity každého pixela modifikovaná o malú náhodnú hodnotu. Na rozdiel od rovnice vedenia tepla, ktorá rozmazáva vo všetkých miestach obrázka rovako intenzívne, táto rovnica spomaľuje rozmazávanie v okolí hrán, pričom ako hranový detektor používa normu gradientu. Odstráni teda šum a minimálne rozmaže hrany.

2.1 Matematická formulácia Perona-Malikovej rovnice

Tvar počiatočno - okrajovej úlohy vyzerá nasledovne:

$$\partial_t u(t,x) = \nabla.(g(|\nabla u(t,x)|)\nabla u(t,x)) \quad \text{na } Q_T \equiv I \times \Omega, \tag{2.1.1a}$$

$$\partial_{\vec{\nu}} u(t,x) = 0, \quad \forall x \in I \times \partial\Omega, \tag{2.1.1b}$$

$$u(0,x) = u^0(x), \ \ \forall x \in \Omega. \tag{2.1.1c}$$

Funkcia g musí spĺňať nasledujúce podmienky:

- $g(v)$ je klesajúca hladká funkcia ,
- $g(0) = 1$,
- $g(v) \to 0$ pre $v \to \infty$.

My sme za funkciu $g(s)$ zvolili

$$g(s) = \frac{1}{1 + Ks^2}, \tag{2.1.2}$$

kde K je citlivostná konštanta. V rovnici 2.1.1a ako argument vstupuje do funkcie g veľkosť gradientu. Ak je táto hodnota veľká, hodnota funkcie klesá a rozmazanie sa spomaľuje. Naopak ak je veľkosť gradientu menšia, hodnota funkcie g rastie, a teda dochádza k väčšiemu rozmazaniu. Perona-Malikova rovnica teda odstraňuje šum len za predpokladu, že veľkosti gradientov na skutočných hranách sú väčšie ako tie, ktoré sú v okolí zašumených pixelov. Parameter K nám umožňuje modelovať tvar funkcie g, teda môžeme podľa potrieb meniť intenzitu rozmazávania pre konkrétne veľkosti gradientov.

2.2 Odvodenie semi-implicitnej schémy

Vezmime rovnicu 2.1.1a a zintegrujme ju cez konečný objem p, pričom časovú deriváciu aproximujeme spätnou diferenciou. Vzhľadom na to, že odvádzame semi-implicitnú schému, ako argument bude do funkcie g vstupovať gradient z predošlého $n-1$ časového kroku. Značenie u^n reprezentuje riešenie v n-tej časovej vrstve.

$$\int_p \frac{u^n - u^{n-1}}{\tau} dx = \int_p \nabla.(g(|\nabla u^{n-1}|)\nabla u^n) dx \tag{2.2.1}$$

Označenie τ reprezentuje veľkosť časového kroku. Na ľavú stranu aplikujeme Greenovu vetu. Vznikne nám integrál po hranici konečného objemu.

$$\int_p \frac{u^n - u^{n-1}}{\tau} dx = \int_{\partial p} g(|\nabla u^{n-1}|)\nabla u^n \vec{n_p} dx \tag{2.2.2}$$

Značenie $\vec{n_p}$ reprezentuje vonkajšiu jednotkovú normálu k hranici konečného objemu p. Teraz predpokladajme, že hodnota farebnej intenzity je konštantná na konečnom objeme p. To nám umožní na ľavej strane vyňať celý výraz pred integrál. Taktiež využijeme fakt, že každý kontrolný objem je štvorcového tvaru, vďaka čomu integrál po hranici možno prepísať na sumu integrálov cez jednotlivé hrany štvorca.

$$\frac{m(p)}{\tau}(u_p^n - u_p^{n-1}) = \sum_{\sigma \in \varepsilon_p} \int_\sigma g(|\nabla u^{n-1}|)\nabla u^n \vec{n}_{p\sigma} dx \tag{2.2.3}$$

Označenie σ predstavuje hranu štvorca a ε_p je množina všetkých hrán konečného objemu p. Označme ďalej výraz $g(|\nabla u_p^{n-1}|)$ ako g_p^{n-1}. Keďže hodnota gradientu bude na hrane konštantná (viď 2.3.1 a 2.4.2), môžeme tento koeficient vyňať pred integrál.

$$\frac{m(p)}{\tau}(u_p^n - u_p^{n-1}) = \sum_{\sigma \in \varepsilon_p} g_p^{n-1} \int_\sigma \nabla u^n \vec{n}_{p\sigma} dx \tag{2.2.4}$$

Ak vzťah $\nabla u^n.\vec{n_{p\sigma}}$ aproximujeme výrazom $\frac{u_\sigma^n - u_p^n}{d_{p\sigma}}$ a vyjmeme ho pred integrál, výsledná forma schémy má potom nasledovný tvar:

$$\frac{m(p)}{\tau}(u_p^n - u_p^{n-1}) = \sum_{\sigma \in \varepsilon_p} \frac{|\sigma|}{d_{p\sigma}} g_p^{n-1}(u_\sigma^n - u_p^n) \tag{2.2.5}$$

Značenie $d_{p\sigma}$ reprezentuje vzdialenosť stredu kontrolného objemu od jeho hrany σ. V našom prípade, kedy používame konečné objemy tvaru štvorca, $d_{p\sigma}$ bude polovica dĺžky hrany.

2.3 Numerická schéma 1

Táto schéma, rovnako ako všetky numerické schémy uvedené v bakalárskej práci, používa jednu centrálnu hodnotu veľkosti gradientu $|\nabla u_p|$ na kontrolnom objeme p. Pri výpočtoch teda používame jeden difúzny koeficient g_p nezávisle od hrany, ktorú práve skúmame.

Tvar schémy je výraz 2.2.5 a výpočet gradientu je odvodený z tzv. "magic formuly"[3]. Počíta sa nasledovným spôsobom:

$$\begin{aligned} g_p^n &= g(|\nabla u_p^n|) && (2.3.1) \\ |\nabla u_p^n| &= \sqrt{\frac{2}{h^2}\sum_{\sigma\in\varepsilon_p}(u_\sigma^n - u_p^n)^2}. && (2.3.2) \end{aligned}$$

V nekonformnom prípade, t.j. pre situáciu, keď pri sebe máme veľký konečný objem p a 2 malé konečné objemy q_1 a q_2, platí rovnosť tokov:

$$g_p(u_\sigma - u_p) = g_{q_1}(u_{q_1} - u_{\sigma_1}) + g_{q_2}(u_{q_2} - u_{\sigma_2}) \qquad (2.3.3)$$

Ak zvolíme nasledovné vzťahy pre aktualizovanie hodnôt u_σ veľkého aj malých konečných objemov so značením v súlade s obrázkom 1.1, zákon zachovania ostane platný aj počas výpočtov. Aktualizovanie u_σ prebieha súčasne s riešením lineárneho systému.

$$\begin{aligned} u_{\sigma_1}^n &= \frac{g_p^{n-1}u_p^n + 2g_{q_1}^{n-1}u_{q_1}^n}{g_p^{n-1} + 2g_{q_1}^{n-1}}, && (2.3.4) \\ u_{\sigma_2}^n &= \frac{g_p^{n-1}u_p^n + 2g_{q_2}^{n-1}u_{q_2}^n}{g_p^{n-1} + 2g_{q_2}^{n-1}}, && (2.3.5) \\ u_\sigma^n &= \frac{1}{2}u_{\sigma_1}^n + \frac{1}{2}u_{\sigma_2}^n. && (2.3.6) \end{aligned}$$

2.3.1 Lineárny systém

Každý konečný objem je charakterizovaný rovnicou 2.2.5. V prípade, že susedný kontrolný objem pri hrane σ nemá rovnakú veľkosť, podľa obrázka 1.1 do lineárneho systému pridáme rovnice 2.3.4, 2.3.5 a 2.3.6 pre aktualizovanie hodnôt u_σ. V prípade, že susedný kontrolný objem q pri spoločnej hrane σ má rovnakú veľkosť ako skúmaný kontrolný objem p, zo vzťahu pre zachovanie tokov platí pre hodnotu u_σ

$$u_\sigma^n = \frac{g_p^{n-1}u_p^n + g_q^{n-1}u_q^n}{g_p^{n-1} + g_q^{n-1}} \qquad (2.3.7)$$

Po dosadení tohto vzťahu 2.3.7 do rovnice numerickej schémy 2.2.5 dostaneme po úpravách schému v tvare

$$(u_p^n - u_p^{n-1})m(p) = \tau \sum_{q \in N(p)} 2\frac{g_p^{n-1} g_q^{n-1}}{g_p^{n-1} + g_q^{n-1}}(u_q^n - u_p^n) \tag{2.3.8}$$

V takomto prípade už v rovnici nevystupuje medzi neznámymi hodnota u_σ ale hodnota farebnej intenzity susedného konečného objemu u_q. Trojicu vzťahov pre aktualizovanie u_σ v tomto prípade nepridávame.

Na riešenie sústavy sme použili SOR metódu s relaxačným parametrom $\omega = 1.2$. Pre veľké časové kroky ($\tau = 20$) je počet iterácií pomerne veľký. Z tohto dôvodu tu práve adaptivita dokáže byť efektívna.

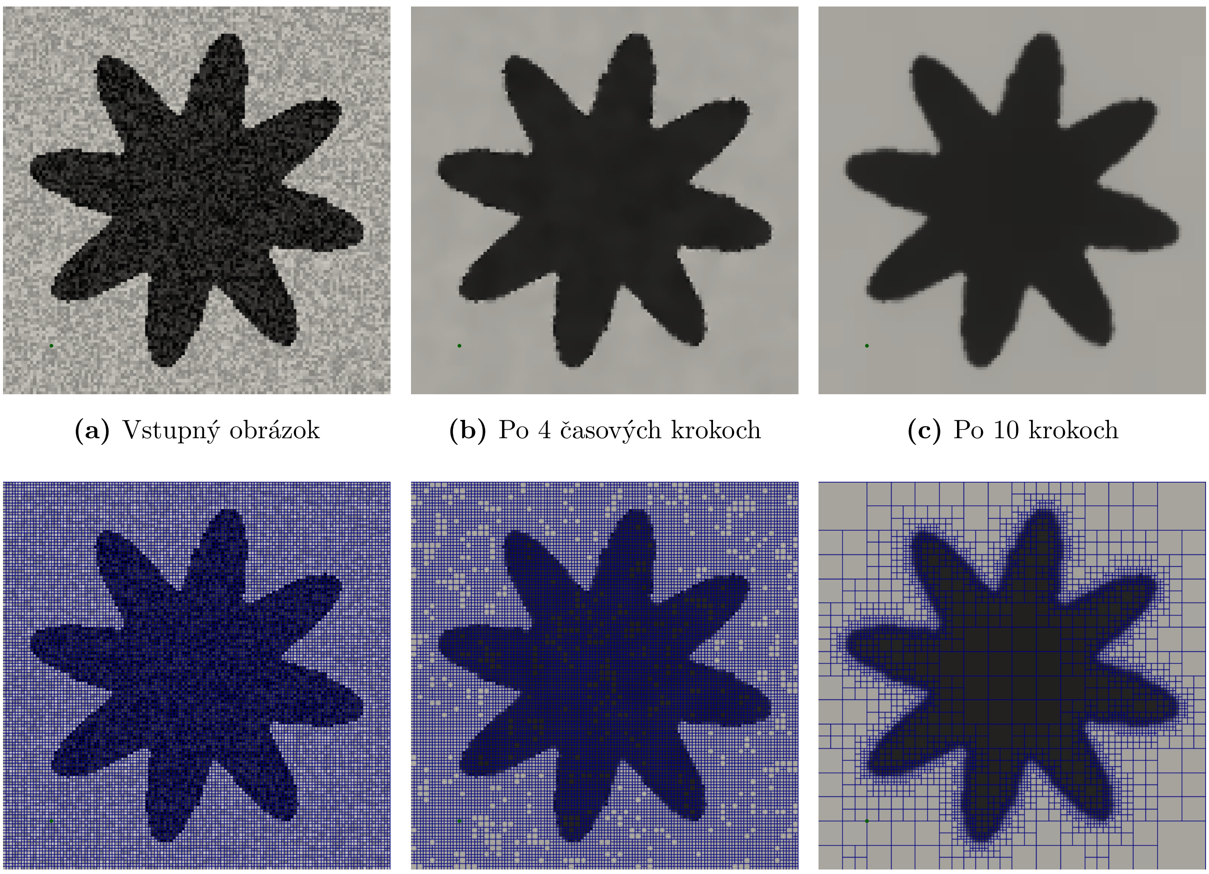
Výhodou takejto konštrukcie lineárneho systému oproti adaptívnym algoritmom pracujúcim iba so susednými elementami mriežky je, že rovnice pre u_p a u_σ majú vždy pevný počet členov. Znamená to, že každá rovnica má rovnaký počet neznámych.

2.3.2 Experimenty

Rovnicu sme použili na odstraňovanie aditívneho šumu z umelo vytvorených vstupných obrázkov, pričom parametre pri všetkých obrázkoch boli zvolené nasledovne: $N = 7$, $\tau = 5$, $\varepsilon_1 = 0.1$, $\varepsilon_2 = 0.02$, $\varepsilon_3 = 0.003$. Vzhľadom na to, že pracujeme s umelo vytvorenými obrázkami, v ktorých je obrázok reprezentovaný jednou farbou a pozadie druhou, si môžeme dovoliť použiť veľkú hodnotu pre ε_1. Dávame tak príliš veľkú voľnosť pri zlučovaní z hľadiska prvého kritéria, v ktorom kontrolujeme rozsah farebnej intenzity zlučovaných kontrolných objemov, čo by pri reálnych dátach vytvorilo nekvalitnú adaptívnu sieť.

Nasledujúce obrázky ukazujú odstránenie šumu, ako aj počet elementov mriežky po 10 časových krokoch. Výstupné mriežky vo všetkých experimentoch boli vytvorené vo formáte VTK a zobrazované v softvéri $ParaView$.

Experiment 1



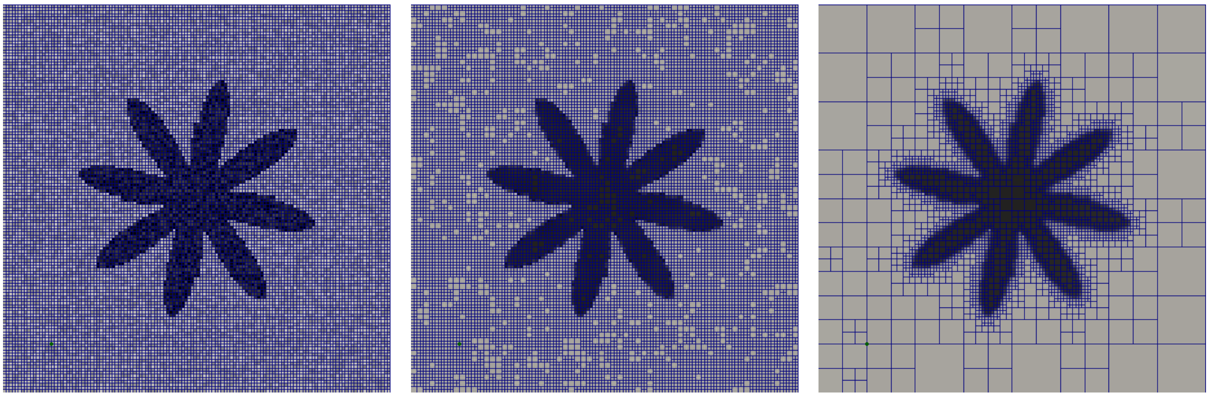
(a) Vstupný obrázok **(b)** Po 4 časových krokoch **(c)** Po 10 krokoch

(d) 16384 elementov **(e)** 7000 elementov **(f)** 4108 elementov

Obr. 2.1: Odstraňovanie šumu Perona- Malikovou rovnicou s použitím prvej schémy

Experiment 2

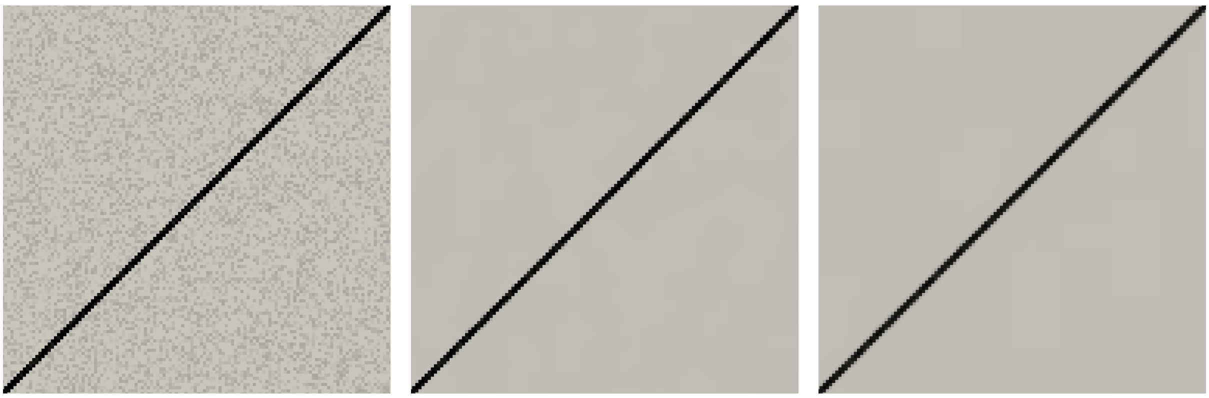
(a) Vstupný obrázok **(b)** Po 4 časových krokoch **(c)** Po 10 krokoch



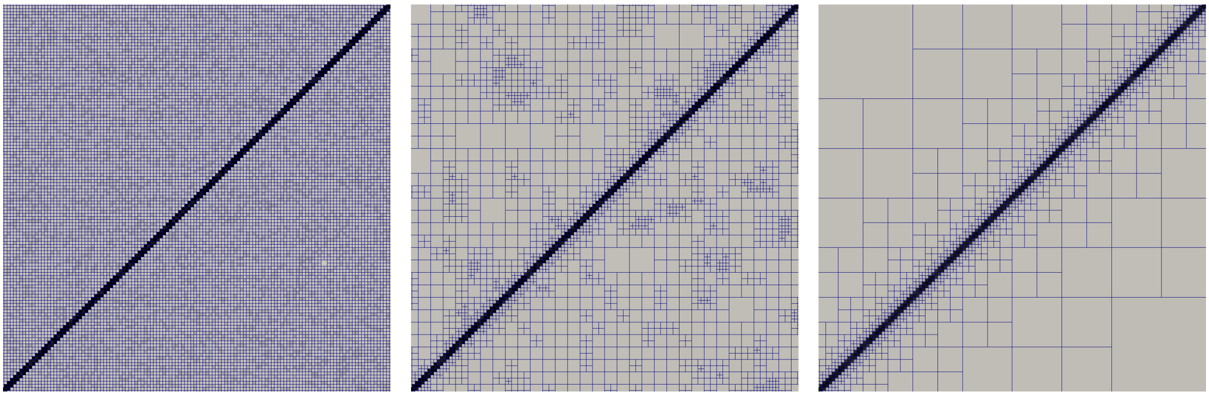
(d) 16384 elementov **(e)** 6709 elementov **(f)** 3322 elementov

Obr. 2.2: Odstraňovanie šumu Perona- Malikovou rovnicou s použitím prvej schémy

Experiment 3



(a) Vstupný obrázok **(b)** Po 4 časových krokoch **(c)** Po 10 krokoch

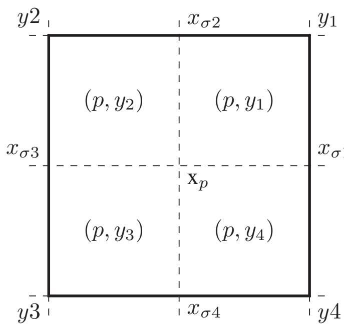


(a) 16381 elementov **(b)** 2149 elementov **(c)** 1786 elementov

Obr. 2.3: Odstraňovanie šumu Perona- Malikovou rovnicou s použitím prvej schémy

2.4 Numerická schéma 2

Táto schéma uchováva na rozdiel od predošlej schémy 4 hodnoty difúznych koeficientov, pre každú hranu konečného objemu zvlášť. Vďaka tomu sa lepšie vystihnú a popíšu vzťahy medzi jednotlivými susediacimi kontrolnými objemami. Výpočet difúznych koeficientov je komplikovanejší, no výsledné obrázky sú vo všeobecnosti kvalitnejšie. Neadaptívna schéma pre Perona-Malikovu rovnicu bola popísaná v [4].



Obr. 2.4: Označenie pri druhej numerickej schéme

Výpočet difúznych koeficientov

Skúmajme konečný objem p. Označme V_p množinu všetkých vrcholov konečného objemu p. Podľa obrázka 2.4 máme $V_p = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$. Označením (p, y) budeme rozumieť štvorček, ktorého strany sú paralelné so stranami štvorčeka p a ktorého množina vrcholov obsahuje body x_p a y. Nech V_σ predstavuje množinu koncových bodov hrany σ. Označme

$\varepsilon_{p,y}$ množinu takých hrán $\sigma \in \varepsilon_p$, že $y \in V_\sigma$, čiže to bude množina tých dvoch hrán σ, ktorých jeden koncový bod je y. Pre každý zo štyroch štvorčekov (p, y) konečného objemu p definujeme normu gradientu [5]. Jej predpis vyzerá nasledovne:

$$|\nabla_{p,y} u| = \sqrt{\frac{4}{h^2} \sum_{\sigma \in \varepsilon_{p,y}} (u_\sigma - u_p)^2} \tag{2.4.1}$$

Celkový difúzny koeficient pre hranu σ potom môžeme napísať takto:

$$g^n_{p,\sigma} = \sum_{y \in V_\sigma} g(|\nabla_{p,y} u^n|) \tag{2.4.2}$$

Pre názornú ukážku uvažujme, že chceme vypočítať difúzny koeficient na hrane σ_1, čo je pravá hrana podľa obrázka 2.4. Pomocou vzťahu 2.4.1 vypočítame veľkosti gradientov pre časti kontrolného objemu (p, y_1) a (p, y_2). Napokon podľa vzťahu 2.4.2 vypočítame difúzny koeficient pre hranu σ, pričom ako argument do funkcie g, ktorá vystupuje v sume budú vstupovať práve spomínané dve vypočítané veľkosti gradientov. Difúzny koeficient pre ostatné hrany sa počíta analogicky.

Podobne ako pri prvej numerickej schéme, aj tu dostávame zo zákonov zachovania vzťahy pre aktualizovanie hodnôt u_σ pre susedné konečné objemy nerovnakej veľkosti.

$$u^{n+1}_{\sigma_1} = \frac{g^n_{p,\sigma} u^{n+1}_p + 2 g^n_{q_1,\sigma} u^{n+1}_{q_1}}{g^n_{p,\sigma} + 2 g^n_{q_1,\sigma}}, \tag{2.4.3}$$

$$u^{n+1}_{\sigma_2} = \frac{g^n_{p,\sigma} u^{n+1}_p + 2 g^n_{q_2,\sigma} u^{n+1}_{q_2,\sigma}}{g^n_{p,\sigma} + 2 g^n_{q_2,\sigma}}, \tag{2.4.4}$$

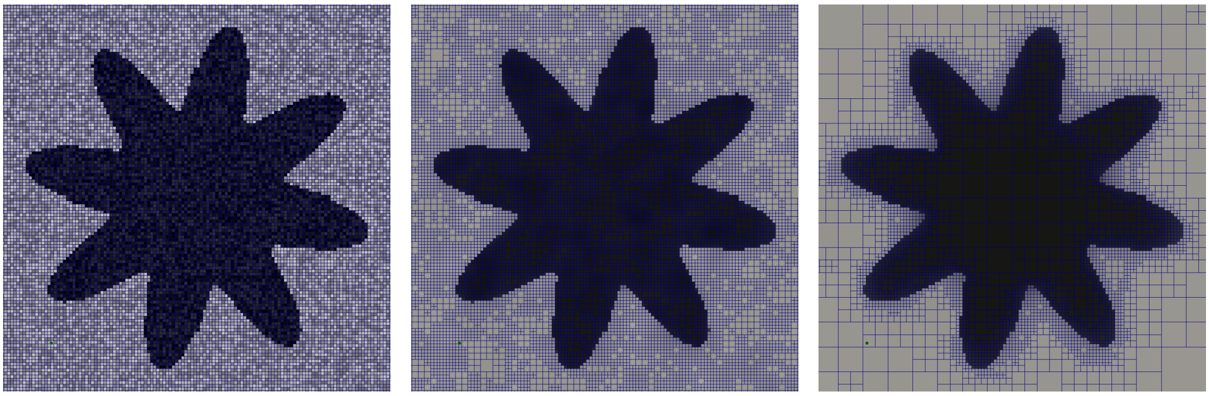
$$u^{n+1}_{\sigma} = \frac{1}{2} u^{n+1}_{\sigma_1} + \frac{1}{2} u^{n+1}_{\sigma_2}. \tag{2.4.5}$$

2.4.1 Experimenty

Nasledujúce obrázky demonštrujú odstraňovanie šumu na umelo vytvorených obrázkoch tzv. zubáča a čiary vedenej cez uhlopriečku obrázka s použitím schémy 2. V oboch prípadoch sledujeme časový vývoj po piatich a 20 časových krokoch. Použité parametre boli $N = 7$, $\tau = 1$, $\varepsilon_1 = 0.015$, $\varepsilon_2 = 0.02$, $\varepsilon_3 = 0.005$.

Experiment 4

(a) Vstupný obrázok **(b)** Po 5 časových krokoch **(c)** Po 20 krokoch

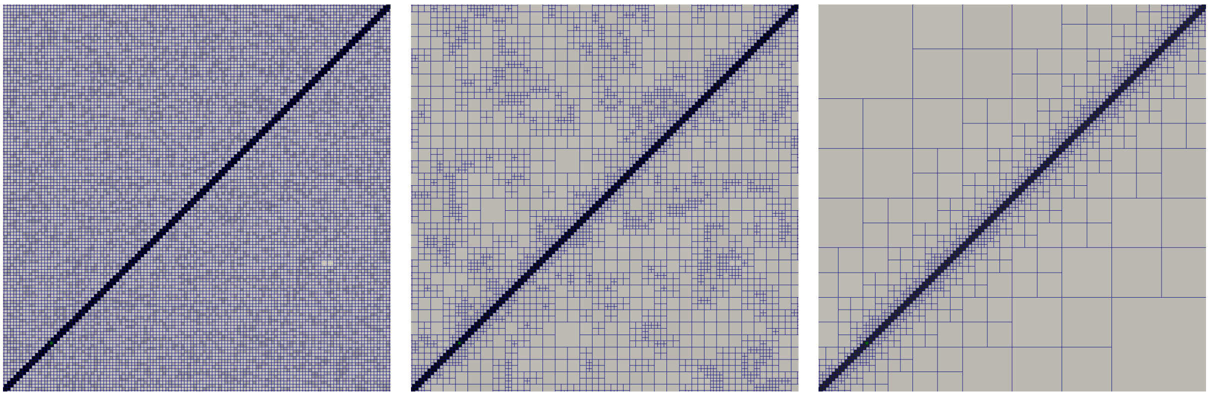


(d) 16384 elementov **(e)** 10147 elementov **(f)** 5176 elementov

Obr. 2.5: Odstraňovanie šumu Perona- Malikovou rovnicou pomocu druhej schémy

Experiment 5

(a) Vstupný obrázok **(b)** Po 5 časových krokoch **(c)** Po 20 krokoch



(a) 16378 elementov (b) 3511 elementov (c) 1816 elementov

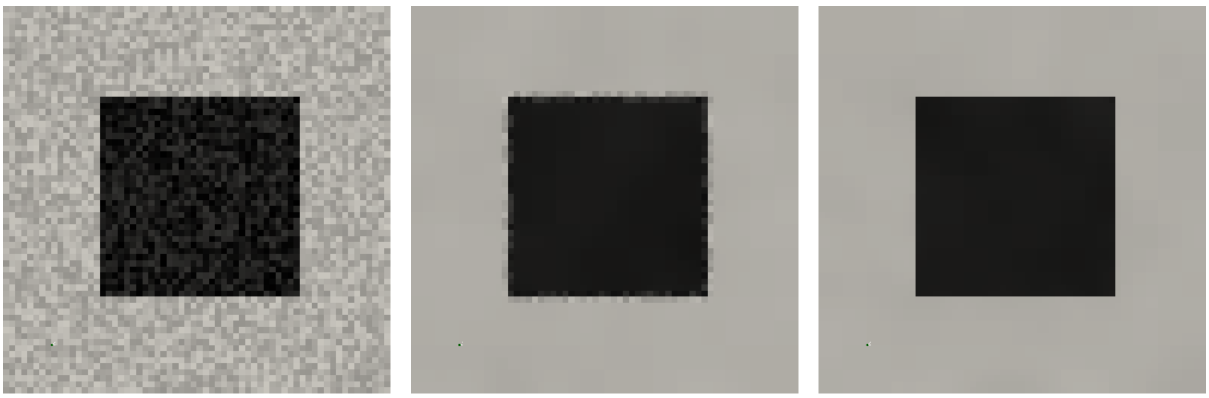
Obr. 2.6: Odstraňovanie šumu Perona- Malikovou rovnicou pomocu druhej schémy

2.5 Porovnanie schém

Nepriaznivé efekty v podobe pozostatku šumu sa objavujú pri prvej schéme pri vodorovných a zvislých hranách. Druhá schéma tento problém vyriešila vďaka tomu, že namiesto 1 centrálneho difúzneho koeficientu pre konečný objem počíta 4 difúzne koeficienty pre každú jeho hranu.

Nasledujúce experimenty vizuálne porovnávajú rozdiel po odšumení vstupného zašumeného obrázka štvorca a zubáča veľkosti $2^6 \times 2^6$ oboma schémami. Obrázky ukazujú stav po 10 časových krokoch s $\tau = 1$. Na obrázkoch 2.7b a 2.8b vidieť pozostatok šumu na hranách, ktorý na obrázkoch 2.7c a 2.8c už nie je prítomný.

Experiment 6



(a) Vstupný obrázok (b) Schéma 1 (c) Schéma 2

Obr. 2.7: Porovnanie schémy 1 a 2

Experiment 7

(a) Vstupný obrázok **(b)** Schéma 1 **(c)** Schéma 2

Obr. 2.8: Porovnanie schémy 1 a 2

2.6 Zhodnotenie

Pamäťová zložitosť

Nevýhoda naprogramovanej schémy je v tom, že uchováva hodnoty u_σ v troch poliach odpovedajúcich veľkosti obrázku (pre horizontálne a vertikálne na najnižšej úrovni a pre σ na vyššej úrovni). Očíslovaním elementov mriežky sa však všetky ďalšie údaje o kontrolných objemoch uchovávajú v lineárnych poliach dĺžky zodpovedajúcej počtu elementov adaptívnej mriežky. Zoptimalizovanie odpamätávania hodnôt u_σ je námetom do budúcnosti.

Časová zložitosť

Časová zložitosť závisí od úbytku elementov mriežky. Lineárny systém obsahuje okrem rovníc pre konečné objemy p aj rovnice pre u_σ, a teda závisí od počtu nekonformných situácií v mriežke. Tie však môžu predstavovať len zlomok celkového počtu elementov mriežky, ako bude uvedené neskôr v experimentoch.

Využitie

Ako príklad využitia adaptívneho algoritmu sme si vybrali spracovanie radarových snímok s veľkým rozlíšením, ktoré obsahujú veľké plochy s rovnakou strednou hodnotou. Nájdenie hraníc týchto plôch je predmetom nasledujúcich experimentov.

3 Aplikácia adaptívneho algoritmu na spracovanie radarových snímok

3.1 Základný popis SAR

Technológia SAR (Synthetic-aperture radar) alebo syntetizujúca radarová apretúra býva umiestnená na nosiči - palube satelitu. Je to mikrovlnný zobrazovací systém, ktorý nám umožňuje získavať informácie o zemskom povrchu v podobe obrazových dát. Princíp radarového merania spočíva v šírení elektromagnetického žiarenia, ktoré sa po odraze od zemského povrchu prijíma späť ako signály.

Veľkou výhodou SAR je to, že je vybavený vlastným zdrojom žiarenia. V porovnaní s optickými systémami môže operovať nielen počas dňa, ale i noci. SAR radar je taktiež vďaka mikrovlnnému žiareniu, ktoré je schopné prenikať cez hmlu aj mraky, schopný vyhotoviť snímky aj napriek rôznym nepriaznivým podmienkam. Medzi výhody patrí aj šikmý smer snímania rovnako ako Dopplerov efekt, ktorý využíva, a tým dokáže poskytnúť lepšie rozlíšenie.

Naopak medzi nevýhody môžeme zaradiť ťažšiu interpretáciu obrazov. Sú totiž poznačené tzv. speckle šumom, vďaka čomu sú jednotlivé prvky slabšie rozoznateľné ako napríklad pri optických systémoch [6].

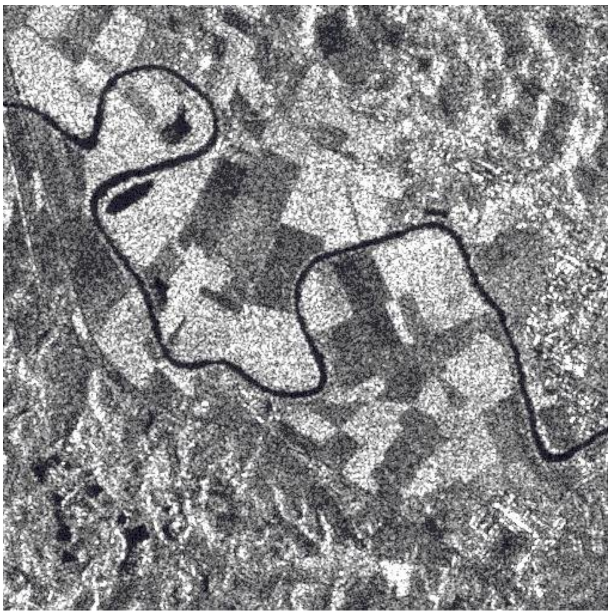
(a) SAR **(b)** Optické systémy

Obr. 3.1: Porovnanie SAR technológie a optických systémov

3.2 Speckle noise

Šum, ktorý je prítomný pri obrazových dátach získaných SAR technológiou sa zvykne označovať ako tzv. speckle šum alebo bodkový šum. Vzniká dôsledkom náhodných fluktuácií spätného signálu. Rovnako ako svetlo z lasera, vlny emitované aktívnymi senzormi putujú vo fáze a interferujú minimálne na ich ceste k cieľovej zóne. Po interakcii s cieľovou zónou tieto 2 vlny už nie sú vo fáze kvôli rozdielnej trase po ktorej putovali z cieľa alebo kvôli rozptylu. Ak sú vlny z radaru mimo fázy, môžu vytvárať biele a čierne pixely známe ako speckle šum [7]. Tento typ šumu má niekoľko vlastností:

- Je to typ multiplikatívneho šumu
- Tento šum mení strednú hodnotu intenzity lokálnych oblastí
- Signál a šum sú navzájom nezávislé
- Stredná hodnota a rozptyl jedného pixelu je rovnaký ako stredná hodnota a rozptyl malého okolia sústredeného okolo tohto pixela [8]



Obr. 3.2: Príklad speckle šumu (zdroj: $http://earth.esa.int/$)

3.3 Spracovanie obrazu

Vzhľadom na to, že získané snímky sú zašumené, častokrát je obtiažne rozoznať jednotlivé prvky krajiny. Na ich detekciu môžeme použiť napríklad hranové detektory, no prvým krokom je redukcia alebo odstránenie šumu. Väčšina najpoužívanejších filtrov je založená na štatistike a využíva vyššie uvedené vlastnosti speckle šumu. Medzi najznámejšie môžeme spomenúť napríklad Leeho, Kuanov alebo Frostov filter. [9]

My sme skúsili na odstránenie šumu použiť práve Perona-Malikovu rovnicu. Vzhľadom na to, že táto rovnica odstraňuje aditívny šum a speckle šum je multiplikatívneho charakteru je potrebné vstupný obrázok pretransformovať. Vhodnou transformáciou je logaritmus, ktorý dokáže previesť súčin na súčet. Ak označíme u ako reálnu hodnotu pixela zo vstupného obrázka, z ako hodnotu toho istého pixela ale nepoznačenú šumom a s ako šumovú zložku, potom multiplikatívny model môžeme napísať nasledovne:

$$u = z.s \tag{3.3.1}$$

Zlogaritmovaním oboch strán a rozdelením logaritmu súčinu na súčet logaritmov na pravej strane dostaneme nasledovný vzťah:

$$\log u = \log(z.s) \tag{3.3.2a}$$

$$\log u = \log z + \log s \tag{3.3.2b}$$

Keďže hodnoty pixelov máme z intervalu $[0,1]$, funkčné hodnoty logaritmov by boli záporné. Preto hodnoty u pretransformujeme na interval $[1,2]$, kde už je logaritmus kladný.

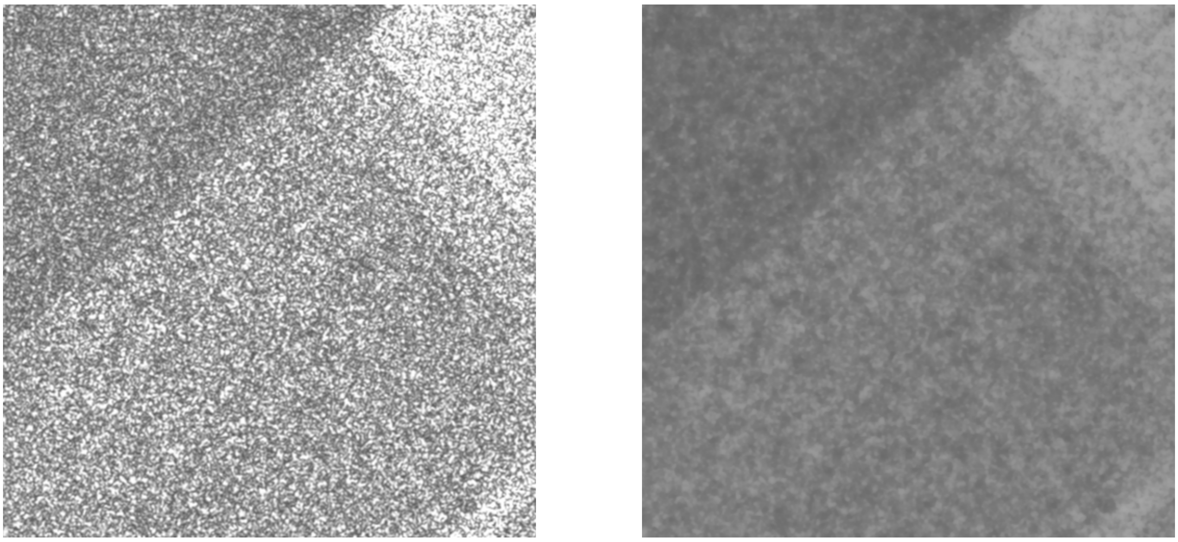
Algoritmus odstraňovania šumu môžeme teda zhrnúť v nasledovných bodoch:

1. Načítame vstupný obrázok u
2. Každý pixel transformujeme vzťahom $a = \log(u+1)$
3. Spustíme výpočet Perona-Malikovej rovnice na odstránenie aditívneho šumu na takto transformované pixely a
4. Spätnou transformáciou $u = \exp(a-1)$ obrázok prevedieme do pôvodnej formy a uložíme ho

3.4 Odstránenie šumu z jedného obrázku

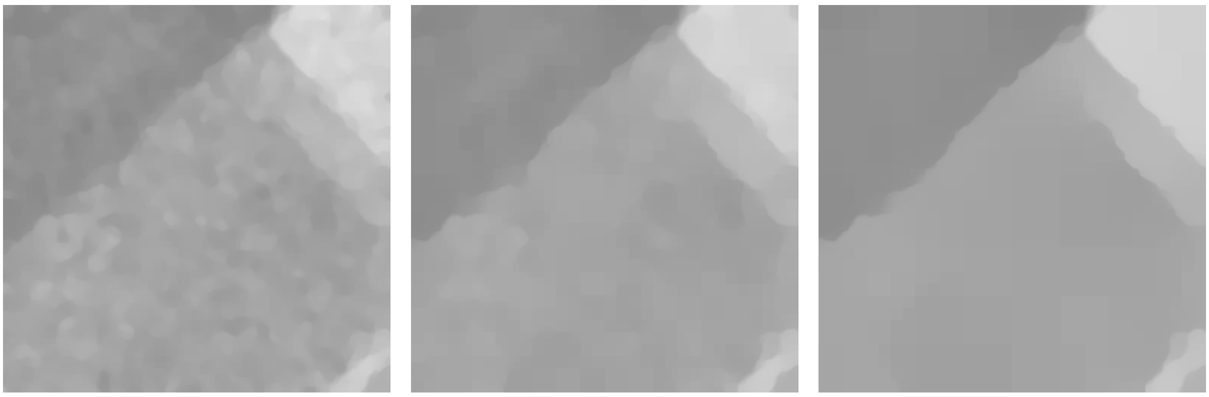
K dispozícii máme satelitný snímok získaný pomocou SAR. Našou úlohou je čo možno najpresnejšie detekovať hrany s cieľom rozpoznania jednotlivých prvkov krajiny. Ako prvé použijeme na transformovanú snímku odstraňovač šumu - Perona-Malikovu rovnicu, a to schému 2. Najlepšie výsledky sme dosiahli s parametrami $\varepsilon_1 = 0.015$, $\varepsilon_2 = 0.02$, $\varepsilon_3 = 0.005$; a malým $K = 100$. Časový krok sme zvolili $\tau = 10$ a za vstupný obrázok sme použili výrez z družicovej snímky rozmerov 512×512 pixelov.

Experiment 8



(a) Pôvodný vstupný obrázok (© DLR 2012) **(b)** Po logaritmickej transformácií

Obr. 3.3: Vstupné obrázky



(a) Po 5 časových krokoch **(b)** Po 10 časových krokoch **(c)** Po 30 časových krokoch

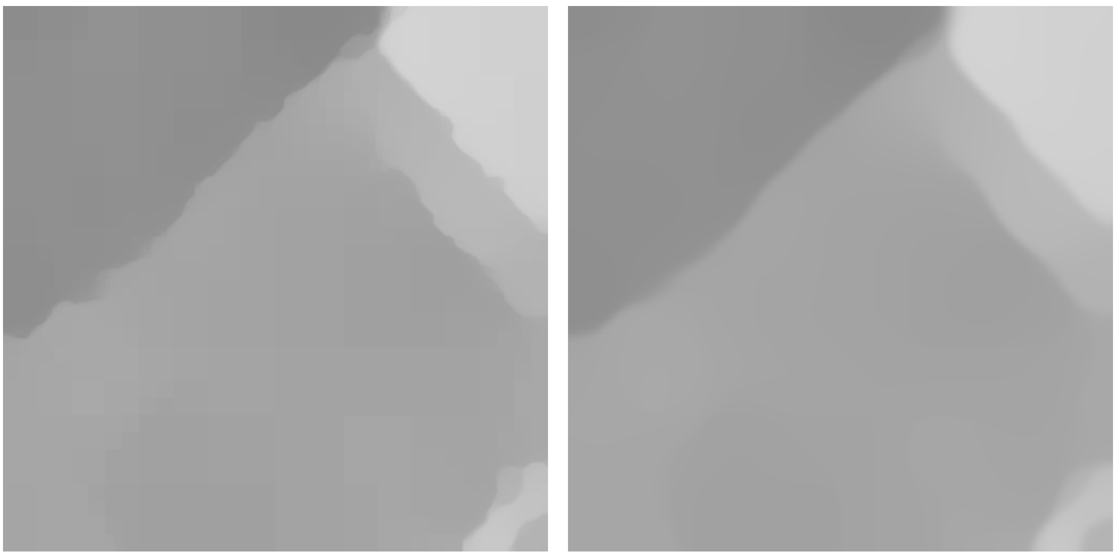
Obr. 3.4: Výsledky po odstránení šumu

Z obrázkov 3.4 vidíme, že šum sa podarilo veľmi dobre odstrániť, no hrany sa počas výpočtu mierne zdeformovali vplyvom šumu. Ak použijeme hranový detektor, dokážeme rozoznať hrany, no sú do značnej miery zdeformované. Preto treba na obrázok 3.4c dodatočne aplikovať nejaké úpravy. Skúsili sme použiť napríklad rovnicu pre pohyb krivky riadený strednou krivosťou (krivostný filter) popísanú v bakalárskej práci, ktorá má vyhladzovací efekt na hrany. Mala by teda vyrovnať zakrivenie získaných hrán, ktoré sú reálne rovné. V dôsledku numerických chýb metódy sa obrázok v týchto miestach mierne rozmaže, no hranový detektor dokáže aj napriek tomu hrany pomerne dobre detekovať.

Na nájdenie hrán sme použili Cannyho hranový detektor. Tento detektor hľadá stredy rozmazaných hrán pomocou druhej derivácie (hľadá maximum gradientu rozmazanej hrany v smere kolmom na ňu). Jeho výstupom sú teda tenké hrany. Tento detektor pracuje s dvoma prahovými hodnotami aplikovanými na normu gradientov (ktorá bola pomocou FSHS transformovaná do intervalu $< 0, 1 >$), ktoré rozdelia hrany na silné a slabé. K silným hranám sa pripoja tie slabé hrany, ktoré sú k silným hranám pripojené pomocou 8-susednosti.

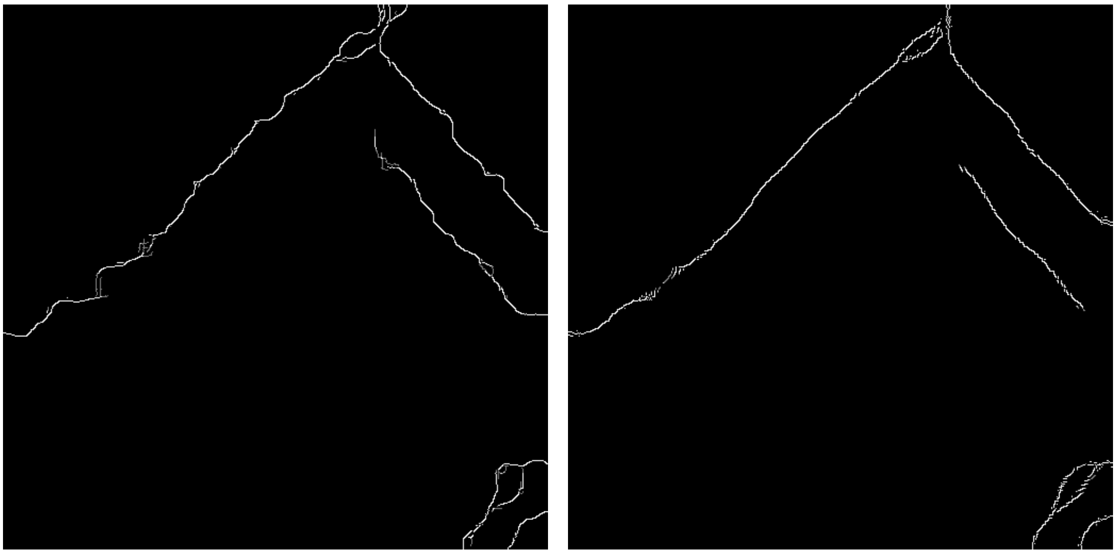
Séria obrázkov 3.5 a 3.6 porovnáva výstupný obrázok a detekciu hrán pred použitím krivostného filtra a po jeho aplikovaní.

Experiment 9



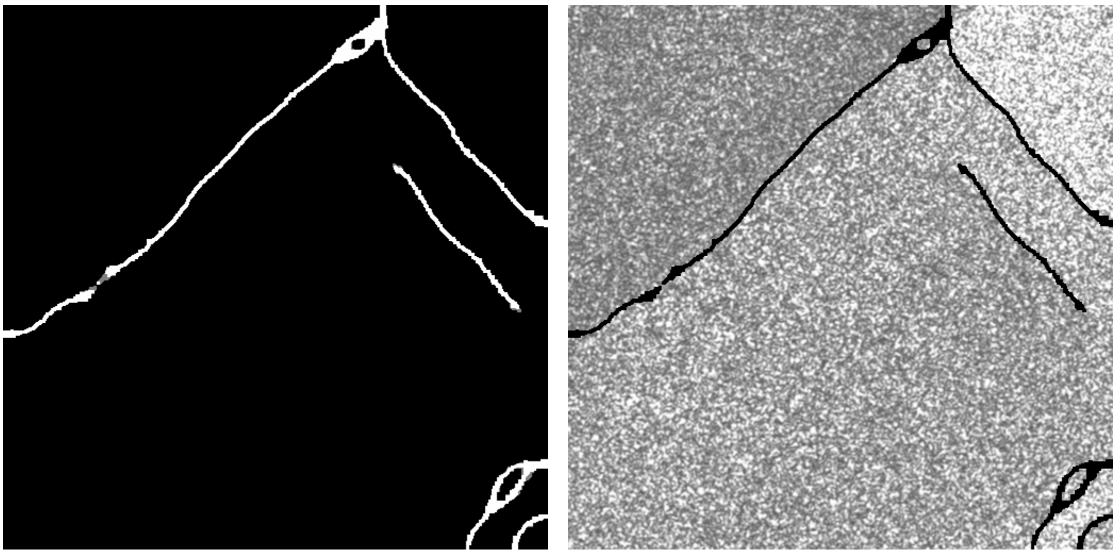
(a) Pred zhladením **(b)** Po zhladení

Obr. 3.5: Porovnanie bez a s použitím krivostného filtra



(a) Pred zhladením **(b)** Po zhladení

Obr. 3.6: Cannyho detektor bez a s použitím krivostného filtra



(a) Hrany po úpravach **(b)** Spolu so snímkom

Obr. 3.7: Po úpravach

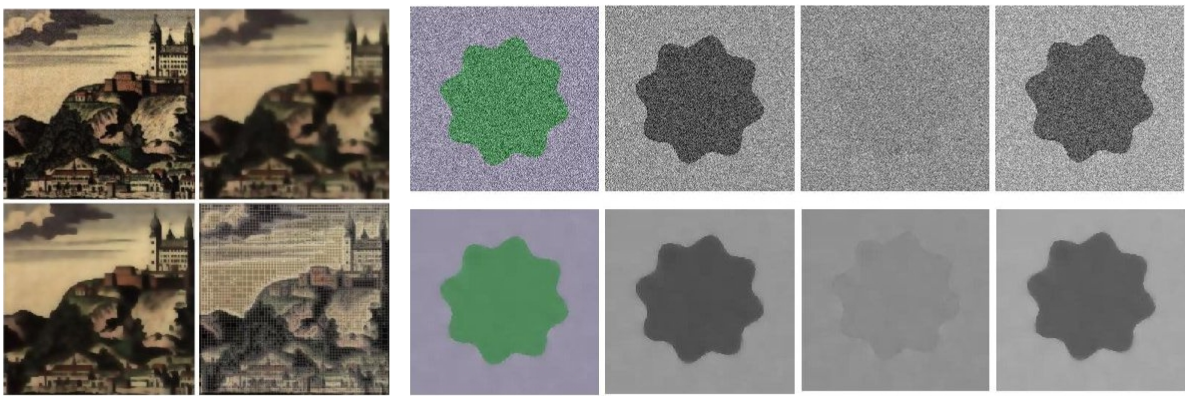
Obrázok 3.7a vychádza z obrázku 3.6b. Vzhľadom na to, že hrany sú v obrázku 3.6b pomerne slabo vidieť a miestami môže vzniknúť nespojitosť v dôsledku rozmazania krivostným filtrom, urobili sme v softvéri GIMP malé dodatočné úpravy. Použili sme operáciu *dilatácia*, ktorá zväčšuje objekty, zaplňuje malé diery a úzke zálivy. Vďaka tomu dosiahneme viditeľnejšie hrany rovnako ako aj spojenie malých nespojitostí v okolí hrán. Naopak, *erózia* je operácia s presne opačným efektom. Zjednodušuje štruktúru objektu, stenšuje objekty, pričom príliš tenké a malé sa stratia. Avšak spojenia, ktoré vznikli použitím dilatácie sa zachovajú. Ak teda použijeme niekoľkokrát dilatáciu a následne eróziu, dostaneme kvalitnejšie a viditeľnejšie zobrazenie hrán [10].

Aj v tejto oblasti je priestor na vylepšenie. Dilatácia a erózia v softvéri GIMP pracuje s neznámym štrukturálnym elementom. Vytvorením špeciálneho štrukturálneho elementu môžeme odstrániť umelé zvislé a vodorovné hrany, ktoré predstavujú hranice väčších elementov adaptívnej mriežky.

4 Spracovanie viackanálového obrazu

Typickým príkladom viackanálového obrazu je farebný obrázok reprezentovaný pomocou modelu RGB, ktorý predstavuje sériu troch čiernobielych obrázkov. Keďže sa zobrazuje ten istý objekt, aspoň na jednom kanáli musia byť hrany výrazné. V adaptívnej verzii sa vytvára tá istá výpočtová mriežka pre všetky tri obrázky, na ktorej sa vypočíta spoločný difúzny koeficient, ktorý v prípade, že sčítame normy gradientov na všetkých troch kanáloch, bude nižší aj na kanáli so slabou intenzitou hrany. Takáto technika bola uvedená v [11].

Obrázok 4.1a ukazuje v poradí zľava doprava a zhora nadol vstupný zašumený obrázok, nezávisle odšumený obrázok, kombinovane odšumený obrázok a spoločnú adaptívnu mriežku. Na obrázku 4.1b vidíme v prvom riadku vstupný zašumený obrázok, a následne jeho zložky *red*, *green* a *blue*. V druhom riadku sú zodpovedajúce odšumené obrázky. Môžeme vidieť, že hranice objektu v zložke *green* ostali zachované pri kombinovanom odšumovaní, a to aj napriek tomu, že v pôvodnom zašumenom obrázku ich takmer nebolo vidieť.



(a) Adaptívna mriežka

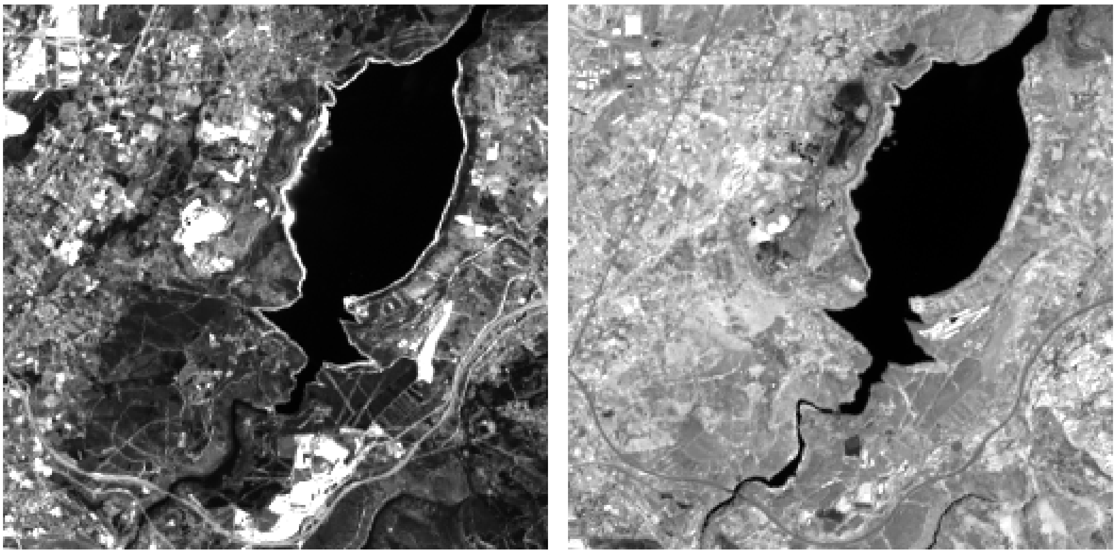
(b) Farebný obrázok a zodpovedajúce kanály RGB

Obr. 4.1: Ilustračné obrázky z [11]

4.1 Odstraňovanie šumu pri optických systémoch

V spracovaní družicových snímkov môžeme vyššie uvedený prístup využiť aj v spracovaní optických systémov, kde sa dodáva séria obrázkov snímaných senzormi rôznych pásiem spektra, (napr. red + near infrared) toho istého územia. Ako príklad môžeme uviesť nasledujúci experiment.

Na vstupe máme 2 obrázky reprezentujúce tú istú oblasť, pričom prvý z nich reprezentuje kanál RED a druhý kanál $near\ infrared(NIR)$. Oba vstupné obrázky sú výrezy veľkosti 256×256. Spoločným spracovaním môžeme pomocou Perona-Malikovej rovnice obrázok do určitej miery odšumiť tak, že sa udržia aj tenké hrany, ktoré by sa mohli pri nekombinovanom odšumovaní rozmazať. Vďaka adaptivite sa zmenší počet neznámych v systéme a urýchli sa výpočet spektrálnych charakteristík. Nasledujúce obrázky 4.2 ukazujú vstupné snímky.



(a) Červený kanál **(b)** Infračervený kanál

Obr. 4.2: Vstupné dáta

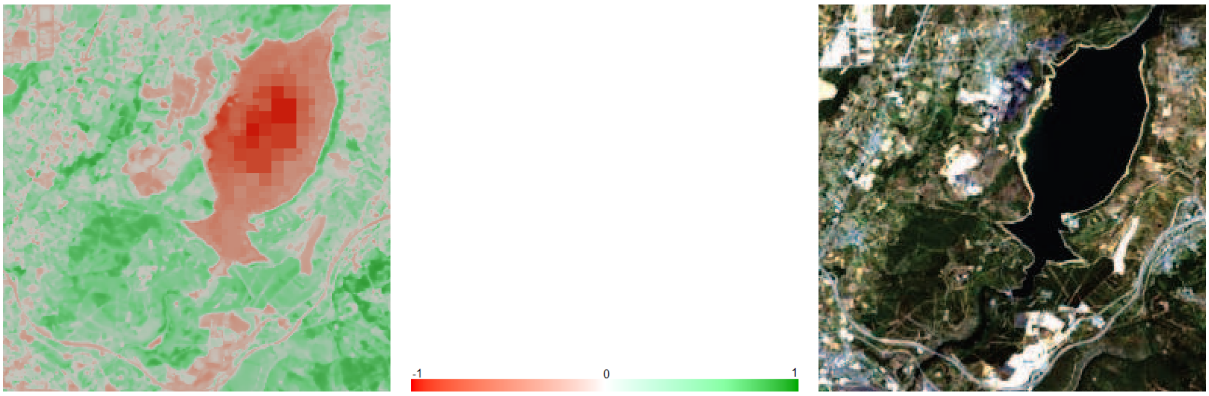
Uvedieme si príklad tzv. $NDVI$ indexu, ktorý sa vypočíta podľa vzťahu 4.1.1 pre zisťovanie oblastí s vegetáciou. Ak označíme u_{RED} ako pixel v červenom kanáli a u_{NIR} ako pixel na tej istej pozícii, ale v infračervenom kanáli, potom môžeme pre každý pixel vypočítať index u_{NDVI} pomocou vzťahu

$$u_{NDVI} = \frac{u_{NIR} - u_{RED}}{u_{NIR} + u_{RED}} \tag{4.1.1}$$

Táto nová hodnota je z intervalu $[-1, 1]$. Pixely s kladnou vyššou hodnotou u_{NDVI} by mali zodpovedať miestam, kde sa nachádza vegetácia.

Nasledujúci obrázok 4.3a ukazuje spolu s legendou výpočet hodnoty u_{NDVI} podľa vzťahu 4.1.1 po aplikovaní Perona-Malikovej rovnice po 5 časových krokoch s veľkosťou kroku 0.1. Pre porovnanie uvádzame aj výrez farebného snímku tejto oblasti. Vidíme, že zelená farba, ktorá zodpovedá kladným hodnotám, približne korešponduje s vegetáciou, ktorú môžeme vidieť vo farebnom obrázku.

Experiment 10



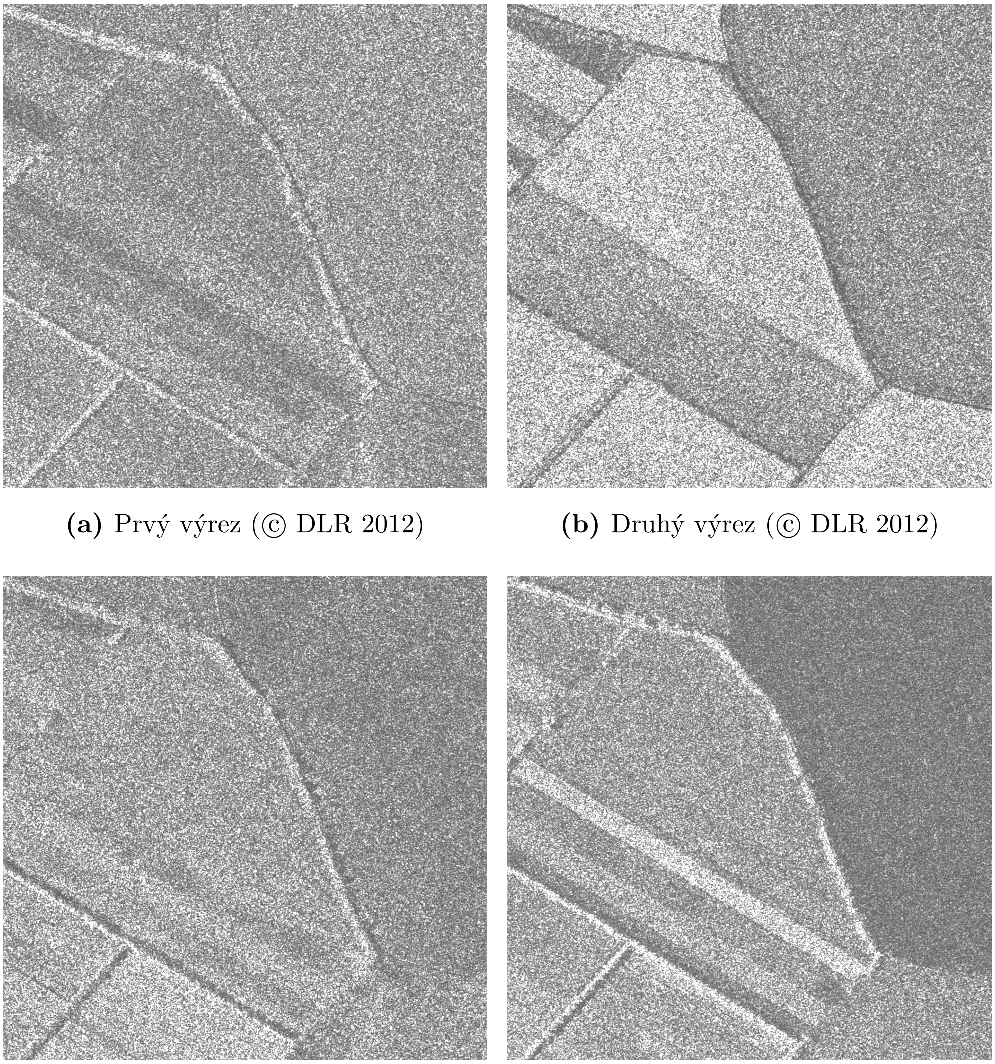
(a) Nové hodnoty u_{NDVI} **(b)** Legenda **(c)** RGB

Obr. 4.3: Výpočet hodnôt u_{NEW} a porovnanie s farebným obrázkom

4.2 Odstraňovanie šumu pri SAR snímkoch

Vzhľadom na to, že snímky získané SAR technológiou bývajú silne zašumené, kombinované odstraňovanie šumu tu môže byť obzvlášť užitočné. Ak totiž odstraňujeme šum iba z jedného snímku samostatne, môže nastať situácia, kedy práve kvôli silnému šumu hrana alebo jej časť zanikne. Práve kombinované odstraňovanie šumu, ktoré berie do úvahy viacero vstupných obrázkov môže napomôcť tomu, aby sa hrany lepšie zachovali. K dispozícii sme dostali 4 snímky rovnakej oblasti, z ktorých sme vyrezali oblasť veľkosti 1024×1024. Snímky predstavujú tú istú oblasť zosnímanú v rôznych časových obdobiach [12].

Kombinovaným odstraňovaním šumu rozumieme súčasné odstraňovanie šumu z viacerých obrázkov naraz. My sme pre jednoduchosť uvažovali súčasné odstraňovanie šumu na 2 obrázkoch, no samozrejme je vo všeobecnosti možné použiť aj väčší počet. V programe sme použili druhú numerickú schému a ako vstup sme vzali prvý výrez 4.4a a druhý výrez 4.4b.



(a) Prvý výrez (© DLR 2012) **(b)** Druhý výrez (© DLR 2012)

(c) Tretí výrez (© DLR 2012) **(d)** Štvrtý výrez (© DLR 2012)

Obr. 4.4: Výrezy reprezentujúce tú istú oblasť

Algoritmus výpočtu možno zhrnúť v nasledujúcich bodoch:

1. Načítame oba vstupné obrázky.
2. Vytvoríme jednu spoločnú adaptívnu mriežku - konečné objemy sa zlúčia do väčšieho celku iba v prípade, že sú všetky kritéria pre zlúčenie splnené súčasne na oboch obrázkoch.
3. Pre oba obrázky vypočítame normy gradientov.
4. Vypočítame difúzne koeficienty kombináciou noriem gradientov oboch obrázkov. Tieto difúzne koeficienty sa pri výpočtoch použijú pre prvý aj druhý obrázok. Budú teda rovnaké.

5. Pre oba obrázky zostavíme sústavu rovníc, ktorú v rámci jedného časového kroku vyriešime.
6. Po vyriešení oboch sústav zapíšeme výsledný obrázok a prejdeme na ďaľší časový krok, kde pokračujeme odznova z bodu 2.

Výpočet difúznych koeficientov môže byť rôzny, no treba dodržať to, aby koeficient $g^n_{p,\sigma}$ dosahoval rovnakú maximálnu hodnotu, ako pri samostatnom spracovaní jedného snímku. Ak označíme kontrolný objem na prvom obrázku p_1, zodpovedajúci kontrolný objem na druhom obrázku ako p_2 a $g_{p,\sigma}$ ako difúzny koeficient pre hranu σ, potom výpočet difúzneho koeficientu pomocou dvoch obrázkov môže vyzerať napríklad takto:

$$g^n_{p,\sigma} = 2g(\sum_{y \in V_\sigma} |\nabla_{p_1,y} u^n| + |\nabla_{p_2,y} u^n|) \tag{4.2.1}$$

$$g^n_{p,\sigma} = \sum_{y \in V_\sigma} g(|\nabla_{p_1,y} u^n| + |\nabla_{p_2,y} u^n|) \tag{4.2.2}$$

$$g^n_{p,\sigma} = \frac{1}{2} \sum_{y \in V_\sigma} g(|\nabla_{p_1,y} u^n|) + g(|\nabla_{p_2,y} u^n|) \tag{4.2.3}$$

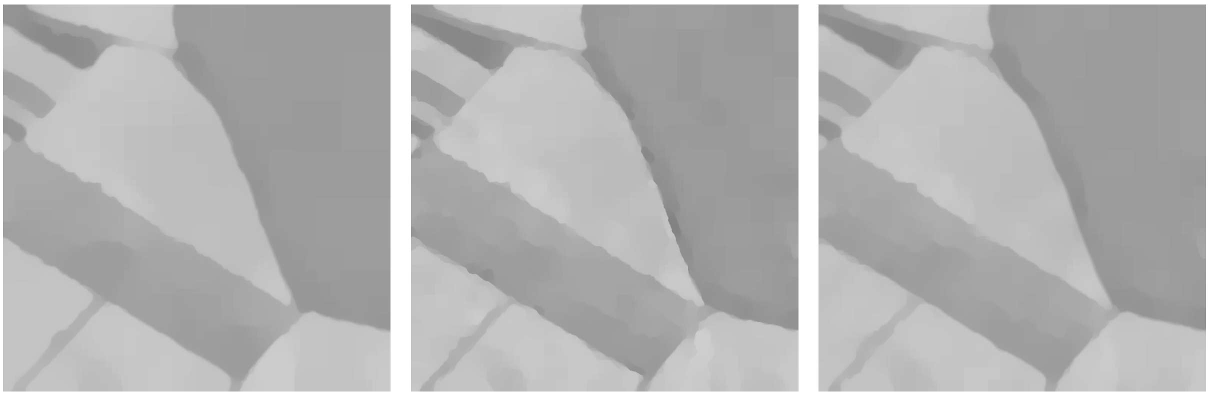
Nasledujúce obrázky ukazujú odšumenie použitím týchto difúznych koeficientov. Obrázky 4.4a a 4.4b použijeme ako vstupné dáta. Po nich nasleduje odšumenie s veľkosťou časového kroku 20 po tridsiatich časových krokoch, pričom sa použili vyššie uvedené vzťahy na výpočet difúzneho koeficientu v poradí, v akom sú uvedené.

Experiment 11

(a) Použitie 4.2.1 **(b)** Použitie 4.2.2 **(c)** Použitie 4.2.3

Obr. 4.5: Porovnanie viacerých spôsobov výpočtu difúznych koeficientov

Z pokusov vidíme, že najlepšie sa zachovali hrany pri obrázku 4.5a a 4.5c. Pre porovnanie môžeme ešte uviesť rozdiel oproti tomu, keď obrázok 4.4b odšumíme samostatne použitím rovnakých parametrov.



(a) Samostatne odšumené **(b)** Použitie 4.2.1 **(c)** Použitie 4.2.3

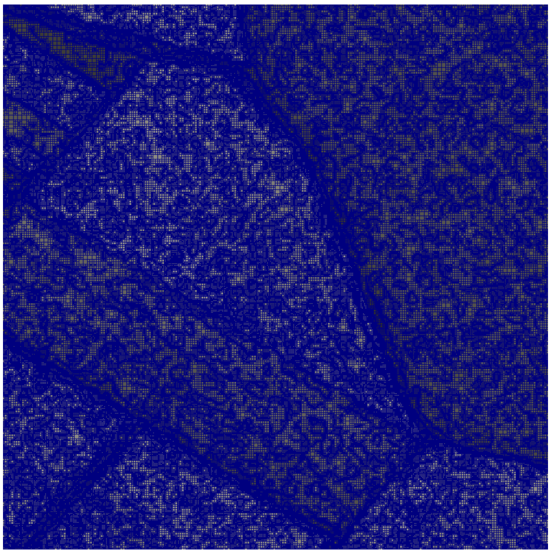
Obr. 4.6: Porovnanie so samostatným odšumením

4.2.1 Úbytok elementov mriežky

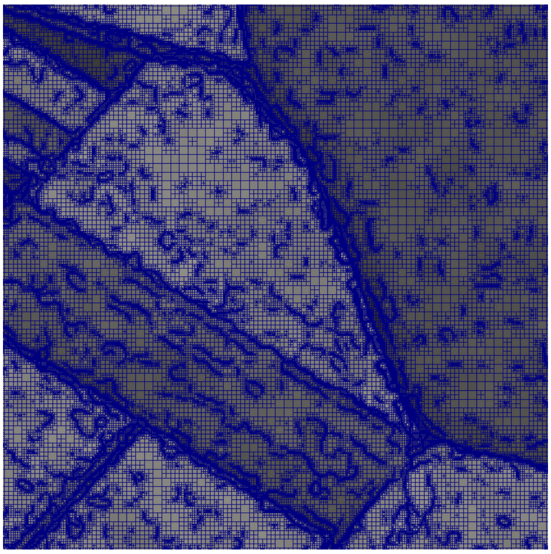
Počas odšumovania obrázka s použitím difúzneho koeficientu 4.2.1 dochádza k výraznému úbytku počtu elementov mriežky. Tabuľka ukazuje, ako sa vyvíjal počet elementov mriežky, počet dodatočných rovníc pre aktualizovanie hodnôt u_σ a celkové množstvo rovníc vyjadrené percentuálne oproti množstvu rovníc, ktoré by sme potrebovali pri pravidelnej mriežke, čo je v tomto prípade $1024 \times 1024 = 1048576$. Treba podotknúť, že rovnice pre u_σ sú jednoduchšie ako rovnice pre kontrolné objemy u_p. Môžeme vidieť, že spočiatku počet rovníc mierne prevyšoval túto hodnotu, no postupným odstraňovaním šumu počet rovníc výrazne začal klesať.

Časový krok	1	3	4	15	16	29	30
Počet elementov	1048567	1048495	1047403	154738	137584	75790	74254
Počet rovníc pre u_σ	36	315	4293	151881	134436	73179	71823
Celkový počet rovníc	100.0%	100.0%	100.2%	29.2%	25.9%	14.2%	13.9%

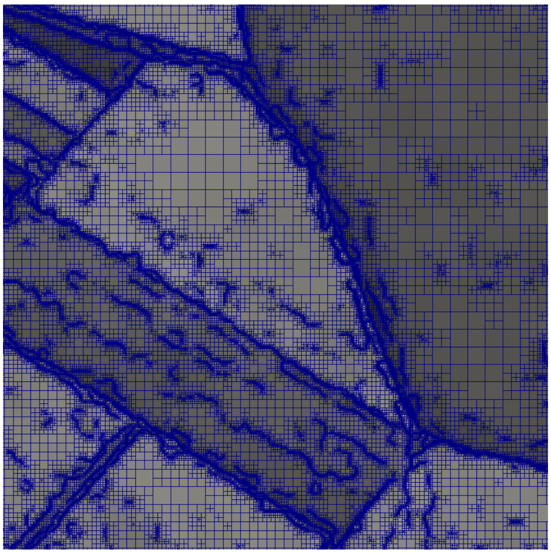
Tabuľka 1: Porovnanie úbytku rovníc a počtu elementov mriežky



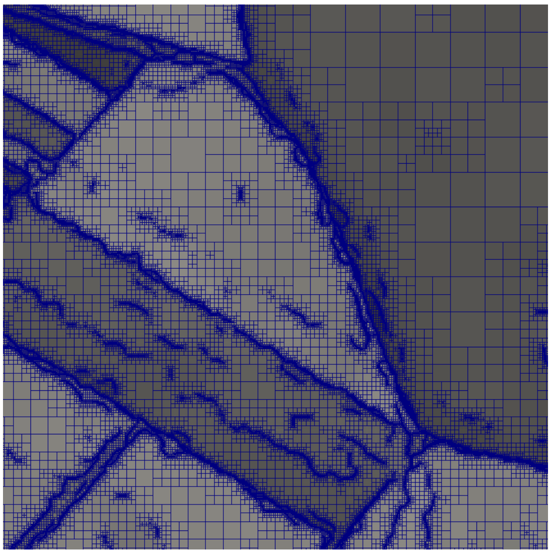
(a) Mriežka po 10 časových krokoch



(b) Mriežka po 15 časových krokoch



(c) Mriežka po 20 časových krokoch



(d) Mriežka po 30 časových krokoch

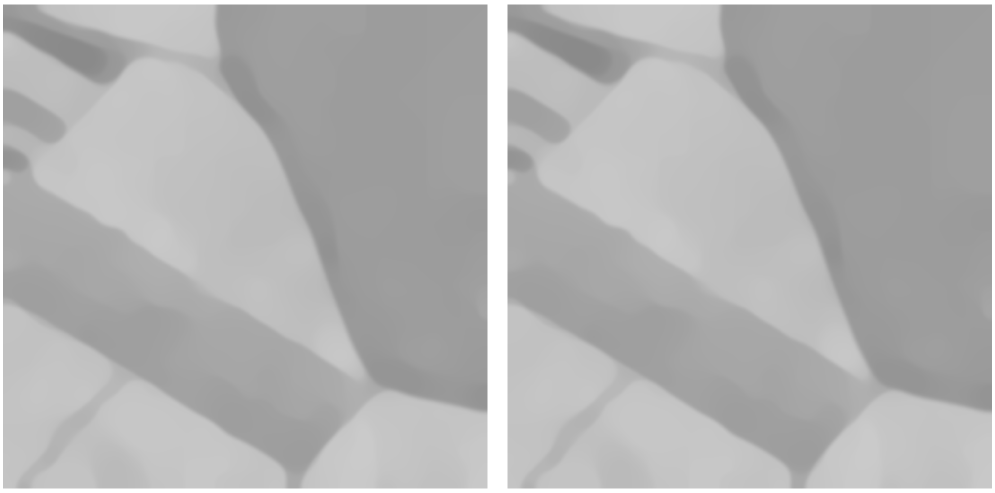
Obr. 4.7: Úbytok elementov mriežky

Séria obrázkov 4.7 vizuálne porovnáva úbytok elementov mriežky po 10, 15, 20 a 30 časových krokoch.

4.3 Detekcia prvkov krajiny kombinovaným odstraňovaním šumu

Podobne ako pri odstraňovaní šumu pri jednom obrázku, aj tu vidíme že hrany ostali zdeformované. Na obrázky 4.6b a 4.6c použijeme krivostný filter riešený pomocou level-set metódy semi-implicitnou konečno objemovou schémou [1]. Výsledky po 30 časových krokoch s veľkosťou časového kroku 5 sú zobrazené na nasledujúcich obrázkoch. Môžeme vidieť, že zdeformované hrany sa zhladili. Navyše obrázky vyšli v oboch prípadoch takmer totožné. Nezáleží teda, ktorý z nich použijeme v ďalších výpočtoch pri detekcii hrán.

Experiment 12



(a) 4.6b po krivostnom filtri **(b)** 4.6c po krivostnom filtri

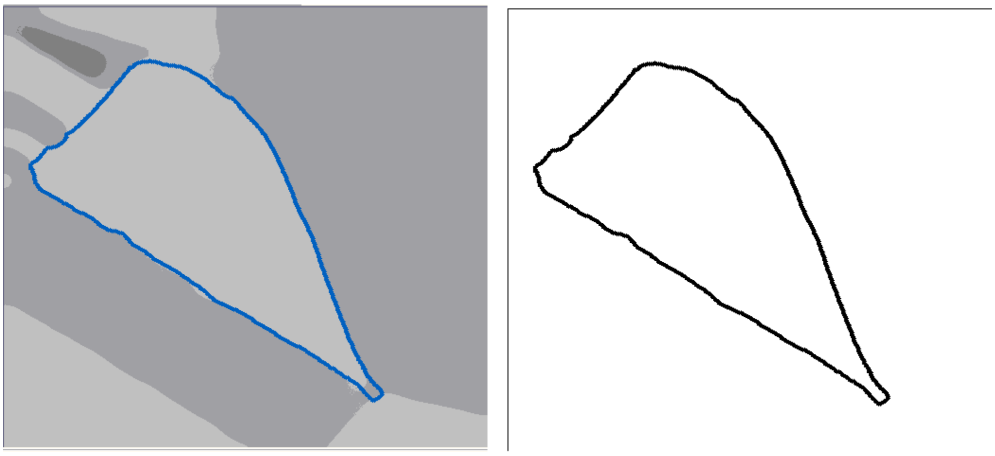
Obr. 4.8: Po aplikovaní krivostného filtra

Na detekciu prvkov krajiny môžeme použiť viacero metód, napríklad hranový detektor. V tomto prípade sme však ako ukážku inej metódy použili na detekciu prvkov krajiny so súhlasom autora softvér na segmentáciu dát pomocou pohybu rovinných kriviek lagrangeovskou metódou. Výsledkom sú body uzavretej lomenej čiary predstavujúcej výslednú segmentačnú krivku. Softvér pracuje tak, že užívateľ manuálne naklikáva body v blízkosti hranice, pričom vzniknutá krivka sa automaticky priťahuje k hranici. Algoritmy boli publikované v [13].

Na nasledujúcich obrázkoch môžeme vidieť vysegmentovanú oblasť. Ak budeme považovať obrázok 4.8a ako najlepšie odšumený obrázok, ktorý má zhladené hranice krivostným filtrom, potom výsledky po detekcii hrán môžeme vidieť na obrázkoch 4.9a a 4.9b.

K dispozícii sme dostali aj reálne rozmiestnenie hraníc, ktoré sú zaznamenané v katastri. Môžeme teda približne porovnať presnosť, s ktorou sme dostali hranice prvkov krajiny. Porovnanie možno vidieť na obrázkoch 4.10a 4.10b. Keď sa pozrieme na tieto obrázky, vidíme, že niektoré viditeľné hranice v jednom obrázku sa nenachádzajú na druhom obrázku. Je to spôsobené tým, že v katastri sú zaznamenané vlastnícke hranice, zatiaľ čo na družicových snímkoch pozorujeme hranice kultúr alebo využívania pôdy.

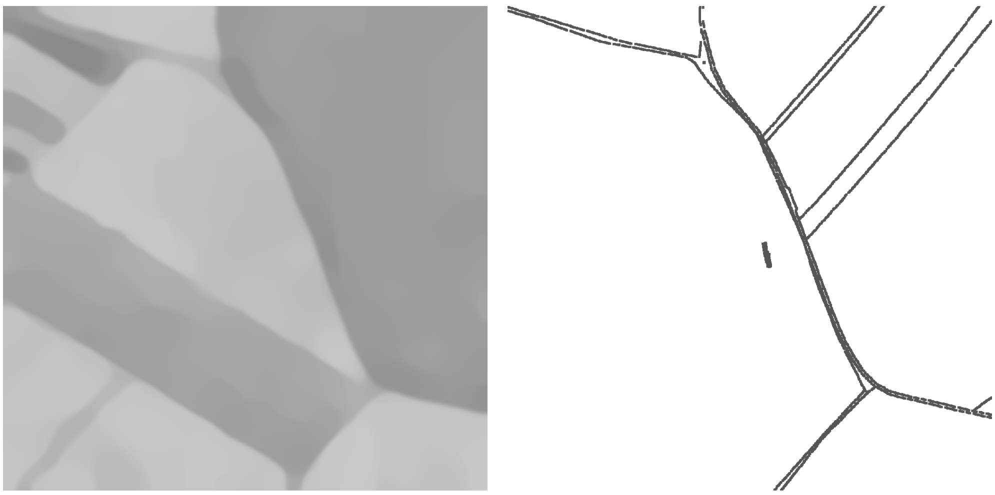
Experiment 13



(a) 4.6b po krivostnom filtri **(b)** 4.6c po krivostnom filtri

Obr. 4.9: Po aplikovaní krivostného filtra

Experiment 14



(a) Nami odšumený obrázok **(b)** Obrázok z katastra

Obr. 4.10: Po aplikovaní krivostného filtra

5 Zhrnutie

Výhodou použitia uvedených algoritmov oproti adaptívnym metódam pracujúcim iba so susednými elementami mriežky je ten, že každá rovnica konečného objemu ma fixný počet členov, a to 1 diagonálny a maximálne 4 mimodiagonálne. Na príklade sme ukázali, že počas výpočtov dochádza k výraznemu úbytku elementov mriežky. Adaptivita sa pri odstraňovaní šumu zo satelitných snímok ukázala ako veľmi dôležitá, pretože napomáha odšumovaniu priemerovaním na veľkých kontrolných objemoch. Podobný efekt sa nám pri použití rovnakých parametrov nepodarilo dosiahnuť, ak sme použili Perona-Malikovu rovnicu na pravidelnej mriežke.

Záver

V práci je popísaná Perona-Malikova rovnica, pre ktorú sme odvodili dve numerické schémy. Po úspešnej implementácií schém do programu z bakalárskej práce sme prezentovali a porovnali efekt odšumenia pomocou oboch schém. Ďalej sme popísali kombinované odstraňovanie šumu z viackanálových obrazov. Túto myšlienku sme aplikovali na spracovanie satelitných dát, kde sme pomocu Perona-Malikovej rovnice odstraňovali šum zo snímkov získaných pomocou optických systémov a SAR technológie. Potvrdili sme, že hrany sa zachovajú lepšie, ak použijeme kombinované odstraňovanie šumu, kde sa pri výpočtoch difúznych koeficientov zohľadňujú gradienty viacerých kanálov, resp. viacerých vstupných obrázkov. Napokon sme na takto odšumených obrázkoch realizovali niekoľko expermientov na detekciu prvkov krajiny.

Literatúra

[1] TRUBAČ M., *Vytváranie adaptívnych mriežok pre riešenie difúznych rovníc*, Bakalárska práca STU, SvF, 2012

[2] PERONA, P., & MALIK, J., Scale space and edge detection using anisotropic diffusion, Proc. IEEE Computer Society Workshop on Computer Vision, Miami, FL. 1987, pp. 16-27.

[3] EYMARD R., HANDLOVIČOVÁ A., MIKULA K., *Study of a finite volume scheme for the regularized mean curvature flow level set equation*, IMA Journal of Numerical Analysis Vol. 31, No. 3, pp. 813-846

[4] KRIVÁ Z., *Numerical schemes for the Perona-Malik equation*, v MAGIA 2011: Mathematics, Geometry and their applications, SvF, 2013

[5] R.EYMARD, A.HANDLOVIČOVA, K.MIKULA, *Approximation of nonlinear parabolic equations using a family of conformal and non-conformal schemes*, Communications in Pure and Applied Analysis, Volume 11, Issue 1 (2012) pp. 147-172

[6] KOHÚTOVÁ Z., *Detekcia prvkov krajiny s využitím družicových radarových meraní*, Diplomová práca STU, SvF, 2013

[7] JOZEF POHORELEC, *Číslicové spracovanie a filtrácia statických obrazov ako WEB služba z oblasti aplikovaného ČSS*, Diplomová práca, Žilinská Univerzita v Žiline, Elektrotechnická fakulta, Katedra telekomunikácií, 2007

[8] *Speckle noise*, Wikipedia: The Free Encyclopedia. Wikimedia Foundation, *http://en.wikipedia.org/wiki/Speckle_noise*

[9] NELSON D. A. MASCARENHAS., *An overview of speckle noise filtering in SAR images*, Image Processing Techniques, First Latino-American Seminar on Radar Remote Sensing: Proceedings of a conference held 2-4 December, 1996, Buenos Aires, Argentina

[10] *Morfologické transformácie*, Interaktívna učebnica spracovania obrazu, *http://dip.sccg.sk/matmorf/morf.htm*

[11] KRIVÁ Z., MIKULA K. *An adaptive finite volume scheme in processing of color images*, Proceedings of Algoritmy 2000, 15th Conference on Scientific Computing, Vysoké Tatry-Podbanské, Slovakia, September 10-15 2000, pp. 174-188.

[12] PAPČO, 2012: DLR *TerraSAR-X Project LAN1583 Object Recognition Based on High-Resolution Radar Imagery*

[13] J.URBÁN, K.MIKULA, *Segmentácia medicínskych dát pomocou pohybujúcich sa rovinných kriviek (Segmentation of medical data using evolving plane curves)*, Proceedings of the conference Mathematics, Geometry and their Applications MAGIA 2009, Kočovce, Slovakia (2009)