

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
STAVEBNÁ FAKULTA**

**Analýza mriežkových dosiek nad pravouhlým pôdorysom
DIPLOMOVÁ PRÁCA**

SvF-5343-39030

Bratislava 2011

Bc. Martin Štiglic

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
STAVEBNÁ FAKULTA

Analýza mriežkových dosiek nad pravouhlým pôdorysom
DIPLOMOVÁ PRÁCA

SvF-5343-39030

Študijný program: Matematicko - počítačové modelovanie

Pracovisko (katedra/ústav): katedra stavebnej mechaniky

Vedúci záverečnej práce/školiťel': Ing. Katarína Tvrdá, PhD.

Konzultant: doc. Ing. Jozef Dický, PhD.

Bratislava 2011

Bc. Martin Štiglic

Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu vypracoval samostatne a výhradne s použitím uvedenej literatúry.

V Bratislave 20.5.2011

Martin Štiglic

Pod'akovanie

Touto cestou by som chcel pod'akovať pani Ing. Kataríne Tvrdej, PhD. za pomoc, odborné vedenie, cenné rady a pripomienky pri vypracovaní mojej diplomovej práce a v neposlednom rade za čas, ktorý mi venovala. Pod'akovanie patrí aj pánovi doc. Ing. Jozefovi Dickému, PhD. za cenné rady a čas, ktorý mi venoval.

Abstrakt

Štiglic, Martin Bc.: Analýza mriežkových dosiek nad pravouhlým pôdorysom, Diplomová práca. Slovenská technická univerzita, Stavebná fakulta, Katedra stavebnej mechaniky. Vedúci diplomovej práce: Ing. Katarína Tvrdá, PhD. Bratislava 2011, 66 s. a 2 s. príloh.

Predkladaná práca „Analýza mriežkových dosiek nad pravouhlým pôdorysom“ má tri hlavné ciele: statická analýza, parametrizácia dosky, pravdepodobnostná analýza. V dnešnej dobe šetrenia je užitočné mať základné poznatky o fungovaní a správaní priestorových priehradových konštrukcií. Preto je veľmi dobré vedieť, ktoré faktory ovplyvňujú ekonomiku a vplývajú na správanie konštrukcie. Teoretická časť práce sa zaoberá geometriou priestorových priehradových konštrukcií, v ktorej je opísaný vplyv pomeru rozpätia strán, stabilita, výhody aj nevýhody konštrukcie, konfigurácia a parametrizácia dosky a v neposlednom rade jej správanie (kritéria pre tlak a vzpernú odolnosť prútov) a podopretie. Pri pravdepodobnosti sú opísané náhodné vstupné veličiny a ich rozdelenia, princíp metódy Monte Carlo a typ vzorkovania. Výsledky sú vyhodnotené dvomi spôsobmi a to štatisticky a analýzou trendu. Hlavným cieľom pravdepodobnostnej analýzy je určiť spoľahlivosť konštrukcie. Statický výpočet sa zaoberá maximálnym priehybom konštrukcie a maximálnym napätím v prútoch. Pri parametrizácii konštrukcie sa snažíme nájsť optimálne tuhostné parametre t.j. hrúbku steny prúta vo vrstvách a v diagonálach a hĺbku konštrukcie t.j. vzdialenosť medzi hornou a spodnou vrstvou. Pri pravdepodobnostnej analýze je použitá metóda Monte Carlo s priamym vzorkovaním. Počet opakovaní je nastavený na 30000. Počas pravdepodobnostnej analýzy, ANSYS vykoná veľa analyzačných opakovaní, aby vypočítal náhodné výstupné parametre ako funkciu množiny náhodných vstupných premenných. Hodnoty vstupných premenných sú generované náhodne použitím Monte Carlo simulácie. Štatistiky náhodných výstupných parametrov sú vypočítané pomocou výsledkov v softvéri ANSYS a zobrazujú vlastnosti výstupných parametrov pomocou histogramu, kumulačnej distribučnej krivky. Vplyv náhodných vstupných premenných na jednotlivé výstupné parametre (čiže citlivosť) zobrazuje stĺpcový a koláčový graf. Matica korelačných koeficientov zobrazuje Spearmanov korelačný koeficient.

Kľúčové slová: priestorová mriežka, priehradová konštrukcia, statická analýza, pravdepodobnostná analýza, Monte Carlo, parametrizácia dosky, citlivostná analýza

Abstract

Štiglic, Martin Bc.: Plate grids analysis above rectangular ground plan, thesis. Slovak Technical University, Civil Engineering, Department of Structural Mechanics. Tutor: Ing. Katarína Tvrdá, PhD. Bratislava 2011, p. 66 and 2 p. attachments.

The presented paper: “Plate grids analysis above rectangular ground plan” has three main objectives: static analysis, plate parameterization, probabilistic analysis. Currently, when everybody wants to save money, it is very useful to have basic knowledge about the functioning and behavior of spatial truss structures. Therefore, it is very good to know which factors affect economy and behavior of the structure. The theoretical part deals with the geometry of the spatial truss structures, which described the impact of the aspect ratio, stability, advantages and disadvantages, configuration and parameterization of plate and last but not least its behavior (criteria for pressure and buckling resistance) and support location. Chapter probability describes random input variables and their distribution, the principle of Monte Carlo method and direct sampling. In probabilistic design system there are two ways of results postprocessing: statistical and trend analysis. The main aim of probabilistic analysis is to determine the reliability of the structure. Static calculation deals with the maximum deflection and maximum stress in the bar. In the parameterization of the structure we try to find optimal stiffness parameters, i.e. a wall thickness of the chord and diagonals elements and depth of the structure, i.e. the distance between the upper and lower layer. In the probabilistic analysis is used Monte Carlo method with direct sampling. The number of repetitions is 30000. During the probabilistic analysis, ANSYS execute a lot of repetitions to calculate the random output parameters as a function of a set of random input variables. Values of input variables are randomly generated using Monte Carlo simulation. Statistics of random output parameters are calculated using the results in ANSYS software and display properties of output parameters using histogram and cumulative distributive curve. Effect of random input variables on the individual output parameters (i.e. sensitivity) displays a bar and pie chart. The correlation matrix shows the Spearman rank order correlation coefficients.

Keywords: space grid, space truss, space frame, static analysis, probabilistic analysis, Monte Carlo, plate parameterization, sensitivity analysis

Obsah

Zoznam skratiek.....	11
Úvod a ciele práce	12
1. Prútové sústavy	13
1.1. Matica tuhosti priestorového prútového prvku	13
1.1.1. Lokálny súradnicový systém (LSS).....	13
1.1.2. Globálny súradnicový systém (GSS).....	15
2. Geometria priestorových mriežok	17
2.1. Dvojsmerné preklenuté konštrukcie.....	17
2.2. Dvojvrstvové mriežky	19
2.3. Pomer strán	20
2.4. Stabilita priestorovej priehradovej konštrukcie.....	22
2.5. Stabilné mnohostenné tvary	23
2.5.1. Konštrukcia z prútov a uzlov.....	23
2.5.2. Mnohosten ako dosková konštrukcia.....	24
2.5.3. Kombinované prútové a doskové konštrukcie	24
2.6. Výhody použitia priestorovej mriežky	24
2.6.1. Rozdelenie zaťaženia.....	24
2.6.2. Inštalácia služieb.....	25
2.6.3. Robustnosť.....	25
2.6.4. Blokové komponenty.....	25
2.6.5. Slobodný výber umiestnenia podpory	25
2.6.6. Pravidelná geometria.....	26
2.6.7. Jednoduchá montáž.....	26
2.7. Nevýhody	26
2.7.1. Náklady	26
2.7.2. Pravidelná geometria.....	26
2.7.3. Čas montáže	27
2.7.4. Požiarna ochrana.....	27
2.8. Konfigurácie mriežky.....	27
2.9. Parametrizácia konštrukcie	30
2.10. Správanie sa konštrukčného prvku.....	32
2.10.1. Tlak.....	33
2.10.2. Vzperná odolnosť tlačných prútov s konštantným prierezom.....	33
2.11. Umiestnenie podpier	35

2.12.	Rozmerová presnosť	36
3.	Pravdepodobnosť	37
3.1.	Návrh pravdepodobnosti	37
3.2.	Pochopenie návrhu pravdepodobnosti	37
3.3.	Výber a definovanie náhodných vstupných premenných.....	38
3.3.1.	Náhodné vstupné premenné pre simuláciu Monte Carlo	39
3.3.2.	Výber rozdelenia pre náhodné premenné.....	39
3.3.3.	Distribučné funkcie	41
3.4.	Počítačová simulácia	41
3.5.	Metóda Monte Carlo	42
3.6.	Vzorkovanie	43
3.6.1.	Vzorkovanie Monte Carlo (Direct Monte Carlo Sampling).....	43
3.7.	Výsledky pravdepodobnostnej analýzy.....	44
3.7.1.	Opisné charakteristiky náhodných výstupných veličín.....	44
3.7.2.	História vzorky.....	45
3.7.3.	Histogram.....	45
3.7.4.	Kumulatívna distribučná funkcia (CDF).....	46
3.7.5.	Citlivosť.....	47
3.7.6.	Matica korelačných koeficientov.....	47
3.8.	Spoľahlivosť konštrukcie	48
4.	Priestorový rám pre festivalové námestie - Expo '70, Osaka, Japonsko.....	48
5.	ANSYS.....	51
5.1.	LINK180	52
5.1.1.	Vstupné dáta.....	52
5.1.2.	Zhrnutie vstupov pre LINK180.....	53
5.1.3.	Výstupné údaje	54
6.	Model mriežkovej dosky.....	55
6.1.	Model v ANSYS-e	55
6.2.	Statická analýza.....	57
6.3.	Parametrizácia dosky	59
6.4.	Pravdepodobnostná analýza	60
Záver		66
Použitá literatúra		69
Príloha A		70

Zoznam skratiek

δ	vektor premiestnení
u	posunutie v smere osi x
v	posunutie v smere osi y
w	posunutie v smere osi z
F	vektor koncových síl
K	matica tuhosti
σ	normálové napätie
σ_{DOV}	dovolené napätie
N	osová sila
ΔL	relatívne predĺženie
E	Youngov modul pružnosti
A	prierezová plocha
L	dĺžka prúta
T	transformačná matica
N_{CRd}	návrhová osová sila odolnosti
N_{Ed}	návrhová hodnota tlakovej sily
χ	súčiniteľ vzperu
$\bar{\lambda}$	pomerná štíhlosť
N_{cr}	kritická sila v pružnom stave
α	miera inperfekcie
$\bar{x}$	priemer
s^2	štandardná odchýlka
P_f	pravdepodobnosť poruchy
P_D	návrhová pravdepodobnosťou poruchy
N_f	počet chybných výsledkov
N_{celk}	celkový počet výsledkov

Úvod a ciele práce

Priestorové prúťové konštrukcie sa začali rozvíjať po 2. svetovej vojne zásluhou sovietskeho vedca V. Z. Vlasova (rozpracoval teóriu výpočtu pružných tenkostenných prúťov), amerických inžinierov R. B. Fullera a K. Vaksmana (vytvorili originálne konštrukcie typu priehradových škrupín a dosiek), francúzskeho inžiniera Le Ricoleho (preskúmal zákonitosti vytvárania konštrukčných tvarov) a sovietskeho vedca, architekta a inžiniera M. S. Tupoleva (pracoval na štruktúre sieťových kupol).

V technickej praxi všetky konštrukčné časti predstavujú trojrozmerné telesá. Po zaťažení takéhoto telesa treba pri pevnostnej úlohe nájsť tri zložky posunutia u , v , w a šesť zložiek deformácie i napätia v jeho všeobecnom bode. Z teórie pružnosti a pevnosti vieme, že pri mnohých konštrukčných častiach sa dá pevnostná (statická i dynamická) úloha výrazne zjednodušiť. Redukcia počtu neznámych a prechod z priestorového problému na rovinný resp. jednoosový problém sa využíva aj v metóde konečných prvkov (MKP).

V súčasnosti sme svedkami prechodu od pôvodných - deterministických metód k novým („počítačovým“) čiastočne alebo plne pravdepodobnostným metódam posudkov spoľahlivosti inžinierskych konštrukcií. Niektoré normy (napr. ČSN 731401, ISO), už pripúšťajú ako alternatívu plne pravdepodobnostný prístup stanovenia spoľahlivosti konštrukcií. Súčasný trend, ktorý súvisí s prudkým rozvojom výpočtovej techniky, ponúka nové možnosti aplikácie pravdepodobnostných prístupov k riešeniu konštrukcií založených na simulačných technikách metódy Monte Carlo, ktorá je implementovaná aj softvéri v ANSYS [1] a ANTHILL [2]. Systém pravdepodobnostného návrhu v softvéri ANSYS (Probabilistic Design System – PDS [1]) analyzuje komponent alebo systém, spolu s neznámymi vstupnými parametrami. Tieto vstupné parametre (geometria, materiálové vlastnosti, okrajové podmienky, atď.) sú definované v modeli. Ich zmeny sú definované ako náhodné vstupné veličiny a sú charakterizované typom rozdelenia (Gaussove, lognormálne, atď.) a parametrami rozdelenia (priemer, štandardná odchýlka, atď.). Akékoľvek vzájomné závislosti medzi náhodnými vstupnými veličinami sú definované ako korelačné koeficienty. Dôležité výsledky sú definované ako náhodné výstupné parametre.

V práci sa budeme zaoberať statickou analýzou modelu konštrukcie, jej parametrizáciou t.j. zmenou tuhostných parametrov. Hlavnou nosnou časťou práce bude pravdepodobnostná analýza konštrukcie a určenie jej spoľahlivosti t.j. pravdepodobnosť, že nedôjde k zlyhaniu konštrukcie.

1. Prútové sústavy

Prútovými konštrukciami nazývame konštrukcie, v ktorých vznikajú zanedbateľne malé ohybové a krútiace momenty a priečne sily. V takomto prípade sa konštrukcia správa ako keby boli nosníky prepojené priestorovými kĺbmi. Nosníky - prúty (trusses, spars, links) prenášajú len osovú silu a vznikajú v nich len ťahové resp. tlakové napätia. Na takúto konštrukciu nesmú pôsobiť sústredené vonkajšie momenty.

Prútový prvok je špeciálny prípad nosníkového prvku a vzhľadom na jeho jednoduchosť je vhodný na vysvetlenie transformácie matíc medzi *lokálnym súradnicovým systémom prvku* a *globálnym súradnicovým systémom* výpočtového modelu.

1.1. Matica tuhosti priestorového prútového prvku

Pri rovinných a priestorových prútových prvkoch sa tvoria matice prvku najčastejšie v jeho lokálnom súradnicovom systéme a potom sa transformujú do globálneho systému. Tento postup je jednoduchší ako ich klasická tvorba v globálnom systéme .

1.1.1. Lokálny súradnicový systém (LSS)

Uzlový bod prútového prvku v priestore má 3 stupne voľnosti. Vektor premiestnení uzlového bodu a vektor koncových síl majú nasledujúci tvar:

$$\{\delta\}_a^0 = \begin{Bmatrix} u_a^0 \\ v_a^0 \\ w_a^0 \end{Bmatrix}, \{F\}_a^0 = \begin{Bmatrix} F_{xa}^0 \\ F_{ya}^0 \\ F_{za}^0 \end{Bmatrix}. \quad (1.1)$$

Prútový prvok v priestore je ohraničený dvomi uzlovými bodmi a teda má 6 stupňov voľnosti. Vektor premiestnení prvku a koncových síl možno zapísať nasledovne:

$$\{\delta\}_{ab}^0 = \begin{Bmatrix} u_a^0 \\ v_a^0 \\ w_a^0 \\ u_b^0 \\ v_b^0 \\ w_b^0 \end{Bmatrix}, \{F\}_{ab}^0 = \begin{Bmatrix} F_{xa}^0 \\ F_{ya}^0 \\ F_{za}^0 \\ F_{xb}^0 \\ F_{yb}^0 \\ F_{zb}^0 \end{Bmatrix}. \quad (1.2)$$

Medzi premiestneniami uzlových bodov a uzlovými silami prvku platí všeobecný vzťah

$$\{F\}_{ab}^0 = [K]_{ab}^0 \cdot \{\delta\}_{ab}^0. \quad (1.3)$$

Z Hookovho zákona

$$\sigma = E\epsilon, \quad (1.4)$$

ktorý môžeme prepísať do tvaru

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta L}{L}. \quad (1.5)$$

Zo vzťahu (1.5) si vyjadríme relatívne predĺženie

$$\Delta L = \frac{N}{EA} L \rightarrow \Delta L = \frac{N_{ab}}{EA} L. \quad (1.6)$$

Do vzťahu (1.6) dosadíme za

$$\Delta L = u_b^0 - u_a^0 \quad (1.7)$$

a následne vyjadríme vzťah pre N_{ab}

$$N_{ab} = \frac{EA}{L} \Delta L = \frac{EA}{L} (u_b^0 - u_a^0). \quad (1.8)$$

Pre koncové sily v uzlových bodoch a a b platia nasledujúce vzťahy:

$$F_{xa}^0 = -N_{ab}, \quad (1.9)$$

$$F_{xb}^0 = N_{ab}, \quad (1.10)$$

$$F_{ya}^0 = F_{yb}^0 = F_{za}^0 = F_{zb}^0 = 0. \quad (1.11)$$

Po dosadení vzťahov (1.9) – (1.11) do ľavej strany vzťahu (1.3) a použitím (1.8) dostaneme nasledujúci systém rovníc:

$$\begin{Bmatrix} F_{xa}^0 \\ F_{ya}^0 \\ F_{za}^0 \\ F_{xb}^0 \\ F_{yb}^0 \\ F_{zb}^0 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_a^0 \\ v_a^0 \\ w_a^0 \\ u_b^0 \\ v_b^0 \\ w_b^0 \end{Bmatrix}, \quad (1.12)$$

v ktorom matica tuhosti priestorového prvku v LSS má tvar:

$$[\mathbf{K}]_{ab}^0 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.13)$$

1.1.2. Globálny súradnicový systém (GSS)

Vektor premiestnení prvku a koncových síl v GSS má nasledujúci tvar:

$$\{\boldsymbol{\delta}\}_{ab} = \begin{Bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \\ u_b \\ v_b \\ w_b \end{Bmatrix}, \{\mathbf{F}\}_{ab} = \begin{Bmatrix} F_{xa} \\ F_{ya} \\ F_{za} \\ F_{xb} \\ F_{yb} \\ F_{zb} \end{Bmatrix}, \quad (1.14)$$

$$\{\mathbf{F}\}_{ab} = [\mathbf{K}]_{ab} \cdot \{\boldsymbol{\delta}\}_{ab}, \quad (1.15)$$

$$[\mathbf{K}]_{ab}^0 \rightarrow [\mathbf{K}]_{ab}. \quad (1.16)$$

Vzťah medzi vektorom premiestnení uzlového bodu v LSS a GSS je vyjadrený ako

$$\begin{Bmatrix} r_x^0 \\ r_y^0 \\ r_z^0 \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}^0] \cdot \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}, \quad (1.17)$$

kde $\mathbf{T}^0$ je transformačná matica, ktorá má tvar:

$$\mathbf{T}^0 = \begin{bmatrix} \cos(x^0, X) & \cos(x^0, Y) & \cos(x^0, Z) \\ \cos(y^0, X) & \cos(y^0, Y) & \cos(y^0, Z) \\ \cos(z^0, X) & \cos(z^0, Y) & \cos(z^0, Z) \end{bmatrix}. \quad (1.18)$$

Celkovú transformačnú maticu pre priestorový prvok môžeme prepísať do nasledovného tvaru:

$$[\mathbf{T}]_{ab} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^0 & 0 \\ 0 & \mathbf{T}^0 \end{bmatrix}. \quad (1.19)$$

Nasledujúce vzťahy ukazujú ako možno vyjadriť vektory premiestnení a koncových síl v LSS cez transformačnú maticu a vektory premiestnení a koncových síl v GSS:

$$\{\boldsymbol{\delta}\}_{ab}^0 = [\mathbf{T}]_{ab} \cdot \{\boldsymbol{\delta}\}_{ab} , \quad (1.20)$$

$$\{\mathbf{F}\}_{ab}^0 = [\mathbf{T}]_{ab} \cdot \{\mathbf{F}\}_{ab} . \quad (1.21)$$

Po dosadení vzťahov (1.20) a (1.21) do vzťahu (1.22) a úprave dostaneme vzťah (1.25) pre koncové sily.

$$\{\mathbf{F}\}_{ab}^0 = [\mathbf{K}]_{ab}^0 \cdot \{\boldsymbol{\delta}\}_{ab}^0 \quad (1.22)$$

$$[\mathbf{T}]_{ab} \cdot \{\mathbf{F}\}_{ab} = [\mathbf{K}]_{ab}^0 \cdot [\mathbf{T}]_{ab} \cdot \{\boldsymbol{\delta}\}_{ab} \quad | \cdot [\mathbf{T}]_{ab}^{-1} \quad (1.23)$$

$$[\mathbf{I}]_{ab} \cdot \{\mathbf{F}\}_{ab} = [\mathbf{T}]_{ab}^{-1} \cdot [\mathbf{K}]_{ab}^0 \cdot [\mathbf{T}]_{ab} \cdot \{\boldsymbol{\delta}\}_{ab} \quad (1.24)$$

$$\{\mathbf{F}\}_{ab} = [\mathbf{K}]_{ab} \cdot \{\boldsymbol{\delta}\}_{ab} \quad (1.25)$$

kde (1.26) je matica tuhosti prúta v GSS

$$[\mathbf{K}]_{ab} = [\mathbf{T}]_{ab}^{-1} \cdot [\mathbf{K}]_{ab}^0 \cdot [\mathbf{T}]_{ab} . \quad (1.26)$$

V (1.24) sme mohli použiť rovnosť

$$[\mathbf{T}]_{ab}^{-1} = [\mathbf{T}]_{ab}^T \quad (1.27)$$

pretože $[\mathbf{T}]$ ako sa môžeme ľahko presvedčiť, je ortogonálna matica (platí $[\mathbf{T}]_{ab}[\mathbf{T}]_{ab}^{-1} = [\mathbf{T}]_{ab}[\mathbf{T}]_{ab}^T = 1$).

Takto sme odvodili všeobecne platný vzťah pre výpočet matice tuhosti prvku v globálnom súradnicovom systéme pomocou matice tuhosti určenej v lokálnom systéme prvku

$$[\mathbf{K}]_{ab} = [\mathbf{T}]_{ab}^T \cdot [\mathbf{K}]_{ab}^0 \cdot [\mathbf{T}]_{ab} . \quad (1.28)$$

Transformačné vzťahy z lokálnych súradníc do globálnych súradníc.

$$X_{ab} = X_b - X_a , \quad (1.29)$$

$$Y_{ab} = Y_b - Y_a , \quad (1.30)$$

$$Z_{ab} = Z_b - Z_a , \quad (1.31)$$

$$\cos(x^0, X) = \frac{X_{ab}}{L} , \quad (1.32)$$

$$\cos(x^0, Y) = \frac{Y_{ab}}{L} , \quad (1.33)$$

$$\cos(x^0, Z) = \frac{Z_{ab}}{L} , \quad (1.34)$$

$$[T]^0 = \begin{bmatrix} \frac{X_{ab}}{L} & \frac{Y_{ab}}{L} & \frac{Z_{ab}}{L} \\ \frac{Y_{ab}}{L} & \frac{Z_{ab}}{L} & \frac{X_{ab}}{L} \\ \frac{Z_{ab}}{L} & \frac{X_{ab}}{L} & \frac{Y_{ab}}{L} \end{bmatrix}. \quad (1.35)$$

Matica tuhosti prúta v globálnom súradnicovom systéme má nasledujúci tvar:

$$[K]_{ab} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{X_{ab}^2}{L^2} & \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} & & & \\ \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}^2}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} & & & \\ \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Z_{ab}^2}{L^2} & & & \\ & & & (-) & & \\ & & & & \frac{X_{ab}^2}{L^2} & \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} \\ & & & & \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}^2}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} \\ & & & & \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Z_{ab}^2}{L^2} \end{bmatrix}. \quad (1.36)$$

Po dosadení vektorov premiestnení a koncových síl a matice tuhosti do vzťahu (1.15) dostávame výsledný vzťah v GSS:

$$\begin{Bmatrix} F_{xa} \\ F_{ya} \\ F_{za} \\ F_{xb} \\ F_{yb} \\ F_{zb} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{X_{ab}^2}{L^2} & \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} & & & \\ \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}^2}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} & & & \\ \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Z_{ab}^2}{L^2} & & & \\ & & & (-) & & \\ & & & & \frac{X_{ab}^2}{L^2} & \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} \\ & & & & \frac{X_{ab}Y_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}^2}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} \\ & & & & \frac{X_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Y_{ab}Z_{ab}}{L^2} & \frac{Z_{ab}^2}{L^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_a \\ v_a \\ w_a \\ u_b \\ v_b \\ w_b \end{Bmatrix}. \quad (1.37)$$

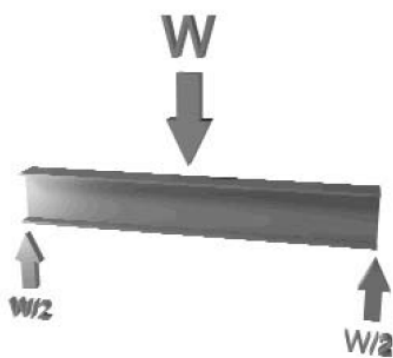
2. Geometria priestorových mriežok

2.1. Dvojsmerné preklenuté konštrukcie

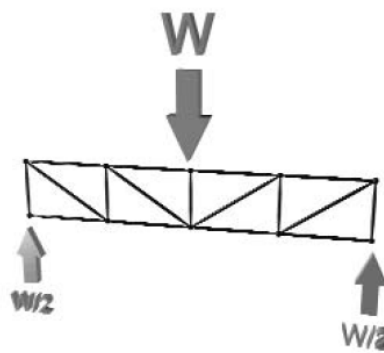
Dvojsmerný systém je kombináciou pozdĺžnych a priečných nosných prvkov - doskových alebo prútových. Na ukážku podstaty a výhod použitia dvojsmerných preklenutých konštrukcií môžeme použiť príklad z domácnosti. Časť stoličky určená na sedenie tvorená pruhovanou tkaninou. Ak sú tkané pruhy iba v jednom smere, zaťaženie aplikované na jeden pruh spôsobí jeho priehyb a nastane prenos zaťaženia iba na dve strany konštrukčného rámu. Ak sú pruhy pretkané v dvoch na seba kolmých smeroch,

zaťažený pás je čiastočne podporený všetkými ostatnými. To znižuje priehyb zaťaženého pásu a rozdeľuje aplikované zaťaženie rovnomernejšie na všetky strany konštrukčného rámu. V tomto prípade každý pruh nemusí byť schopný preniesť celkové zaťaženie, ale ako sústava je schopná preniesť dané zaťaženie a teda na nosný rám môžu byť použité ľahšie konštrukcie. Ďalšou výhodou je, že ak jeden z pruhov praskne sedadlo ako celok vydrží zaťaženie.

Podobné výhody môžu viesť k používaniu dvojzmernej konštrukcie v architektúre a inžinierstve. Napríklad bodové zaťaženie aplikované na jednoduchý prostý nosník alebo rovinný priehradový nosník musí byť prenesené cez konštrukciu priamo k ich podporám. (obr. 1 a obr. 2)

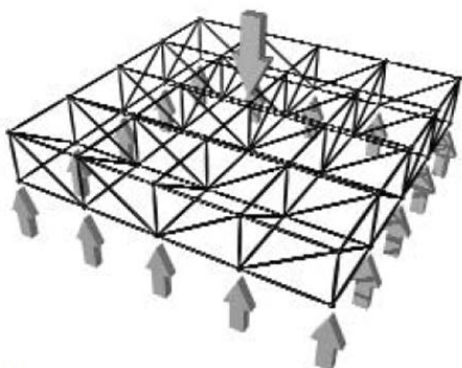


Obr. 1 Bodové zaťaženie na jednoducho podporený nosník



Obr. 2 Uzlové zaťaženie na jednoducho podporený priehradový nosník

Ak je vytvorená sieť zo spojených pretínajúcich sa nosníkov alebo priehradových nosníkov vo vodorovnej rovine, zvislé zaťaženie aplikované na iný nosník alebo priehradový nosník bude z časti rozložené do ostatných elementov v mriežke, teda ku všetkým podperám. Obr. 3 to znázorňuje pre malú mriežku pretínajúcich sa priehradových nosníkov (priestorovú priehradovú konštrukciu).

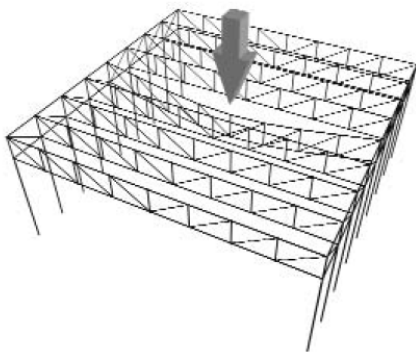


Obr. 3 Uzlové zaťaženie na podporenú priestorovú priehradovú konštrukciu

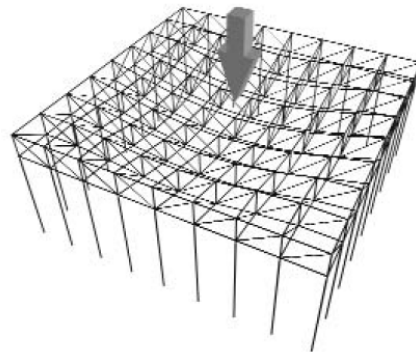
Hoci v týchto prípadoch pôsobenie konštrukcie je odlišné ako vo vyššie opísanom prípade s pruhovanou tkaninou (ohyb a šmyk pre nosníky, osovú silu pre priehradový nosník a napätie pre sieť).

2.2. Dvojvrstvové mriežky

Keď rozpätie konštrukcie prekročí 10 m použitie nosníkových elementov v jedno vrstvovej mriežke sa stáva menej ekonomické a otvorenú sieť priehradových nosníkov alebo Vierendeelových nosníkov možno nahradiť pevnými nosníkmi. Konštrukcia potom pozostáva z dvoch paralelných horizontálnych mriežok zložených z „vrstvových“ elementov spojených zvislými a/alebo šikmými „diagonálnymi“ elementmi medzi dvomi rovinnými mriežkami. Táto trojrozmerná konštrukcia je všeobecne opísaná ako dvojvrstvová alebo priestorová mriežka a je tiež často známa ako priestorový rám alebo priestorová priehradová konštrukcia v závislosti od typu vystuženia medzi dvoma vrstvami a metódou spojenia konštrukčných prvkov. Dvojvrstvové mriežky sú jedni z najúčinnnejších a ľahkých konštrukčných systémov kvôli ich schopnosti rozložiť zaťaženie na nosnosť celej konštrukcie pozri obr. 4 a obr. 5.



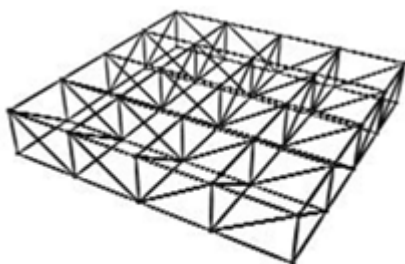
Obr. 4 Priehyb systému z individuálnych priehradových nosníkov



Obr. 5 Priehyb dvojsmernej preklenutej dvojvrstvovej mriežky zloženej z pretínajúcich sa priehradových nosníkov

Termín priestorový rám je často používaný inžiniermi a architektmi na opísanie rôznych typov dvojvrstvových mriežok aj keď môžu prenášať zaťaženie celkom odlišnými konštrukčnými spôsobmi.

1. Dvojvrstvové mriežky so šikmými sieťovými elementmi ako mriežka na obr. 6

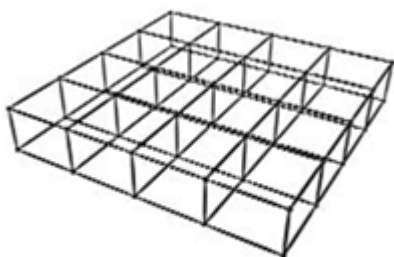


Obr. 6 Dvojvrstvová mriežka pretínajúcich sa priehradových nosníkov

V tomto prípade sa spoliehame predovšetkým na reakciu priehradového nosníka dosiahnutú cez úplnú trianguláciu konštrukcie, ktorá je bežne zložená z tyčí ukončených do hrotu alebo konštrukčných prvkov spojených kĺbom. V tomto type konštrukcie, ktorá by sa mala správne nazývať priestorová priehradová konštrukcia, ak

sú zaťaženia aplikované priamo na spojovacie uzly, tak prúty (tyče) v priestorovej mriežke prenášajú osovú ťahovú alebo tlakovú sily. Avšak kvôli vlastnej váhe prútov je vždy prítomný nejaký ohyb. Sekundárny ohybový účinok sa môže objaviť v závislosti od tuhosti a formy spojenia medzi prútmi (tyčami) a uzlami.

2. *Dvojvrstvové mriežky bez šikmých sieťových elementov ako mriežky iba s horizontálnymi vrstvovými elementmi a vertikálnymi sieťovými elementmi ako napr. obr. 7*



Obr. 7 Dvojvrstvová mriežka pretínajúcich sa Vierendeelových nosníkov

Vo všeobecnosti rámy v špecifickom inžinierskom zmysle nie sú triangulované. Majú niektoré alebo všetky spoje pevné (neohybné) a odolávajú aplikovanému zaťaženiu kombináciou priehybu, prierezu a osových síl vo všetkých elementoch, aj keď je zaťaženie aplikované iba na kĺby (uzly). Pretínajúce sa elementy v druhom prípade dvojvrstvovej mriežky sú rámy v rovnakom špecifickom zmysle, pretože obsahujú tiež pevné spoje a spoliehajú sa na schopnosť rámu odolať aplikovanému zaťaženiu. Sú zvyčajne postavené z prefabrikovaných, trojdimenzionálnych modulov alebo sú vyrobené zvarením jednotlivých elementov na mieste. Bloky majú pevné spoje v komponentoch, ktoré sú potom primontované. Bloky vytvorené zvarením na mieste tvoria trojdimenzionálne úplne pevné kĺbové konštrukcie.

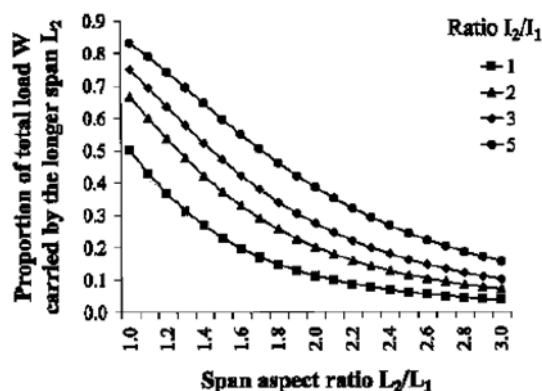
Pre architekta nie je tak dôležité ako pre inžiniera, aby bolo možné rozlíšiť priestorovú priehradovú konštrukciu a pravý priestorový rám. Hoci sú situácie keď znalosť rozdielov môže byť výhodou (napr. z estetického hľadiska voľne otvorený „pravý“ priestorový rám, ktorý nemá diagonálne prvky). V bežnom význame termín „priestorový rám“ je často používaný pre všetky priestorové mriežky, vrátane originálnych modulárnych systémov, ktoré sú v skutočnosti priestorové priehradové konštrukcie. Dokonca vlastný názov a/alebo technická literatúra vydaná výrobcom môže odkazovať priestorové priehradové systémy na priestorové rámy.

2.3. Pomer strán

Rozhodnutie, či použiť trojdimenzionálnu priestorovú mriežku alebo jednosmernú preklenutú konštrukciu, je často ovplyvnené plánom budovy a umiestnením nosnej

konštrukcie. Napríklad, ak môžeme poskytnúť podporu pozdĺž dvoch protiľahlých strán obdĺžnikovej stavby, tak jednosmerná preklenutá štruktúra bude určite úspornejšia, najmä ak aplikované zaťaženia sú rovnomerne rozložené cez rovinu strechy alebo poschodia. Avšak, keď podpory môžu byť uložené po obvodě štvorcového alebo obdĺžnikového pôdorysu, môžeme uvažovať o použití obojsmernej preklenutej mriežky. Potom je ťažké rozhodnúť, ktorý typ konštrukcie je vhodnejší. Jedným z kritérií ovplyvňujúcich výber, bude stupeň rozloženia očakávaného zaťaženia v trojdimenzionálnej konštrukcii. Ten závisí od niekoľkých faktorov, najmä od pomeru dĺžky v každom smere obojsmernej mriežky – pomer dĺžky strán.

Vplyv pomeru dĺžky strán na rozloženie zaťaženia v obojsmernej preklenutej konštrukcii môže byť jednoducho ilustrovaný vzhľadom na bod zaťaženia W aplikovaného na priesečník dvoch kolmých nosníkov dĺžky L_1 a L_2 . Ak sú tieto nosníky spojené v ich stredoch, tak vytvoria veľmi jednoduchú jednovrstvovú nosníkovú mriežku. Predpokladáme, že oba nosníky sú z rovnakého materiálu a majú rovnaké prierezové vlastnosti (napr. modul pružnosti alebo Youngov modul E a moment zotrvačnosti I). Vzťah medzi pomerom dĺžky strán L_2/L_1 a zaťažienami W_1 a W_2 prenesenými každým nosníkom môžeme nájsť sériou výpočtov pre rôzne pomery dĺžky strán nosníka. Vzťah je znázornený na obr. 8, kde L_2 je väčšie rozpätie a L_1 je kratšie rozpätie.



Obr. 8 Vzťah medzi pomerom rozpätia a podielom celkového zaťaženia preneseného dlhším nosníkom L_2 , mriežky z dvoch jednoduchých pretínajúcich sa nosníkov, s pomerom I_2/I_1 rovným 1, 2, 3 a 5.

Z obr. 8 vidieť, že ak pomer $I_2/I_1=1$, tak nosník s väčším rozpätím prenesie menej zaťaženia a nosník s menším rozpätím prenesie väčšiu časť zaťaženia W . Rovnaké zaťaženie prenesú, ak sú rovnakej dĺžky. Tiež možno vidieť, že ak pomer dĺžok presiahne 2,0, zaťaženie je primárne prenášané kratším nosníkom (89% aplikovaného zaťaženia, ak pomer strán je 2,0). Tento jednoduchý príklad demonštruje, že výhody obojsmerných preklenutých mriežok sú

veľké, ak konštrukcia môže byť rozdelená do približne štvorcového tvaru v rovine, a že táto výhoda sa rýchlo znižuje, ak sa pomer medzi dvomi rozpätiami zvyšuje. Samozrejme, že vo veľkých priestorových mriežkových konštrukciách sa bežne používa dvojvrstvová

mriežka, ktorá obsahuje veľa pretínajúcich sa prvkov, ale ak chceme dosiahnuť ekonomické riešenie, tak použijeme základný princíp pomeru strán blízkeho 1,0. Pri pomere strán väčšom ako 1,0 môžeme dlhšie rozpätie zmenšiť zavedením medzistĺpov.

Vlastnosťou všetkých konštrukcií, vrátane trojdimenzionálnych mriežok je, že aplikované zaťaženie je prenášané smerom k najpevnejším častiam. Preto vhodnou zmenou tuhosti elementov je možné upraviť časť zaťaženia prenášaného elementmi. Napríklad, v jednoduchom dvojnosníkovom systéme opísanom vyššie je možné zvýšiť tuhosť dlhých nosníkov vyvážením rozloženia zaťaženia medzi dvomi nosníkmi keď majú rôzne dĺžky. Toto by mohlo byť dosiahnuté zvýšením hĺbky - výšky dlhšieho nosníka a teda zväčšením momentu zotrvačnosti I . Obr. 8 tiež ukazuje ako sa podiel celkového zaťaženia W prenášaného dlhším nosníkom líši pre rôzne pomery strán a pre rôzne tuhosti nosníka. Pri obdĺžnikovej mriežke môžeme zmeniť charakteristiku rozloženia zaťaženia, zvýšením veľkosti vrstvových prvkov v smere väčšieho rozpätia.

2.4. Stabilita priestorovej priehradovej konštrukcie

- Stabilita pevne spojených priestorových rámov závisí od ohybovej odolnosti spojov.
- Stabilita priestorovej priehradovej konštrukcie závisí od geometrickej konfigurácie spojov.

Na tvorbu stabilnej priestorovej priehradovej konštrukcie, ktorá je spojená kĺbmi a zložená z uzlov spojených iba osovo zaťaženými prútmi musí byť použitá kompletná trojuholníková konštrukcia. V trojrozmernej kĺbovo spojenej priestorovej priehradovej konštrukcii je dôležitá podmienka stability (známa ako Maxwellove rovnice alebo Foppleov princíp), ktorá ma nasledujúci tvar [3]:

$$n = 3j - 6, \quad (2.1)$$

n – počet prútov v konštrukcii,

j – počet kĺbov v konštrukcii,

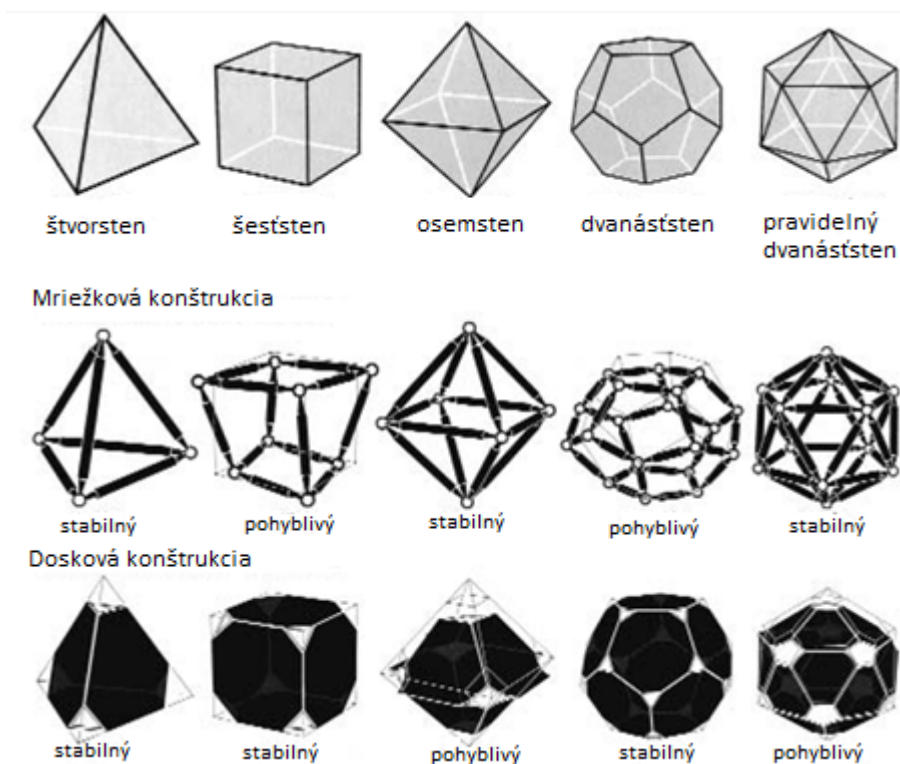
6 je minimálny počet podporných reakcií.

Z tejto rovnice tiež vyplýva, že aj konštrukcia, ktorá nie je plne trojuholníková môže byť stabilná, ak sú pridané ďalšie vhodné a dostačujúce externé podpery. Eventuálne, stabilita bežných priestorových mriežkových geometrií môže byť spojená so stabilitou

jednoduchého mnohostena. Preto si v nasledujúcej časti stručne opíšeme správanie týchto tvarov.

2.5. Stabilné mnohostenné tvary

Mnohostenné tvary sú útvary v trojdimenzionálnom priestore. Medzi najzákladnejšie patria štvorsten, šesťsten, osemsten, dvanásťsten a pravidelný dvanásťsten (obr. 9). Každý z nich je zložený z podobných útvarov, ktoré sa skladajú z regulárnych polygónov (t.j. strany útvarov sú rovnakej dĺžky). V štúdiu priestorových mriežok sa predovšetkým zaoberáme konštrukciami z prútov a uzlov. Avšak, na pochopenie stability trojdimenzionálnych konštrukcií je výhodné naštudovať si správanie jednoduchých pravidelných mnohostenných tvarov, ak je zaťaženie aplikované na ich uzly.



Obr. 9 Platonické mnohosteny ako konštrukcie z prútov a uzlov a ako doskové konštrukcie

2.5.1. Konštrukcia z prútov a uzlov

Štvorsten je stabilná trojdimenzionálna kĺbovo spojená konštrukcia z prútov a uzlov. Je zložený zo štyroch uzlov, ktoré sú spojené šiestimi prútmi. Konštrukcia je stabilná za predpokladu, že spĺňa podmienku stability (teda rovnicu (2.1)) a ak zaťaženie aplikované na uzly vyvoláva v prútoch iba osovú silu (t.j. $j = 4, n = 6$ a $3j - 6 = (3 \times 4) - 6 = 6$). Kocka alebo šesťhran má osem uzlov a dvanásť prútov a za predpokladu, že je použitých minimálne šesť podpíer, platí, že $n = 12$ ale $3j - 6 =$

$(3 \times 8) - 6 = 18$. Táto kĺbmi spojená kocková konštrukcia je nestabilná pokiaľ sa nevložia ďalšie prúty medzi uzly alebo sa nezavedú ďalšie podpory. Osemsten $n = 12, j = 6$ a $3j - 6 = (3 \times 6) - 6 = 12$ je stabilná kĺbovo spojená prútová konštrukcia. Na základe podobných dôvodov môžeme demonštrovať, že kĺbovo spojený dvanásťsten je nestabilný ako prútová konštrukcia, ale pravidelný dvanásťsten je stabilný. Preto, ak sú konštrukcie zložené z prútov a uzlov, veľa dvojvrstvových priestorových priehradových konštrukcií je založených na stabilných mnohostenových útvaroch (obvykle štvorstenové a osemstenové alebo polovičné osemstenové moduly spojená dohromady).

2.5.2. Mnohosten ako dosková konštrukcia

Ak sa pri tvorbe mnohostena uprednostní použitie plochých dosiek pred individuálnymi prútmi spojenými kĺbmi, tak pri aplikovaní zaťaženia na vrcholy sa štvorsten, kocka a dvanásťsten javia ako stabilné konštrukcie, kým osemsten a pravidelný dvanásťsten nie. Jediný Platonický mnohosten, ktorý je stabilný v oboch prípadoch aj ako prútovo uzlová konštrukcia a aj ako konštrukcia z plochých dosiek je štvorsten.

2.5.3. Kombinované prútové a doskové konštrukcie

Výskum zrealizoval Ture Wester v Kráľovskej akadémii výtvarných umení (Royal Academy of Fine Arts) v Kodani. Skúmal stabilitu a konštrukčnú duálnosť štvorstena zloženého výlučne z prútov pospájaných uzlami alebo z dosiek pospájaných ich hranami. Jeho práca ukázala, že kombináciou týchto dvoch konštrukcií možno vytvoriť stabilnú priestorovú konštrukciu zloženú z prútových a doskových elementov. Kombinácia týchto dvoch typov konštrukcie by mohla byť využitá v kovových priestorových priehradových konštrukciách spojených konštrukčnými doskovými elementmi zo skla alebo plastu.

2.6. Výhody použitia priestorovej mriežky

2.6.1. Rozdelenie zaťaženia

Hlavnou výhodou priestorovej mriežkovej konštrukcie je schopnosť rozložiť zaťaženie na všetky elementy. Rovinné nosníky alebo priestorové priehradové nosníky musia byť schopné jednotlivo vydržať prípadné sústredené alebo prudko meniace sa zaťaženia. Hoci v priestorovej mriežke sú sústredené zaťaženia rozložené rovnomerne po celej konštrukcii a na všetky podpory. To môže znížiť náklady na podperné konštrukcie ako napr. počet stĺpov a základné zaťaženia môžu byť nižšie. Maximálne priehyby sú

redukované v porovnaní s rovinnými konštrukciami rovnakého rozpätia, hĺbky a aplikovaného zaťaženia za predpokladu, že konštrukčné prvky sú podobnej (rovnakej) veľkosti.

2.6.2. Inštalácia služieb

Primerane otvorený charakter konštrukcie medzi dvomi rovinnými mriežkami umožňuje jednoduchú inštaláciu mechanických a elektrických služieb a vetracích potrubí v rámci konštrukcie. Ich montáž (upevnenie) je jednoduchá s minimálnou potrebou ďalších oceľových konštrukcií. Ak majú byť inštalované ťažké zariadenia v rámci priestorovej mriežky, tak v ideálnom prípade by malo byť zaťaženie umiestnené na spojovacie uzly. To je nevyhnutné pri priestorových priehradových konštrukciách na minimalizáciu ohybových momentov na kostre.

2.6.3. Robustnosť

Priestorové mriežky sú vynikajúco zaistené konštrukcie, to znamená, že zlyhanie jedného alebo obmedzeného počtu elementov nemusí viesť k celkovému kolapsu konštrukcie. Istota priestorových mriežkových konštrukcií pomáha pri ich odolnosti voči poškodeniu ohňom, výbuchom alebo seizmickej činnosti. V prípade požiaru alebo výbuchu môže vzniknúť poškodenie priestorovej mriežky, ktoré umožní únik tepla a dymu pri požiari alebo únik tlaku pri výbuchu. Ak nie sú odstránené alebo oslabené kritické elementy, úplné zrútenie je nepravdepodobné.

2.6.4. Blokované komponenty

Priestorové mriežky sú vynikajúce stavebné konštrukcie zmontované z komponentov, ktoré sú vyrobené výlučne továrensky. Komponenty majú vysokú rozmerovú presnosť, vysoko kvalitnú povrchovú úpravu, sú ľahko prepravovateľné a nevyžadujú veľa ďalšej roboty iba montáž na mieste. Vďaka tomu sa dajú priestorové mriežky ľahko rozšíriť, rozložiť a postaviť inde.

2.6.5. Slobodný výber umiestnenia podpory

Priestorová mriežková konštrukcia ponúka veľký výber umiestnenia podpôr. V rámci rozumných medzí, môže byť podopretá v každom uzle mriežky. To dáva architektom značnú voľnosť pri výbere priestoru pod plánovanou mriežkou. Napríklad, stĺpy môžu byť skryté vo obrysoch (tvaroch) vnútorných priečok. Avšak, ako už bolo

spomenuté predtým, preferované sú približne štvorcové konštrukčné priečky, pretože vedú k efektívnejšiemu využitiu materiálov.

2.6.6. Pravidelná geometria

Pre uľahčenie výstavby veľa priestorových mriežok má pravidelný tvar, čo môže byť architektonicky využité pre niektoré efekty. Neobyčajné efekty môžu byť dosiahnuté, ak farba vybraná pre konštrukčné prvky kontrastuje s farbou plošiny alebo s oblohou v prípade nezakrytého alebo preskleného pokrytia.

2.6.7. Jednoduchá montáž

Ďalšou výhodou využitia priestorových mriežok je účinnosť výstavby pre konštrukcie veľkých rozmerov najmä na miestach s obmedzeným prístupom. Jednou z možností je postavenie celej konštrukcie so zastrešením a službami na zemi alebo tesne nad zemou a potom ju zdvihnúť do finálnej polohy. Druhou možnosťou je manuálne s použitím náradia postaviť menšie časti konštrukcie na ľubovoľnom mieste.

2.7. Nevýhody

2.7.1. Náklady

Jednou z hlavných nevýhod priestorových konštrukcií je ich cena, ktorá môže byť niekedy vyššia v porovnaní s alternatívnymi možnosťami. Rozdiel v cene je viditeľný, ak sú priestorové mriežky použité pre relatívne malé rozpätia konštrukcií aj keď pojem „relatívne malé rozpätie“ závisí od uváženia. Avšak rozpätie menšie ako 20 až 30 m sú pre väčšinu priestorových mriežok považované za krátke.

2.7.2. Pravidelná geometria

Aj keď pravidelná geometria priestorových mriežok je vo všeobecnosti uvádzaná ako jedna z ich prítlačivých rysov, pre niekoho môžu vyzerat trochu hekticky. Pri pohľade z blízka sa stráca pravidelná povaha geometrie a pri niektorých uhloch sa môžu ľahké konštrukcie zdať veľmi husté. Veľkosť hornej a dolnej mriežky, hĺbka mriežky ako aj mriežková konfigurácia môžu mať značný vplyv na vnímanie hustoty dvojvrstvej mriežky.

2.7.3. Čas montáže

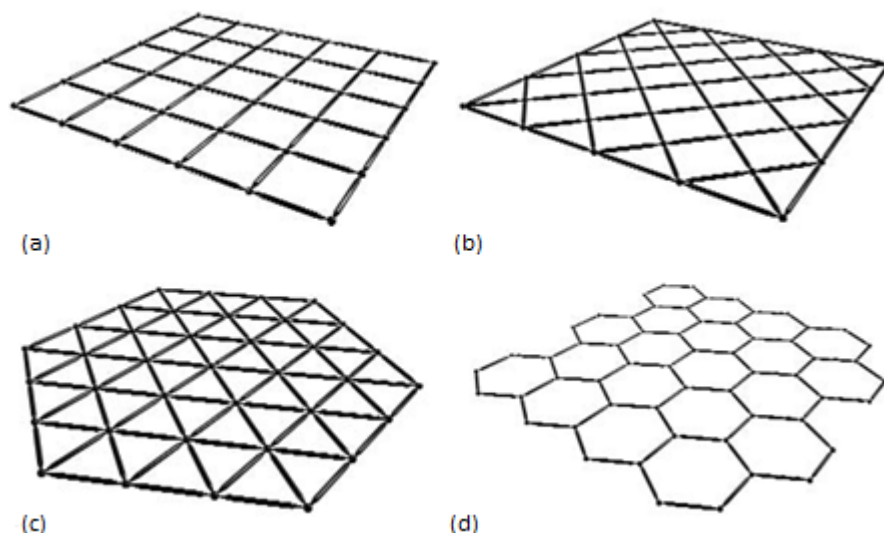
Vo výhodách bola spomenutá jednoduchosť montáže, avšak pri použití zložitých kĺbov sa môže montáž predĺžiť. Dĺžka montáže závisí aj na systéme, ktorý je použitý pre danú aplikáciu ako aj od iných faktorov, napr. zvolenej siete modulu. Návrh siete s minimálnym počtom uzlov je dobrým riešením nakoľko sú to najdrahšie komponenty. To vedie k minimalizácii nákladov na materiál a rýchlejšej montáži.

2.7.4. Požiarna ochrana

Priestorové mriežky sa používajú hlavne na strešné konštrukcie kde sa v závislosti od použitého materiálu zvyčajne vyžaduje malá alebo žiadna požiarna odolnosť. Ak sú použité na podporu poschodí, sú požadované niektoré protipožiarne opatrenia. Táto ochrana je ťažko ekonomicky dosiahnuteľná kvôli veľkému počtu elementov a ich relatívne veľkej ploche, ale môžu sa aplikovať ochranné nátery.

2.8. Konfigurácie mriežky

V modulárnych konštrukčných systémoch ako sú jedno alebo dvojvrstvové mriežky sa zvyčajne považuje za výhodné, ak môže byť obmedzený počet rôznych dĺžok konštrukčných prvkov a normalizované uhly spojenia v kĺboch. Avšak s moderným počítačom kontrolovaným rezacím, vŕtacím a obrábacím náradím je v dnešnej dobe jednoduché vytvoriť konštrukčné prvky s rôznymi dĺžkami a kĺby s rôznymi uhlami spojenia bez nadmerných nákladov. Až donedávna boli osvojené pravidelné vzory pre horné aj spodné vrstvy priestorovej mriežky. Tento prístup môže byť trochu obmedzujúci pretože existujú iba tri pravidelné mnohouholníky (t.j. mnohouholníky s rovnako dlhými stranami), ktoré môžu byť použité na úplné vyplnenie roviny. To sú rovnostranný trojuholník, štvorec a šesťhran. Pravidelné rovinné mozaiky sú na obr. 10 a sú to najbežnejšie vrstvové konfigurácie.

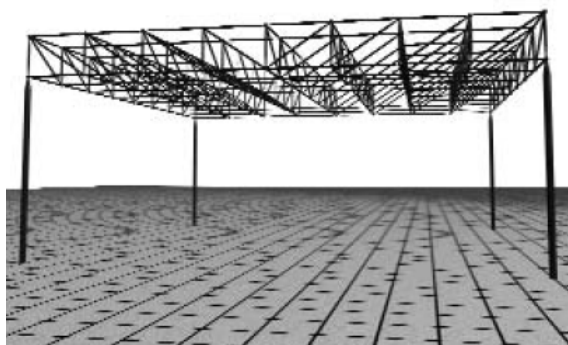


Obr. 10 Mozaika plochej dosky s pravidelnými a) štvorcami, b) otočenými štvorcami, c) trojuholníkmi, d) šesťuholníkmi

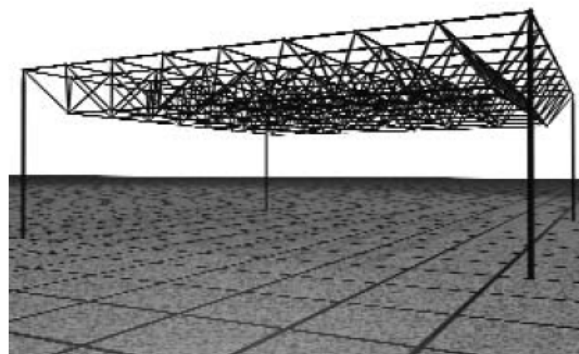
Pri štvorcovej konfigurácii môžu byť mriežkové elementy rovnobežné s okrajom siete obr. 9 (a) alebo pootočené zvyčajne o 45 stupňov oproti okrajom obr. 9 (b). Obe sú označované ako dvojsmerné mriežky pretože majú konštrukčné prvky orientované iba v dvoch smeroch. Avšak rovinná mriežka z trojuholníkov a šesťuholníkov vytvára trojsmernú mriežku s konštrukčnými prvkami orientovanými v troch smeroch obr. 9 (c) a (d). Zložitejšie mriežkové konštrukcie môžu byť vyrobené kombináciou pravidelných mnohoúholníkov alebo ich kombináciou s ostatnými mnohoúholníkovými tvarmi (napr. trojuholníky so štvorcami, trojuholníky so šesťuholníkmi, štvorce s osemuholníkmi).

Dvojvrstvové priestorové mriežkové konštrukcie, v ktorých sú dve rovinné mriežky oddelené sieťovými prvkami, nemusia mať v hornej a dolnej mriežke rovnaký vzor alebo orientáciu. V praxi je počet bežných konfigurácií zvyčajne obmedzený z dôvodu nákladov a možnosti spojenia sieťových konštrukčných prvkov.

1. Štvorec na štvorec – mriežka v hornej vrstve je priamo nad mriežkou v dolnej vrstve a sieťové konštrukčné prvky spájajú tieto dve vrstvy vo vertikálnej rovine. Pri pohľade na návrh je vidieť iba vrch štvorcovej mriežky (obr. 11).
2. Štvorec na posunutý štvorec – mriežka vo vrchnej vrstve je posunutá v oboch smeroch zvyčajne o polovicu dĺžky štvorca mriežky v spodnej vrstve. V tejto konfigurácii sieťové prvky spájajú priesečníky hornej mriežky s prislúchajúcimi priesečníkmi spodnej mriežky a vytvárajú nepretržitú sieť štvorstenných a polo osemstenných buniek (obr. 12). Toto je najviac používaná konfigurácia.

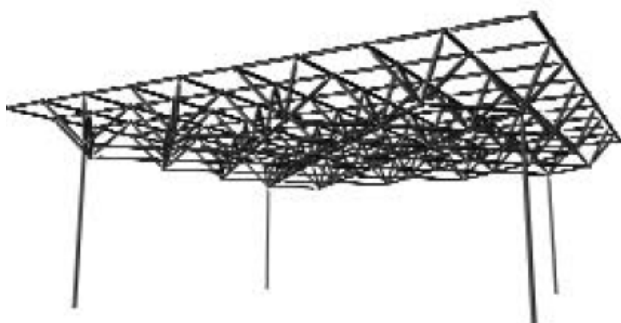


Obr. 11 Konfigurácia štvorec na štvorec

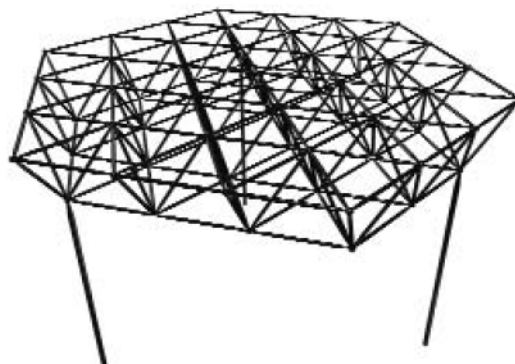


Obr. 12 Konfigurácia štvorec na posunutý štvorec

3. Štvorec na diagonálny štvorec – mriežka v spodnej vrstve je pootočená o 45 stupňov a má obvykle väčšie medzery ako mriežka hornej vrstvy (obr. 13). Opäť sieťové prvky spájajú priesečníky hornej a spodnej mriežky. Alternatívna verzia tejto konfigurácie je diagonála na štvorec, kde horná mriežka je pootočená o 45 stupňov voči podporným prvkom a spodná mriežka je rovnobežná s podporami.
4. Trojuholník na posunutý trojuholník – obe mriežky vo vrstvách sú trojuholníkové ale priesečník spodnej mriežky sa nachádza pod stredom striedajúcich sa trojuholníkov v hornej mriežke. V tomto prípade tiež sieťové prvky spájajú priesečníky hornej mriežky s priesečníkmi dolnej mriežky (obr. 14).

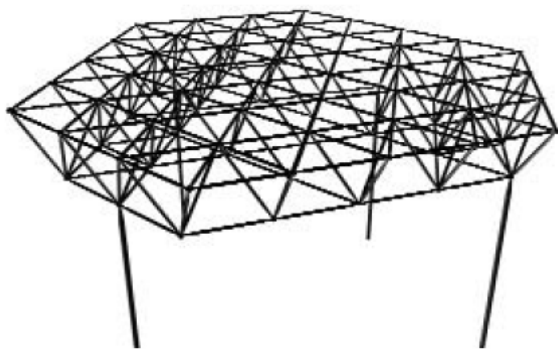


Obr. 13 Konfigurácia štvorec na diagonálny štvorec

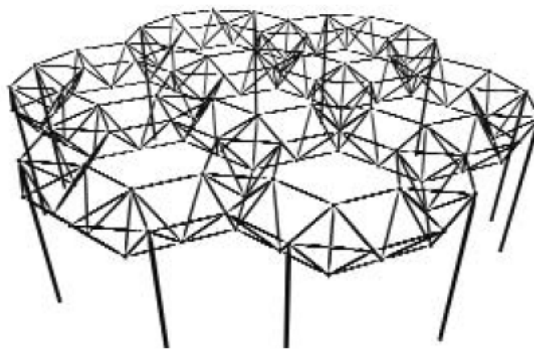


Obr. 14 Konfigurácia trojuholník na trojuholník

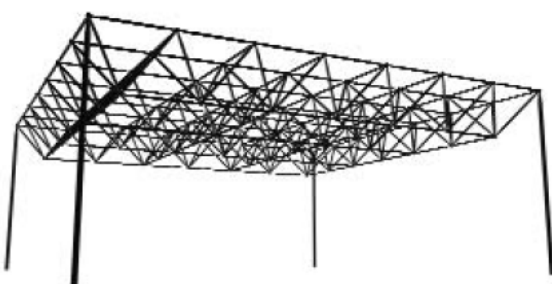
5. Trojuholník na šesťhran - horná mriežka je trojuholníková a spodná je šesťuholníková kvôli odstráneniu niektorých nižších častí a sieťových prvkov z mriežky trojuholník na trojuholník (obr. 15).



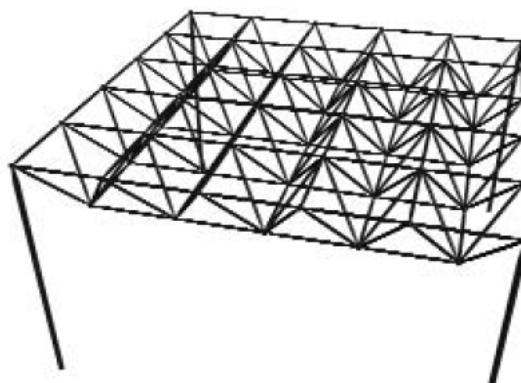
Obr. 15 Konfigurácia trojuholník na šesťhran



Obr. 16 Nepravidelná mriežka



Obr. 17 Mriežka s odstránenými elementmi



Obr. 18 Mriežka s redukciou počtu uzlov

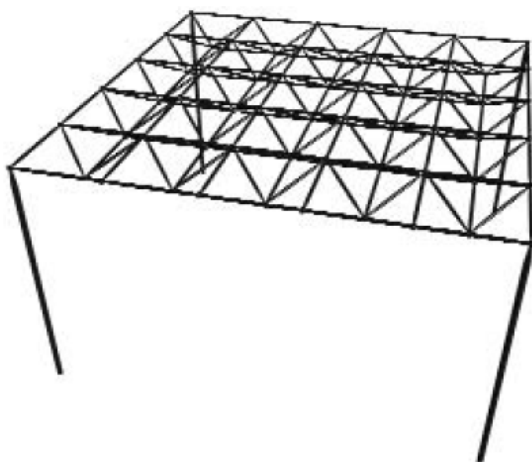
Otvorené mriežkové geometrie môžu byť použité v spodnej vrstve dvojvrstvovej mriežky, pretože prvky v nej sú zvyčajne namáhané na ťah (t.j. nepodliehajú vybočeniu). Prvky v nižšej vrstve môžu byť preto dlhšie ako v hornej vrstve, aj keď sily v nich sú väčšie. V modulárnych priestorových mriežkových systémoch s pravidelným vzorom môžu byť niekedy z rovnakého dôvodu vynechané kompletne bloky (moduly), aby vytvorili viac otvorenú geometriu a tým znížili vlastnú váhu konštrukcie. Obr. 17 ukazuje mriežku, z ktorej boli odstránené ihlanové moduly. Môžeme to porovnať s plnou mriežkou na obr. 12. Otvorená mriežka s nepravidelnou mozaikou je na obr. 16. Takéto úspory nie sú vždy realizovateľné a pred odobratím modulov alebo znížením hustoty mriežky spodnej vrstvy by mal byť určený vplyv usporiadania mriežkových podpôr a stupeň náhlej zmeny zaťaženia, ktorá môže nastať pôsobením vetra. Priestorové mriežkové strechy sú zvyčajne ploché alebo nízke a účinok vetra prechádzajúceho cez budovu spôsobuje negatívny tlak alebo podtlak celej strešnej plochy.

2.9. Parametrizácia konštrukcie

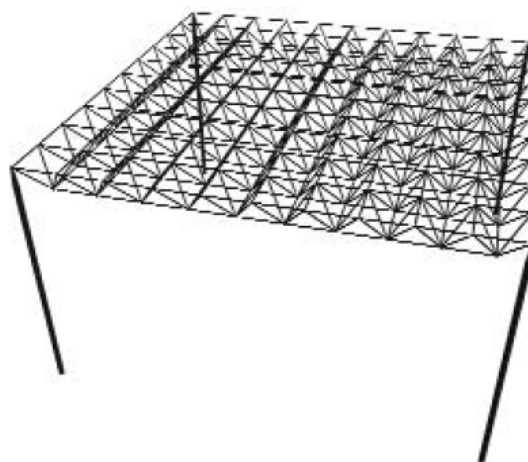
Voľba konfigurácie mriežky a hĺbky medzi vrstvami ovplyvní celkovú ekonomiku priestorovej mriežky. Pre priestorové priehradové konštrukcie a rámy vyrobené z hotových

dielcov, je často menej voľnosti na zmenu geometrie bez dodatočných nákladov. Naopak, pre priestorové priehradové konštrukcie z uzlov a prútov môže byť dĺžka prútov menená podľa vôle. Preto sú geometrické možnosti neobmedzené. Avšak uzlové spoje sú najdrahším komponentom a preto je pravdepodobné, čím viac bude uzlov, tým budú vyššie náklady. Taktiež pri väčšom počte uzlov sa zvýši čas montáže a preto bude celková cena konštrukcie vyššia. Zvyšovanie medzery vrstvovej mriežky, znižuje počet spojov navrhutej plochy, ale má to aj svoje nevýhody. Napr. v priestorovej priehradovej konštrukcii s veľkými hornými a dolnými mriežkovými rozstupmi, hĺbka medzi dvomi vrstvami môže byť zvýšená, aby sa prispôbili šikmé sieťové prvky do vhodného uhla zvyčajne medzi 30 – 70 stupňov k vodorovnej rovine, ale potom budú tieto prvky dlhšie. Ak dlhšie prvky podliehajú tlakovým silám, musia byť väčšie v priereze alebo v hrúbke steny, aby sa zabránilo vybočeniu v prípade, ak nie sú z boku upevnené. V dôsledku toho priestorová konštrukcia môže byť ťažšia a drahšia.

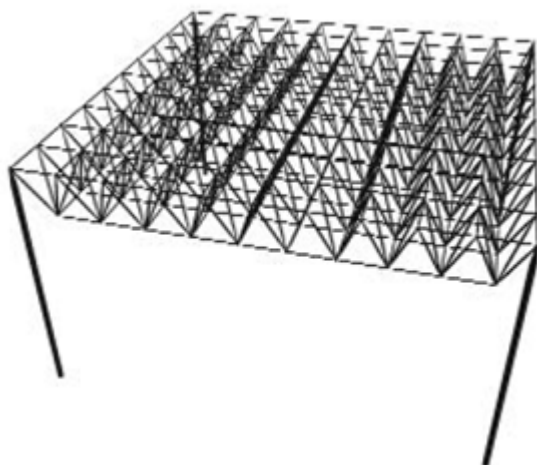
Vizuálny efekt týchto zmien je vidieť na obr. 18 až 21, ktoré zobrazujú konštrukcie rovnakej veľkosti ale s inou hustotou mriežky a hĺbkou. Mriežka typických rozmerov je znázornená na obr. 18 a mriežka podobnej hustoty ale obmedzenej hĺbky je znázornená na obr. 19. Neskôr spomenutá mriežka sa javí viac otvorená, ale vrstvy a sieťové prvky musia byť väčšie, pretože bola znížená hĺbka. Obr. 20 a obr. 21 zobrazujú rovnaký rozmer s polovičnou mriežkovou vzdialenosťou ako obr. 18 a obr. 19 a rôznou hĺbkou. Konštrukcie vyzerajú oveľa hustejšie a počet spojov a prvkov sa oveľa zvýšil.



Obr. 19 Mriežka s redukciou počtu uzlov a zmenšením hĺbky



Obr. 20 Mriežka so zvýšeným počtom uzlov



Obr. 21 Mriežka so zvýšeným počtom uzlov a zvýšenou hĺbkou

Je ťažké určiť najekonomickejší pomer dĺžky a hĺbky pre priestorovú mriežkovú konštrukciu. Je to ovplyvnené metódou podopretia, typom zaťaženia a vo veľkej miere to závisí od konštrukcie. Z. S. Makowski navrhol, že pomer dĺžky a hĺbky sa môže meniť od 20 do 40 v závislosti na tuhosti použitého systému [3]. Väčší pomer dĺžky a hĺbky môže byť dosiahnutý, ak všetky alebo väčšina z obvodových uzlov je podopretá. Avšak pomer by mal byť znížený

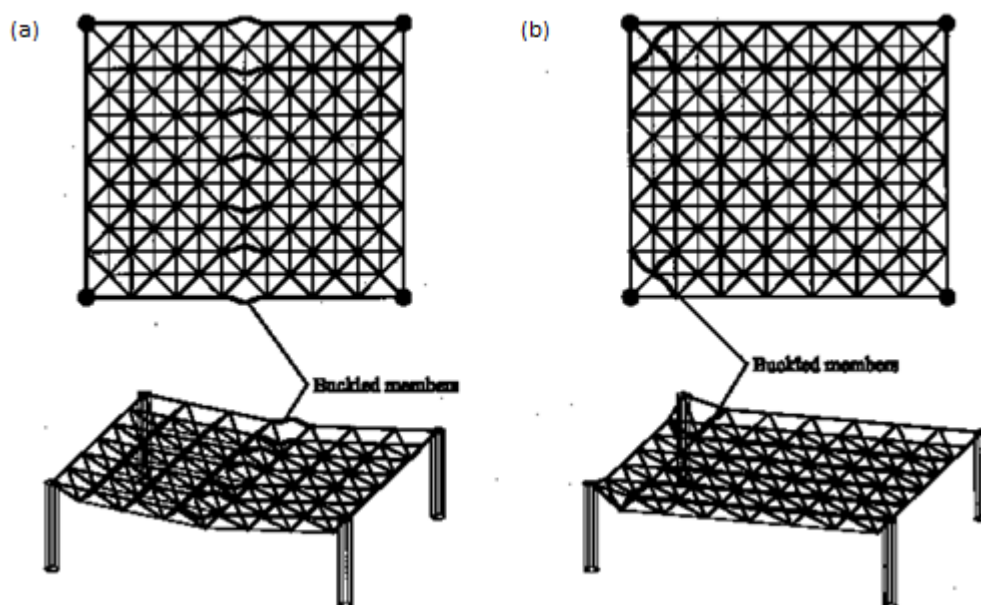
na 15 – 20, ak je sieť podporovaná v rohoch alebo v blízkosti rohov.

Optimalizačná štúdia, ktorú vykonal René Motro, brala do úvahy štvorcovú mriežku rozmerov 25,2 m x 25,2 m podopretú v 3,6 m intervaloch po celom obvode, s cieľom minimalizovať vlastnú váhu mriežky [3]. Zanalyzovalo sa sedem rôznych mriežkových konfigurácií s pomerom dĺžky a hĺbky medzi 9 – 35. Hoci medzi rôznymi konfiguráciami bol 35% rozdiel vo vlastnej váhe, štúdia ukázala, že optimálna hĺbka mriežky bola vo všetkých prípadoch 1/15 celej dĺžky. Treba však pripomenúť, že z celkového ekonomického hľadiska strešnej konštrukcie nemôže byť prvoradá minimálna vlastná váha mriežky. Napríklad, ak je naplánované obmedzenie na celkovú výšku budovy minimálna hĺbka môže byť optimálnym riešením.

2.10. Správanie sa konštrukčného prvku

Dve najdôležitejšie konštrukčné kritéria v návrhu priestorových priehradových prvkov sú vzper tlačných prútov a vystuženie siete. Ďalej je to návrh spojov, aby účinne a efektívne prenášali osovú silu medzi prútmi a uzlami pri minimalizácii sekundárnych ohybových momentov. Obr. 22 (a) zobrazuje typický spôsob zlyhania na vzper priestorovej priehradovej konštrukcie podopretej v rohoch. Preťaženie jedného prútu z hornej vrstvy môže spôsobiť jeho vybočenie a sila, ktorú predtým prenášal je prenesená do susedných prútov hornej vrstvy. Tie môžu postupne zlyhať v dôsledku preťaženia. Vytvorí sa celý alebo čiastočný „záves“ po celej konštrukcii a následne sa zrúti. Nadmerný posun zaťaženia okolo podpier môže podobným spôsobom spôsobiť postupné vybočenie diagonálnych sieťových prvkov v tlaku (obr. 23 (b)). Priestorové rámy (s pevnými

uzlovými spojmi a bez diagonálnych výstužných elementov) by mali byť navrhnuté tak, aby ohybový moment bol zahrnutý v pôsobení rámu. Vo väčšine priestorových priehradových konštrukcií pripojenie prvku k uzlu je vykonané tak, že osovú silu prechádzajú stredom kĺbu, aby kvôli excentricite síl nenastal sekundárny moment.



Obr. 22 Zlyhanie konštrukcie na vzper a) zlyhal element v hornej vrstve, b) zlyhal element pri podpere

2.10.1. Tlak

Pri namáhaní prútu na tlak musí návrhová hodnota tlakovej sily N_{Ed} v každom priereze spĺňať podmienku [13]:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{cRd}} \leq 1. \quad (2.2)$$

Návrhová osová sila odolnosti N_{cRd} prierezu namáhaného rovnomerným tlakom sa určí nasledovne:

Prierez triedy 1,2,3:

$$N_{cRd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}. \quad (2.3)$$

2.10.2. Vzperná odolnosť tlačných prútov s konštantným prierezom

Vzperná odolnosť tlačného prúta sa overí nasledovne [13]:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bRd}} \leq 1, \quad (2.4)$$

kde N_{Ed} – návrhová hodnota tlakovej sily.

Návrhová normálová sila vzpernej odolnosti prúta N_{bRd} prierezy triedy 1,2,3 sa určí zo vzorca [13]:

$$N_{bRd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}}. \quad (2.5)$$

Súčiniteľ vzperu χ pre príslušný vlastný tvar straty stability sa pre prúty namáhané osovým tlakom pre príslušnú pomernú štíhlosť a zodpovedajúcu vzpernú krivku určí podľa [13]:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \chi \leq 1, \quad (2.6)$$

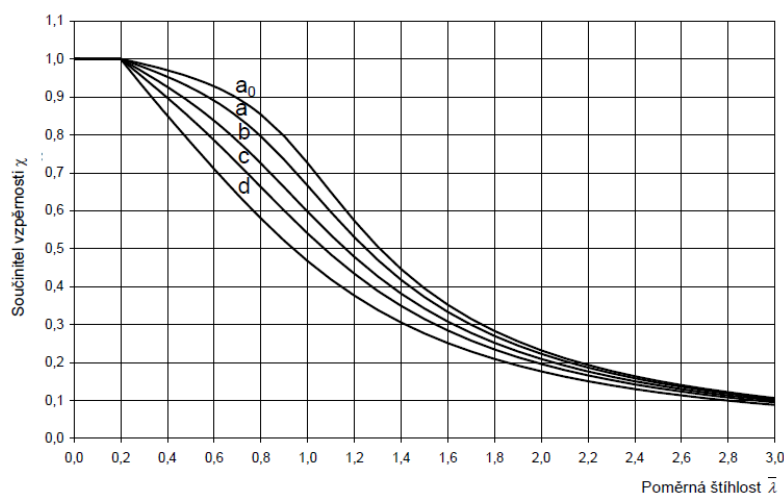
$$\Phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]. \quad (2.7)$$

Miera imperfekcie α zodpovedajúca príslušnej vzpernej krivke sa určí z tab. 1. Pre duté prierezy ocele S235, S275, S355, S420 valcované za tepla sa používa vzperná krivka a pre S460 zase a_0 .

Tab. 1 Faktory imperfekcie pre vzperné krivky

Vzperná krivka	a_0	a	b	c	d
Miera imperfekcie α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Hodnoty súčiniteľa vzperu χ pre pomernú štíhlosť $\bar{\lambda}$ sa môžu určiť aj z nasledujúceho obr. 23.



Obr. 23 Vzperné krivky

Pre prierezy triedy 1,2,3:

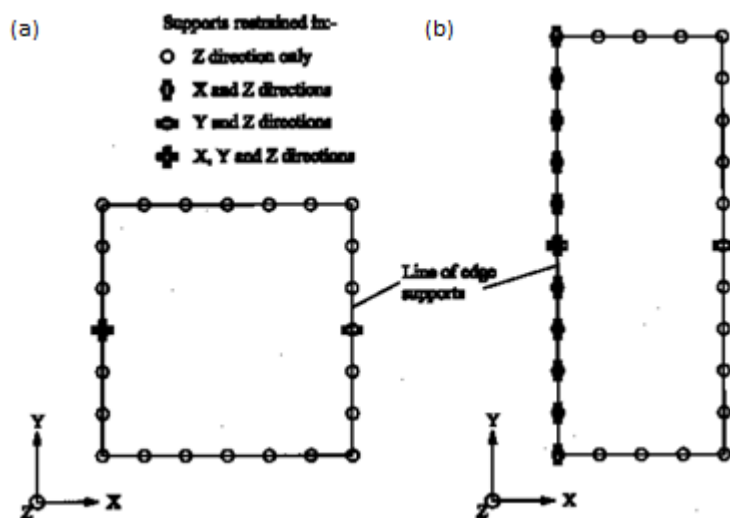
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}, \quad (2.8)$$

N_{cr} – kritická sila v pružnom stave pre príslušný vlastný tvar straty stability určená pomocou charakteristík neoslabeného prierezu.

2.11. Umiestnenie podpier

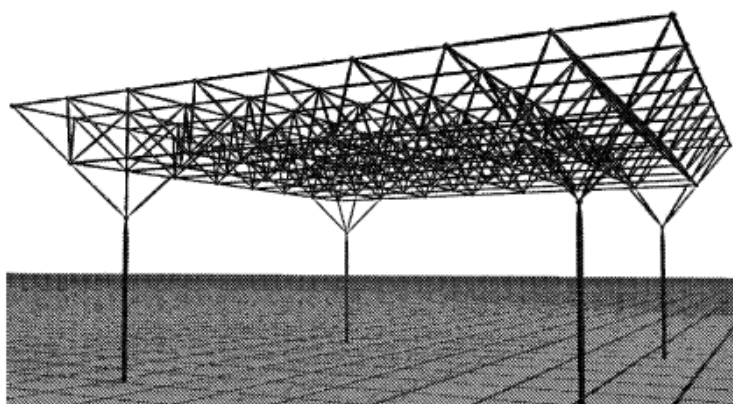
Priestorové mriežky zvyčajne tvoria konštrukčne pevné dosky a preto je dôležité, aby prípadné pohyby boli zachytené v podperách. To sa zvyčajne dosiahne vhodnou kombináciou pevných a posuvných podopretí. Posuvné podpretie zvyčajne obsahuje polytetrafluóretylénové (PTFE) plochy pripevnené na jednotlivé časti spojov tak, že sa po sebe môžu voľne posúvať. Vodiace dosky po stranách zvyčajne obmedzujú pohyb do jednej strany a preglejka nosných dosiek zaisťuje, že dve časti nosných plôch nemôžu byť oddelené. Základ ložiska je upevnený k nosnej konštrukcii a horná časť ložiska je pripevnená k priestorovej mriežke. Preto je mriežka a jej podpora pripojená takým spôsobom, že môže nastať relatívne obmedzujúci pohyb.

Hlavným zdrojom pohybu v kovových konštrukciách je zmena okolitej teploty, a to najmä, ak sú zapojené veľmi dlhé dĺžky. Účinok roztáhovania a sťahovania priestorovej mriežky veľmi závisí od spôsobu akým je konštrukcia podoprená, najmä poloha a smer horizontálneho obmedzenia na ložiskách. Okrem pohybu v dôsledku zmien okolitej teploty, môžu ložiská prenášať aj horizontálne sily kvôli zaťaženiu vetrom alebo seizmickej činnosti medzi priestorovou mriežkou a jej podporami. Na udržanie priestorovej mriežkovej konštrukcie proti bočnému zaťaženiu sú potrebné minimálne tri bočné obmedzenia. Umiestnenie týchto obmedzení bude závisieť na distribúcii a tuhosti nosnej konštrukcie a nosná konštrukcia musí byť navrhnutá tak, aby pri otočení odolala bočným silám. Obr. 24 ukazuje alternatívne spôsoby obmedzenia priestorovej mriežky proti bočným silám, zatiaľ čo umožňuje obmedzený pohyb v dôsledku teplotných zmien.



Obr. 24 Systém podopretia konštrukcie a) štvorcová konštrukcia,
b) obdĺžniková konštrukcia

Alternatívna metóda na obmedzenie oboch maximálnych vertikálnych výchyliek a síl prvku v priestorovej mriežke je použitie „stromovej“ podpory namiesto individuálnych stĺpov. To obyčajne dosiahneme použitím štvorcového prevráteného ihlanu na každej podpere. Stromové podpery môžu byť zložené z priestorových priehradových prvkov používajúcich štandardné spoje alebo špeciálne vyrobené prvky. Ak je mriežka podpretá v niekoľkých uzloch na každej podpere, sily v susedných sieťových výstužových prvkoch sú menšie ako keby bola podpretá iba jednoduchým stĺpom. Stromová podpora môže byť tiež použitá na architektonický efekt obr. 25, ak zdvojujú tok síl z priestorovej mriežky do podporných stĺpov. Použitím viac rozsiahlej konštrukcie so stromovými podperami sa zvyšuje ekonomika.



Obr. 25 Konštrukcia so stromovými podperami

2.12. Rozmerová presnosť

V trojdimenzionálnych priestorových mriežkových konštrukciách a v konštrukciách dlhých rozpätí je najdôležitejšia rozmerová presnosť. Malé zmeny v rozmere prvku môžu vyprodukovať veľa chýb v celkových rozmeroch konštrukcie. Táto vlastnosť môže byť využitá na výrobu malého prehnutia priestorovej mriežky, kontrolovanou zmenou rozmerov prvku.

Počas výrobného procesu sú prvky zrezané na určitú dĺžku s toleranciou lepšou ako 0,5 – 1,0 mm. Veľa systémov má časti vyrobené z trubiek a spojovacie konce z kovových zliatin. Tieto prvky musia byť zvarené, aby vytvorili konštrukčné prvky v presne vymeraných úponoch a aby zaistili, že celková dĺžka je v rámci požadovanej tolerancie. V systémoch, ktoré používajú kĺby na spojenie jednotlivých prvkov, musia byť dané prvky vyrobené s rovnakou alebo lepšou presnosťou s otvormi v správnej polohe a pod správnym uhlom a s presne obrobenou ložiskovou plochou. V ostatných systémoch, ktoré nemajú

samostatné uzly sú prvky navzájom pospájané priamo na koncoch a mali by byť precízne predvrtané v správnej pozícii, aby prijali spojovacie skrutky.

3. Pravdepodobnosť

3.1. Návrh pravdepodobnosti

Návrh pravdepodobnosti je analytická technika pre posudzovanie vplyvu neznámych vstupných veličín a predpokladov na modeli. Pravdepodobnostná analýza umožňuje určiť, do akej miery ovplyvňujú neznáme veličiny v modeli výsledok konečno prvkovej analýzy. Neznáme (alebo náhodné veličiny) sú parametre, ktorých hodnotu nemožno určiť v danom:

- bode v čase (ak sú závislé od času),
- mieste (ak sú závislé od miesta).

V pravdepodobnostnej analýze popisuje neznáme parametre štatistická distribučná funkcia (napr. Gaussove alebo normálne rozdelenie, rovnomerné rozdelenie...).

3.2. Pochopenie návrhu pravdepodobnosti

Počítačové modely sú charakterizované a popísané presne stanovenými numerickými a deterministickými hodnotami: materiálové vlastnosti sú zadane z tabuľkových hodnôt, geometria komponentov je zadaná dĺžkou alebo šírkou, atď. Analýza založená na presne stanovených číslach a hodnotách sa nazýva deterministická (statická) analýza. Platnosť výsledkov závisí na tom ako správne boli stanovené hodnoty pre komponenty podľa reálnych podmienok.

V skutočnosti každý aspekt analyzovaného modelu je podriadený rozptylu. Hodnoty materiálových vlastností sú rôzne, ak je jeden materiál porovnávaný s iným. Tento druh rozptylu je charakteristický pre materiály a líši sa medzi rôznymi typmi materiálu a materiálovými vlastnosťami. Napr. rozptyl Youngovho modulu pre rôzne materiály môže byť často opísaný Gaussovým rozdelením so štandardnou odchýlkou $\pm 3\text{--}5\%$. Rovnako tak geometrické vlastnosti komponentov môžu byť brané iba v určitých výrobných toleranciách. Rovnaká obmena platí pre zaťaženia, ktoré sú aplikované na konečno-prvkový model. Avšak v tomto prípade neznámosť je často spôsobená nedostatkom technických znalostí. To znamená, že takmer všetky vstupné parametre

použité v konečno-prvkovej analýze sú nepresné a každý je spojený s určitým stupňom neznámosti.

Ani fyzicky a ani finančne nie je možné úplne eliminovať rozptyl vstupných parametrov. Zníženie rozptylu je zvyčajne spojené s vyššími nákladmi a to buď použitím lepšej a viac presnejšej výrobnnej metódy a procesov, alebo zvýšením úsilia v kontrole kvality. A preto je prijateľnejšie prijať existenciu rozptylu a zaobchádzanie s ním ako snažiť sa ho eliminovať, pretože to robí výrobky cenovo dostupnejšie a výrobu týchto produktov úspornejšiu.

ANSYS Probabilistic Design System (PDS) [1] môžeme použiť pri riadení neurčitosti a rozptylu a pri odpovediach na nasledujúce otázky:

- ak vstupné hodnoty konečno-prvkového modelu sú podriadené rozptylu, aký veľký je rozptyl výstupných parametrov? Aké silné sú výstupné parametre? Výstupným parametrom môže byť ľubovoľný parameter, ktorý ANSYS môže vypočítať. Napr. teplota, napätie, priehyb v uzle, maximálna teplota, napätie, priehyb modelu atď.
- ak výstupné parametre sú podriadené rozptylu v dôsledku zmeny vstupných veličín, aká je pravdepodobnosť, že návrhové kritérium dané pre výstupné parametre nie je viac splnené? Aká veľká je pravdepodobnosť, že nastanú nečakané a nežiaduce prípady (aká je pravdepodobnosť zlyhania)?
- Ktoré vstupné premenné podliehajú najviac rozptylu výstupného parametra a pravdepodobnosti zlyhania? Aká je citlivosť výstupných parametrov s ohľadom na vstupné parametre?

Pravdepodobnostný návrh môže byť použitý na určenie vplyvu jednej alebo viacerých premenných na výsledok analýzy. Okrem dostupnej techniky pravdepodobnostnej analýzy, program ANSYS ponúka množstvo strategických nástrojov, ktoré môžu byť použité na zvýšenie účinnosti procesu pravdepodobnostného návrhu. Napr. môžeme vykresliť účinok jednej vstupnej premennej oproti výstupnému parametru a môžeme jednoducho pridať ďalšie vzorky a ďalšie opakovanie analýzy na vylepšenie našej analýzy.

3.3. Výber a definovanie náhodných vstupných premenných

Pár tipov, ktoré možno využiť pri určení distribučnej funkcie a jej parametrov pre jednotlivé náhodné vstupné veličiny.

Najskôr by sme mali vedieť:

- určiť rozumný rozsah hodnôt pre každú náhodnú vstupnú premennú,
- stanoviť rozumný limit na zmenu každej náhodnej veličiny.

3.3.1. Náhodné vstupné veličiny pre simuláciu Monte Carlo

Počet simulačných opakovaní, ktoré sú potrebné pre Monte Carlo simuláciu nezávisí od počtu náhodných vstupných veličín. Požadovaný počet simulačných opakovaní závisí iba od veľkosti rozptylu výstupných parametrov a výsledku, ktorý očakávame z analýzy. V simulácii Monte Carlo je dobrým zvykom zahrnúť všetky náhodné vstupné veličiny, o ktorých uvažujeme aj keď si nie sme istý či majú vplyv na náhodné výstupné parametre. Vylúčime iba tie náhodné vstupné veličiny, pri ktorých sme si istí, že nemajú vplyv. Systém pravdepodobnostného návrhu nám potom automaticky určí, ktoré náhodné vstupné veličiny sa ukázali ako významné a ktoré nie. Počet simulácií, ktorý je potrebný v Monte Carlo analýze na poskytnutie nejakých informácií je zvyčajne od 50 do 200. Avšak, čím viac simulačných opakovaní vykonáme tým budú výsledky presnejšie.

3.3.2. Výber rozdelenia pre náhodné veličiny

V situáciách keď nemáme namerané dáta alebo informácie o dátach existuje niekoľko typov ako určiť distribučnú funkciu fyzikálnych veličín. Niektoré typy, ktoré nám môžu pomôcť sú popísané nižšie.

Geometrická tolerancia

Ak navrhujeme prototyp môžeme predpokladať, že skutočné rozmery vyrobených dielov by mohli byť vo výrobnnej tolerancii. V tomto prípade je rozumné použiť rovnomerné rozdelenie, kde hranice tolerancie určuje dolná a horná hraničná hodnota distribučnej funkcie.

Niekedy výrobný proces vyrobí šikmé rozdelenie, napríklad jedna polovica tolerančného pásma je častejšie obsiahnutá ako druhá. To je často prípad, keď chýbajúca polovica tolerančného pásma naznačuje, že je potrebné prerobenie, kým vyskočenie z tolerančného pásma na druhej strane môže viesť k vyradeniu dielu. V tomto prípade je vhodnejšie Beta rozdelenie.

Často je používané aj Gaussovo rozdelenie. Skutočnosť, že normálne rozdelenie nemá ohraničenie je teoreticky niekoľko hrozieb, keďže geometrické predĺženia sú opísané

iba konečnými kladnými číslami. Avšak v praxi je irelevantné, ak je štandardná odchýlka veľmi malá v porovnaní s hodnotou geometrického predĺženia, čo je typické pre geometrické tolerancie.

Materiálové charakteristiky

Veľmi často je rozptyl materiálových hodnôt opísaný Gaussovým rozdelením. Pre niektoré prípady je prijateľné použiť rozptylové informácie podobného typu materiálu. Predpokladajme, že typ materiálu je veľmi podobný tomu, ktorý používame a má podobné niektoré materiálové vlastnosti s Gaussovým rozdelením a štandardnú odchýlku $\pm 5\%$ okolo nameranej strednej hodnoty. Potom predpokladajme, že pre typ materiálu, ktorý používame poznáme len jeho strednú hodnotu. V tomto prípade môžeme uvažovať o použití Gaussovho rozdelenia so štandardnou odchýlkou $\pm 5\%$ okolo danej strednej hodnoty.

V niektorých prípadoch sa pevnosť materiálových častí riadi podľa teórie „slabej spojitosti“. Táto teória predpokladá, že celá časť zlyhá, ak zlyhá jej najslabšie miesto. Pre materiálové vlastnosti kde platia predpoklady „slabej spojitosti“, by mohlo byť použité Weibullovo rozdelenie.

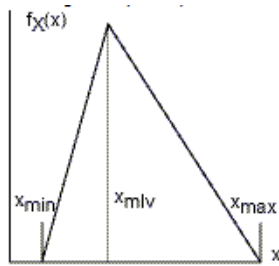
Zaťažovacie údaje

Pre zaťaženie zvyčajne máme len nominálne alebo priemerné hodnoty. Mohli by sme sa síce opýtať osoby, ktorá nám poskytla nominálne hodnoty na nasledujúce otázky: Ak máme 1000 komponentov, ktoré fungujú v skutočných podmienkach, aká by bola najnižšia hodnota zaťaženia, ktorej by bol vystavený jeden komponent z 1000, ak ostatné by mali maximálne zaťaženie. Aká by bola najpravdepodobnejšia hodnota zaťaženia? Aká by bola hodnota najväčšieho zaťaženia, ktorej by bol vystavený jeden komponent a ostatné by mali najnižšie zaťaženie?

Ak je zaťaženie generované počítačovým programom, tak potom presnejší postup je zvážiť pravdepodobnostnú analýzu použitím tohto programu ako riešiaci mechanizmus. Na posúdenie pravdepodobnosti zlyhania konštrukcie použijeme techniku pravdepodobnostnej analýzy pomocou softwaru a rozptyl výstupných parametrov sa použije ako vstupné dáta v nasledujúcej analýze. Inak povedané, z prvej pravdepodobnostnej analýzy dostaneme výstupný rozsah hodnôt a ten následne použijeme v ďalšej pravdepodobnostnej analýze ako vstup.

3.3.3. Distribučné funkcie

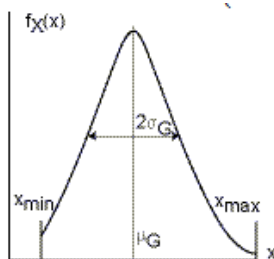
Trojuholníkové rozdelenie



Trojuholníkové rozdelenie sa používa na modelovanie náhodných premenných, keď nie sú k dispozícii aktuálne údaje. Má tri parametre a to maximálna, minimálna a očakávaná hodnota.

Obr. 27 Distribučná funkcia trojuholníkového rozdelenia

Ohraničené Gaussovo rozdelenie



Ohraničené Gaussovo alebo normálne rozdelenie je ohraničené na koncoch. Používa sa vtedy, ak sa fyzikálne javy riadia Gaussovým rozdelením. Extrémne konce sa orežú alebo sa vylúčia zo vzorky. Je užitočné na opis materiálových vlastností alebo geometrických tolerancií.

Obr. 28 Distribučná funkcia ohraničeného Gaussovho rozdelenia

3.4. Počítačová simulácia

Počítačová simulácia sa používa pri riešení zložitých problémov. Hlavné fázy simulačnej štúdie sú:

- definícia problému,
- vytvorenie simulačného modelu,
- špecifikácia hodnôt premenných a parametrov,
- simulácia,
- spracovanie výsledkov štatistickými metódami.

Hlavnou fázou je simulácia, ktorá zabezpečuje kombináciu hodnôt vstupných premenných na generovanie možných výsledkov. Pri simulácii výsledkom nie je iba možný výskyt nepriaznivých situácií, ale úlohou riešiteľa je stanoviť pravdepodobnostné ohodnotenie výsledkov všetkých možných variantov riešenia.

3.5. Metóda Monte Carlo

Metóda Monte Carlo (MC) je všeobecný názov pre metódy, ktoré využívajú k výpočtu postupnosť čísel. MC je tradičná a najčastejšie používaná stochastická metóda pri pravdepodobnostnej analýze. Dostala názov podľa Monte Carla, známeho svojimi kasínami a najmä ruletou. Táto metóda bola formulovaná v 40. rokoch 20. storočia a využitá počas druhej svetovej vojny. Vedecký pracovníci John von Neumann a Stanislaw Marcin Ulam pracovali v tej dobe v americkom národnom laboratóriu Los Alamos, kde skúmali chovanie neutrónov. Neumann a Ulam využili k modelovaniu predpovede „histórie života neutrónu“ techniku kolesa rulety. Pomocou tejto metódy bolo možné predpovedať trajektóriu každého neutrónu daného zväzku.

Metóda MC je dnes všeobecne akceptovaná a stala sa štandardným nástrojom v mnohých oblastiach. K získaniu výsledkov je potrebný veľký počet krokov (niekedy tisíce až milióny krokov) a preto je generovanie náhodných čísel, vlastná simulácia a vyhodnotenie výsledkov realizované pomocou počítačov. So vzrastajúcim výkonom i kapacitou počítačov a rozvojom teórie modelovania umožňuje riešiť rozsiahle úlohy, doteraz neriešiteľné. Napr. zložité problémy z oblasti techniky, ekonomiky (oceňovanie opcií), z oblasti činnosti telefónnych centrál, riadenia dopravy a pri riešení problémov v samotnej matematike (výpočet čísla Pi, riešenie systému lineárnych rovníc, výpočet integrálov). Metódu Monte Carlo je možné využiť predovšetkým všade tam, kde je riešenie problému určitým spôsobom závislé na pravdepodobnostiach.

Pre každý faktor R by sa mala zadať funkcia rozdelenia pravdepodobnosti – distribučná funkcia. Metóda Monte Carlo vychádza z predpokladu, že funkcie rozdelenia pravdepodobnosti sú spojité náhodné veličiny, resp. že majú diskrétny charakter, avšak môžu nadobúdať veľký počet hodnôt. Na začiatok treba vychádzať z predpokladu, že špecifické faktory R majú tvar niektorého z teoretických rozdelení.

Náhodné premenné sa označujú veľkými písmenami (X, Y, Z). Príslušné malé písmená (x, y, z) označujú možné hodnoty týchto náhodných premenných. Pravdepodobnosť, že náhodná premenná X bude mať pri realizácii náhodného pokusu hodnotu:

- menšiu ako reálne číslo x sa označuje $P(X < x)$,
- z intervalu (x_1, x_2) sa označuje $P(x_1 < X < x_2)$.

Jednou z možností popisu rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej je distribučná funkcia $F(x)$. Je to reálna funkcia definovaná pre každé x z číselnej osi vzťahom: $F(x) = P(X < x)$. Vyjadruje pravdepodobnosť, že náhodná premenná X bude mať hodnoty menšie ako reálne číslo x . Distribučná funkcia rozdelenia pravdepodobnosti každého faktora R vychádza z analýzy dát.

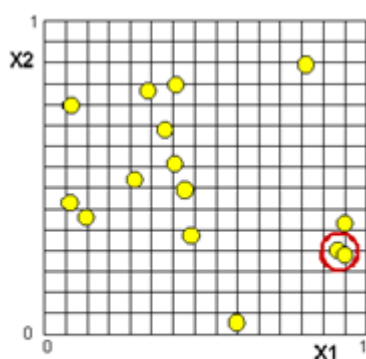
Pri metóde Monte Carlo ide o to, že sa náhodne vyberajú hodnoty faktorov R zo vstupných hodnôt. Proces, pri ktorom sa náhodne vyberajú hodnoty faktorov rizika zo vstupných premenných sa nazýva „vzorkovanie“.

3.6. Vzorkovanie

Je to proces, v ktorom sa náhodne vyberajú hodnoty zo vstupných rozdelení pravdepodobnosti. Vzorkovanie v simulácii sa vykonáva opakovane. Pri každom opakovaní sa zo všetkých distribučných funkcií vyberá 1 vzorka. Ak je počet opakovaní dostatočný, vzorkované hodnoty rozdelenia pravdepodobnosti sa približujú hodnotám zadaného rozdelenia pravdepodobnosti.

Moderné počítačové programy zaručujú vlastnosť spojenú s tzv. monitoringom konverencie, čo umožňuje sledovať stabilitu výstupných rozdelení v procese simulácie. Čím viac iterácií sa vykonáva počas simulácie, tým sa generované výstupné rozdelenia stávajú stabilnejšími. V štúdiu použijeme vzorkovanie Monte Carlo.

3.6.1. Vzorkovanie Monte Carlo (Direct Monte Carlo Sampling)



Obr. 29 Problém zhlukovania pri priamom MC vzorkovaní

Vzorkovanie Monte Carlo je najbežnejšou a tradičnou formou analýzy Monte Carlo. Je populárne a ľahko pochopiteľné, pretože napodobňuje prirodzené procesy, ktoré môže každý pozorovať alebo predstaviť si. Počas tejto metódy simulujeme, ako sa správajú komponenty na základe ich spôsobu výroby. Jedno simulačné opakovanie predstavuje komponent, ktorý je vystavený konkrétnym zaťažovacím stavom a okrajovým podmienkam.

Technika vzorkovania Monte Carlo nie je najúčinnnejšia, ale je stále široko používaná a akceptovaná najmä pri porovnávaní a overovaní pravdepodobnostných výsledkov. Avšak porovnávanie a overovanie vyžaduje veľa simulačných opakovaní, čo

nie je vždy možné. Táto metóda vzorkovania je tiež neefektívna vzhľadom na fakt, že proces vzorkovania nemá pamäť. Pri dostatočnom počte opakovaní, vzorkovanie Monte Carlo pretvorí prostredníctvom vzorkovania vstupné rozdelenie, naopak pri vykonaní malého počtu opakovaní vzniká problém zhľukovania.

Napríklad, ak máme dve náhodné vstupné veličiny X_1 a X_2 , ktoré majú rovnomerné rozdelenie a sú z intervalu $0,0 - 1,0$. Pri vygenerovaní 15 vzoriek by sme mohli dostať zhľuk dvoch (alebo viacerých) vzorkovacích bodov, ktoré sa nachádzajú blízko seba (pozri obr. 29). Kým v množine všetkých náhodných vstupných premenných sa môže stať, že jedna vzorka má vstupné hodnoty blízko inej vzorky. Ak sa opakuje rovnaká (alebo takmer rovnaká) vzorka, neposkytne to nové informácie a ani prehľad v správaní komponentu v počítačovej simulácii.

3.7. Výsledky pravdepodobnostnej analýzy

Sú dve možnosti spracovania systému návrhu pravdepodobnosti:

- a) Štatistická analýza je hodnotiaca funkcia vykonaná na jednej premennej návrhu pravdepodobnosti. Napr. histogram náhodného výstupného parametra. PDS v ANSYS-e umožňuje štatisticky vyhodnotiť každý náhodný výstupný parameter alebo náhodnú vstupnú veličinu.
- b) Analýza trendu zvyčajne zahŕňa dve alebo viac premenných návrhu pravdepodobnosti.

3.7.1. Opisné charakteristiky náhodných výstupných veličín

Náhodná veličina je funkcia $X:\Omega \rightarrow \mathbb{R}$ taká, že vzorom ľubovoľného intervalu je náhodná udalosť. Opisná charakteristika náhodnej veličiny predstavuje číslo vypočítané podľa príslušného vzorca zo štatistického súboru. Cieľom opisných charakteristík je charakterizovať súbor. Delia sa na tri skupiny:

- miery polohy (stredné hodnoty),
- miery variability,
- miery tvaru.

Ak náhodná veličina X má uvedené rozdelenie pravdepodobnosti, potom jej strednú (očakávanú) hodnotu definujeme predpisom [14]:

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = \mu . \quad (3.1)$$

Najznámejšou strednou hodnotou je aritmetický priemer, ktorý sa vypočíta ako podiel súčtu všetkých hodnôt a ich počet:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} . \quad (3.2)$$

Ďalšou charakteristikou náhodnej veličiny je miera rozptylu – disperzia. Mieru variability alebo rozptylu definujeme nasledujúcim vzorcom [14]:

$$D(X) = Var(X) = E([X - E(X)]^2) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 p_i = \sigma^2 , \quad (3.3)$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 . \quad (3.4)$$

Zvyčajne sa počíta zo vzorca $E(X^2) - E^2(X)$. Pojmom smerodajná (štandardná) odchýlka σ alebo s rozumieme druhú odmocninu z disperzie.

3.7.2. História vzorky

Vykreslenie hodnôt histórie vzorky je možné iba pre výsledky Monte Carlo simulácie. Pre strednú hodnotu a štandardnú odchýlku krivky ukazujú, že na 95% sú „skutočná“ stredná hodnota a štandardná odchýlka medzi hornou a dolnou hranicou spoľahlivosti. Ak bol počet simulačných cyklov dostatočný, stredná hodnota a štandardná odchýlka všetkých náhodných výstupných parametrov by mala skonvergovať. Konvergencia je dosiahnutá, ak krivka znázorňuje v grafe stabilný stav. Ak krivka znázornená v diagrame má stále významný a viditeľný trend s rastúcim počtom simulačných cyklov, potom by sme mali vykonať viac simulačných cyklov. Okrem toho hranice spoľahlivosti vykreslené pre požadovanú históriu krivky možno interpretovať ako presnosť požadovanej krivky. S viacerými simulačnými cyklami je šírka hraníc spoľahlivosti znížená.

3.7.3. Histogram

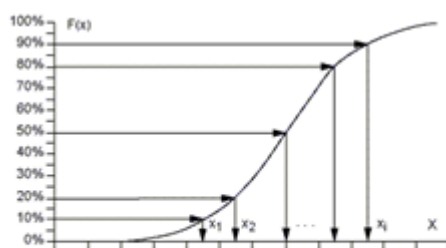
PDS [1] vypočíta zodpovedajúci počet tried na základe počtu vzoriek. Počet tried sa rovná počtu stĺpcov v histograme, ktorý sa vytvorí rozdelením intervalu medzi minimálnou a maximálnou hodnotou na rovnako široké stĺpce. Potom PDS určí, koľko vzoriek spadá do každého stĺpca. Preto histogram reprezentuje relatívne početnosti náhodnej veličiny, ktorú zobrazuje.

PDS v ANSYS-e umožňuje vykresliť histogram náhodných vstupných veličín a tak si môžeme overiť, že proces vzorkovania vytvoril vzorky podľa nami špecifikovanej distribučnej funkcie. Pre náhodné vstupné veličiny môžeme tiež vykresliť krivku závislú od nami špecifikovanej distribučnej funkcie. Vizualizácia histogramov náhodných vstupných veličín je ďalšia možnosť ako sa uistiť, že bol vykonaný dostatočný počet simulačných opakovaní. Ak je počet simulačných opakovaní dostatočný potom stĺpčeky histogramu budú:

- blízko krivky, ktorá je odvodená z distribučnej funkcie,
- hladké (bez veľkých skokov),
- bez významných medzier.

3.7.4. Kumulatívna distribučná funkcia (CDF)

Kumulatívna distribučná funkcia je hlavná hodnotiacia pomôcka, ak chceme odhadnúť spoľahlivosť alebo pravdepodobnosť zlyhania nášho komponentu alebo produktu. Spoľahlivosť je definovaná ako pravdepodobnosť, že nenastane zlyhanie. V matematickom zmysle spoľahlivosť a pravdepodobnosť zlyhania sú dve strany tej istej mince a numericky sa dopĺňajú. Hodnota kumulatívnej distribučnej funkcie v danom bode vyjadruje pravdepodobnosť, že hodnota daného parametra ostane pod tým bodom.



Obr. 30 Kumulatívna distribučná funkcia veličiny X

Hodnota kumulatívnej distribučnej funkcie v polohe x_1 je pravdepodobnosť, že hodnota X ostane pod x_1 . Či táto pravdepodobnosť predstavuje pravdepodobnosť zlyhania alebo spoľahlivosť komponentov závisí ako zadefinujeme zlyhanie. Napr. navrhujeme komponent tak, že daná výchylka nesmie prekročiť danú prípustnú hranicu, potom zlyhanie nastane, ak kritická výchylka prekročí túto hranicu. Pre tento príklad je kumulatívna distribučná funkcia interpretovaná ako krivka spoľahlivosti komponentu.

Krivka kumulatívnej distribučnej funkcie je vykreslená buď s celkovým počtom 100 bodov alebo použitím rozsahu vzorky (počet bodov). Ak je rozsah vzorky menej ako 100, všetky vzorky sú obsiahnuté v grafe. Ak je rozsah vzorky viac ako 100, nástroj návrhu pravdepodobnosti rozdelí vzorku do 100 tried vhodnej veľkosti. Ak nie je stanovená úroveň spoľahlivosti, bude použitá prednastavená hodnota 95%. Pre simuláciu Monte

Carlo je na vykreslenie hraníc spoľahlivosti okolo kumulatívnej distribučnej funkcie použitá hladina spoľahlivosti 95%.

3.7.5. Citlivosť

Pravdepodobnostné citlivosti [1] sú dôležité, pretože umožňujú vylepšiť návrh tak, aby produkt bol spoľahlivejší a kvalitnejší alebo tiež ušetriť peniaze pri zachovaní spoľahlivosti alebo kvality produktu. Môžeme vykresliť graf citlivosti pre akýkoľvek náhodný výstupný parameter v modeli.

Hodnotenie citlivosti pravdepodobnosti je založené na korelačných koeficientoch medzi všetkými náhodnými vstupnými veličinami a konkrétnymi náhodnými výstupnými parametrami. Podľa špecifikácií užívateľa môže byť použitý buď Spearmanov alebo Pearsonov korelačný koeficient. Pri vykreslení citlivosti konkrétnych náhodných výstupných parametrov sú náhodné vstupné premenné rozdelené do dvoch skupín:

- tie, ktoré sú významné (dôležité) pre náhodné výstupné parametre,
- tie, ktoré sú nevýznamné (nedôležité) pre náhodné výstupné parametre.

Citlivosti sú zoradené, teda náhodná vstupná premenná s najväčšou citlivosťou sa zaradí ako prvá. V stĺpcovom grafe sa najdôležitejšia náhodná vstupná premenná (s najväčšou citlivosťou) zaradí na pozíciu vľavo a ostatné sa zaradia podľa významnosti vedľa nej (smerom doprava). Stĺpcový graf opisuje citlivosti absolútnym spôsobom: kladná citlivosť naznačuje, že zvýšenie hodnoty náhodnej vstupnej premennej zvýši hodnotu náhodného výstupného parametra, pre ktoré sú citlivosti vykreslené. Obdobne, negatívna citlivosť naznačuje, že zvýšením náhodnej vstupnej premennej znižuje hodnotu náhodného výstupného parametra. V koláčovom grafe najdôležitejšia náhodná vstupná premenná (s najvyššou citlivosťou) sa zobrazí ako prvá po polohe 12-tej hodiny a ostatné ju budú postupne nasledovať v smere hodinových ručičiek podľa významnosti. V koláčovom grafe sú medzi sebou citlivosti relatívne.

3.7.6. Matica korelačných koeficientov

Korelačný koeficient meria silu štatistickej závislosti medzi dvoma číselnými veličinami. Spearmanov poradový korelačný koeficient a Pearsonov lineárny korelačný koeficient sú najčastejšie používané korelačné koeficienty. Avšak Pearsonov korelačný koeficient je silne ovplyvniteľný extrémnymi hodnotami (outliers), a to v oboch smeroch. Jediný extrémista vo veľkom súbore môže významne znížiť silnú závislosť, ale aj vyrobiť

silnú závislosť tam, kde žiadna nie je. Touto citlivosťou na extrémne hodnoty netrpia poradové korelačné koeficienty ako napr. Spearmanov koeficient. Pre hodnoty blízke 0 sú dve premenné slabo korelované, ale pre hodnoty blízke 1 alebo -1 sú dve premenné veľmi korelované buď v pozitívnom, alebo negatívnom zmysle.

3.8. Spôľahlivosť konštrukcie

Spôľahlivosťou konštrukcie sa rozumie jej schopnosť plniť požadované funkcie v čase životnosti. V pozadí každého posudku spôľahlivosti je vždy teória pravdepodobnosti a štatistiky. Posudky spôľahlivosti sú prevedené na základe medzného stavu únosnosti. Zlyhanie v našom prípade nastalo, ak bolo porušené kritérium (2.2), (2.4), ak napätie v ťahu bolo väčšie ako medza klzu a ak napätie v prúte bolo väčšie ako σ_{DOV} , ktoré sa vypočíta podľa vzťahu:

$$\sigma_{DOV} = \frac{N_{bRd}}{A}. \quad (3.5)$$

Pravdepodobnosť poruchy sa vypočíta z nasledovného vzťahu [2]:

$$P_f = \frac{N_f}{N_{celk}}, \quad (3.6)$$

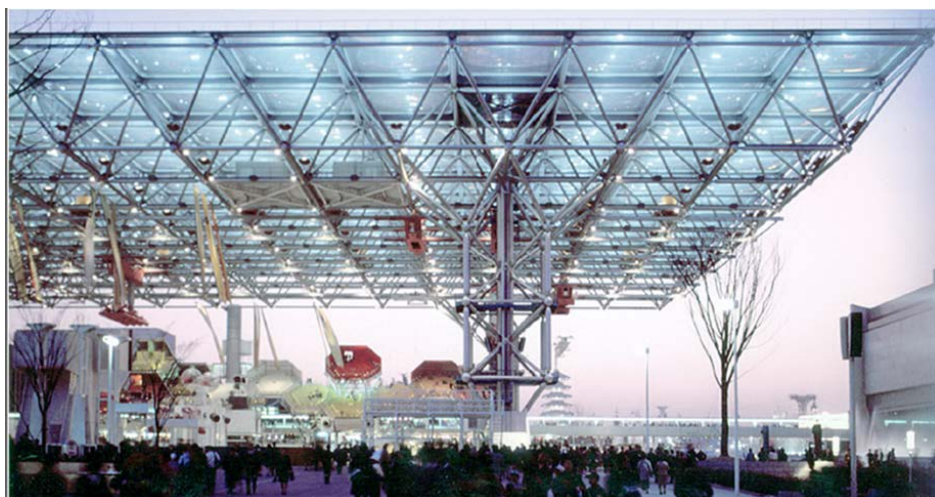
N_f - počet chybných výsledkov,

N_{celk} - celkový počet výsledkov.

Nachádza sa v intervale $0 \leq P_f \leq 1$ alebo $0\% \leq P_f \leq 100\%$. P_f porovnávané s návrhovou pravdepodobnosťou poruchy, na základe kritéria spôľahlivosti: $P_f \leq P_D$, kde P_D je daná normou alebo dohodou s investorom.

4. Priestorový rám pre festivalové námestie - Expo '70, Osaka, Japonsko

Témou svetovej výstavy v Osake, v roku 1970 bola 'Pokrok a harmónia pre ľudstvo'. V strede výstavy bolo Festivalové námestie, ktoré navrhol Kenzo Tange. Malo symbolizovať výraz „festival“ miesto, kde sa môžu stretnúť ľudia, podať si ruky a vymeniť skúsenosti. Obrovská, priesvitná, dvojvrstvová priestorová priehradová strecha rozmerov 291,6 m (x) 108 m, podoprená šiestimi mrežovými stĺpmi vysokými 30 m pokrývala festivalové námestie. Obe vrstvy boli založené na 10,8 m (x) 10,8 m štvorcovej sieti s hĺbkou 7,637 m.



Obr. 31 Časť konštrukcie Plaza Expo'70

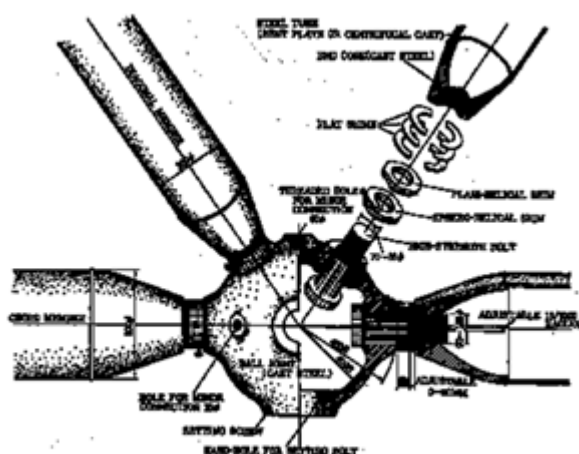
Strešné rozloženie 75,6 m medzi susednými stĺpmi po celej šírke a za stĺpmi 16,2 m. V pozdĺžnom smere dva krát 108 m a 37,8 m za stĺpmi na oboch koncoch. Z obr. 32 vidieť, že strecha mala aj kruhový výrez s priemerom približne 54 m. Ten umožnil postavenie Heliosovej veže alebo Veže Slnka.



Obr. 32 Celá konštrukcia Plaza Expo'70

Bola to konštrukcia veľkých rozmerov, a preto bolo nutné použiť oceľové rúry veľkých priemerov. Rúry vo vrstvách mali priemer 500 mm a diagonálne 350 mm. Jednotlivé rúry sa líšili v hrúbke steny, ktorá bola od 7,9 do 30 mm v závislosti od sily, ktorá na nich pôsobila. Konce boli zvarené do kužeľových oceľových odliatkov. Tie boli potom spojené 70 až 188 mm oceľovými skrutkami do obrovských dutých oceľových sférických uzlov priemeru 800 až 1000 mm (obr. 33).

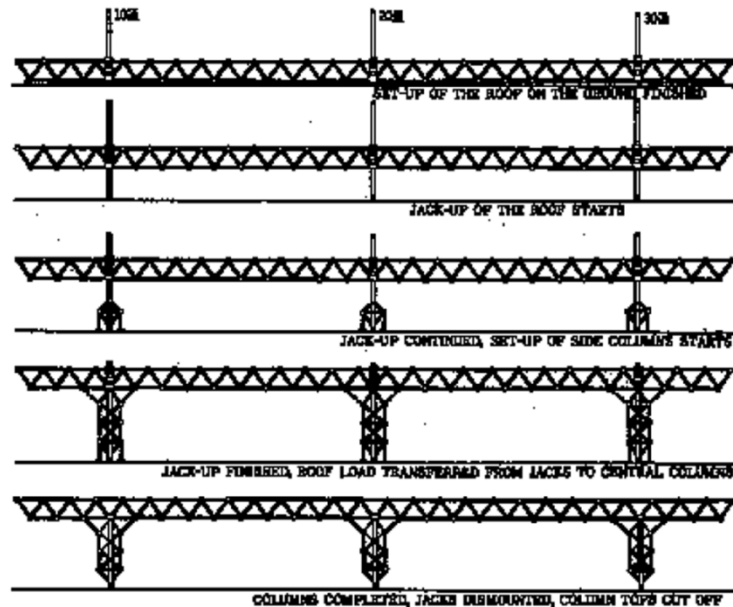
Estetika strešnej konštrukcie pokračovala do podperných stĺpov, ktoré boli postavené z podobných konštrukčných prvkov a obklopovali centrálny rúrovitý stĺp s priemerom 1.8 m. Celkovo bolo použitých 2272 prútov spojených 639 uzlami. Je zaujímavé všimnúť si filozofiu, ktorá bola prijatá pre túto konštrukciu z hľadiska presnosti výroby. Pre priestorové mriežky je dôležité aby pozícia uzlov bola v súlade s navrhovanou geometriou. To sa obyčajne dosiahne zhotovením jednotlivých prvkov a uzlov s vysokou presnosťou, čo je ale nákladné, no ak sú zahrnuté kumulatívne chyby alebo prípustné chyby, neovplyvní to celkovú geometriu. V tomto prípade, bolo prijaté alternatívne riešenie a to zhotoviť elementy priestorovej mriežky s menšou rozmerovou presnosťou a presne stanoviť pozíciu uzlov v priestore a zároveň umožniť menšie úpravy dĺžky prvkov v spojovacích súčiastkach. Takéto riešenie nie je rozumné, ak má mriežka veľmi veľa uzlov, alebo ak je montovaná vo vzduchu. V tomto prípade to bolo uskutočniteľné a efektívne riešenie, keďže uzly boli ďaleko od seba a montáž bola na zemi. Úpravy v dĺžke prútov



Obr. 33 Spojovací kĺb s možnosťou predĺženia prútu pomocou podložiek

(± 25 mm) boli dosiahnuté pomocou niekoľkých oceľových podložiek obr. 33 vložených medzi koniec prútu a guľový uzol. Uhlové rozdiely boli zabezpečené použitím sférických kontaktných plôch medzi upevňovacie skrutky a vnútro uzlových odliatkov a zväčšením dier skrutiek o 12 mm umožňujúc určitý stupeň rotácie. Skrutky boli vložené do odliatkov cez prístupový otvor, ktorý bol neskôr uzavretý krycou doskou.

Montáž priestorovej mriežky bola vykonaná na zemi, okolo podperných stĺpov s priemerom centrálnej tyče 1803 mm. Následne bola strecha zdvíhaná v 80 mm intervaloch, priemerne 2 m za deň, použitím pneumatických zdvihákov s nosnosťou 450 ton. Počas toho ako bola strecha zdvíhaná, bola zahájená montáž vonkajšej konštrukcie stĺpov a boli zavedené dočasné podpory aby poskytli odolnosť proti seizmickému zaťaženiu a bočnému vetru, z obr. 34 je vidno postupnú montáž. Keď bolo dokončené zdvíhanie, zaťaženie bolo prenesené zo zdvihákov na trvalé stĺpové konštrukcie, odstránením dočasných podpier. Bočnú podporu potom zabezpečovala tuhosť rámu.



Obr. 34 Proces zdvíhania konštrukcie

Inovatívny riešením v tej dobe bola priesvitná strecha, ktorá bola vyrobená z nafúknutých podložiek pridaných do každého štvorca hornej vrstvy priestorovej priehradovej konštrukcie. Dvestoštyridsaťtri polyesterových fóliových membránových vankúšov 9,9 m x 9,9 m bolo vyrobených z 1,1 m širokých pásov 250 mikrónov hrubých. Vonkajší plášť bol tvorený zo šiestich vrstiev a vnútorný z piatich vrstiev polyesteru, s každou vrstvou idúcou kolmo k tým susedným. Nafúknutie bolo suchým vzduchom bežným 50 mm vodným tlakom alebo 100 mm v silnom vetre. Pre vonkajší plášť bola použitá špeciálna UV ochranná vrstva. V súčasnosti je obľúbené použiť do strešnej konštrukcie nafúknuté vankúše z vysoko priesvitných etyltetrafluoretylénových (ETFE) membrán.

5. ANSYS

ANSYS [1] je softvérový balík založený na metóde konečných prvkov (MKP). Táto numerická metóda rozdelí celý systém na veľmi malé časti nazvané elementy. Softvér potom implementuje rovnice, ktorými sa riadi správanie týchto elementov a vyrieši ich. Vytvorí podrobný obraz o fungovaní systému ako celku. Výsledky môžu byť prezentované v tabuľkovej alebo grafickej forme. Tento typ analýzy sa používa pre návrh a optimalizáciu zložitých systémov vzhľadom na ich geometriu, rozsah a riadiace rovnice.

Dokáže riešiť lineárne a nelineárne, stacionárne a nestacionárne trojdimenzionálne problémy mechaniky pevných telies a mechaniky konštrukcií, vrátane geometricky

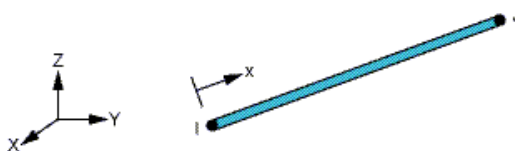
nestacionárnych a fyzikálne nelineárnych problémov interakcie konštrukčných prvkov. Umožňuje tiež riešiť rôzne fyzikálne úlohy mechaniky a dynamiky tekutín, prenos tepla, elektrodynamika, akustika atď.

ANSYS dokáže spolupracovať aj s inými inžinierskymi softvérmi napr. prepojenie s modulmi CAD a FEM. Dokáže importovať CAD dáta vytvoriť z nich geometriu. Následne vygenerovať konečno prvkový model a po aplikácii zaťaženia a vykonaní analýzy umožňuje tabuľkové alebo grafické znázornenie výsledkov.

Je to univerzálny softvér, ktorý ponúka efektívny spôsob ako preskúmať výkonnosť a spoľahlivosť produktov alebo procesov vo virtuálnom prostredí. Tento typ vývoja produktu sa nazýva virtuálne prototypovanie. S technikou virtuálnou prototypovania môže užívateľ simulovať rôzne testy a pracovné podmienky, čo umožňuje optimalizovať výrobok pred začatím jeho výroby. Môže určiť a zlepšiť slabé miesta, vypočítať životnosť a predvídať pravdepodobné problémy. Toto všetko znižuje úroveň rizika a nákladov na neefektívny návrh. V konečnom dôsledku užívateľ môže vidieť vplyv návrhu na celkové správanie produktu.

5.1. LINK180

System ANSYS obsahuje niekoľko základných elementov. Element LINK180 [1] sa používa na modelovanie priestorových priehradových nosníkov, prútov, tyčí, pružiny atď. Tento 3D nosníkový element je jednoosový namáhaný na ťah a tlak. V každom uzle má tri stupne voľnosti: posun v smere x, y a z. Podporuje možnosť nastavenie iba tlaku alebo iba ťahu. V konštrukciách spojených kĺbom neuvažujeme ohyb elementu. Plasticita, deformácia, rotácia, veľká odchýlka a veľké napätie sú zahrnuté.



Obr. 35 Geometri a LINK180

5.1.1. Vstupné dáta

Geometria, umiestnenie uzlov a súradnicový systém pre tento element sú znázornené na obr. 35. Element je definovaný dvomi uzlami, prierezovou plochou (AREA), prídavnou hmotnosťou na jednotkovú dĺžku (ADDMAS) a materiálovými vlastnosťami. X-ová os elementu je orientovaná pozdĺž jeho dĺžky z uzla I do J.

Zaťaženia elementu sú opísané nižšie. Teploty môžu byť vložené ako zaťaženia elementu v uzloch. Teplota v uzle I je $T(I)$ prednastavená TUNIF. Teplota v uzle J je $T(J)$ prednastavená T(I).

LINK180 umožňuje zmenu prierezovej plochy ako funkciu osového predĺženia. V predvolenom nastavení, sú zmeny prierezovej plochy definované tak, že objem elementu je zachovaný aj po deformácii. Predvolené nastavenie je vhodné pre elastoplastické aplikácie. Pomocou KEYOPT(2) si môžeme vybrať či necháme prierez konštantný alebo pevný (nepružný).

LINK180 ponúka tiež možnosť nastaviť iba tlak alebo iba ťah. Požadovanú možnosť možno zadať cez tretiu reálnu konštantu. Pri týchto voľbách je potrebný nelineárny výpočet. Počiatočné napätie na tento element možno zadať cez príkaz INISTATE.

5.1.2. Zhrnutie vstupov pre LINK180

Uzly

I, J

Stupne voľnosti

UX, UY, UZ

Reálne konštanty

AREA – prierezová plocha

ISTRN – počiatočné napätie

TENSKEY – možnosť pre iba tlak alebo iba ťah

0 – ťah aj tlak (prednastavené)

1 – iba ťah

-1 – iba tlak

Materiálne vlastnosti

EX – modul pružnosti

DNES – hustota

ALPX (alebo CTEX, THSX) , GXY, DAMP

Vnútorne zaťaženia

Teplota

$T(I)$ – v uzle I

$T(J)$ – v uzle J

Toky

FL(I) – v uzle I

FL(J) – v uzle J

Špeciálne možnosti

Plasticita - BISO, MISO, BKIN, MKIN, KINH, DP, ANISO

Dotvarovanie – CREEP

- CREEP

Pružnosť – MEALS

Ďalšie materiály – USERS

KEYOPT(2)

Škálovanie prierezu

0 – vynútená nestlačiteľnosť, prierez škálovaný ako funkcia osového predĺženia (prednastavené)

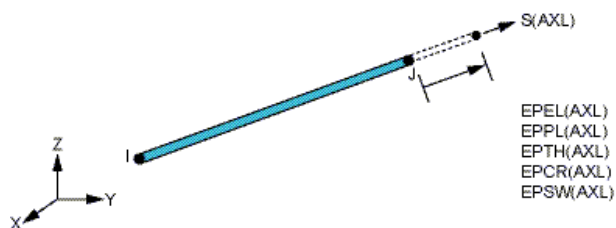
1 – predpoklad že prierez je pevný (nepružný)

5.1.3. Výstupné údaje

Výsledky elementu môžeme rozdeliť do dvoch foriem:

- posuny uzlov v rámci celkového riešenia,
- ďalšie výstupy elementu v tab. 2.

Niektoré výstupy môžeme vidieť aj na obr. 36.



Obr. 36 Predĺženie prúta

V nasledujúcej tab. 2 [1] v stĺpci Názov sú uvedené všetky možné výstupy pre príkaz ETABLE a ESOL. V stĺpci O sú uvedené výstupy do súboru Jobname.OUT a v stĺpci R sú uvedené výstupy vo výslednom súbore. Hodnota A značí, že táto možnosť je prístupná vždy. 1 hodnotu možno dosiahnuť cez príkaz *GET, 2 prístupné len ak je element z nelineárneho materiálu, 3 prístupné len ak sa teplota elementu líši od referenčnej teploty.

Tab. 2 Definícia výstupov

Názov	Popis	O	R
EL	Číslo elementu	A	A
NODES	Uzly – I, J	A	A
MAT	Číslo materiálu	A	A
REAL	Číslo reálnej konštanty	A	A
XC, YC, ZC	Stred súradníc	A	1
TEMP	Teplota T(I), T(J)	A	A
AREA	Prierezová plocha	A	A
FORCE	Osová sila	A	A
Sxx	Normálové napätie	A	A
EPELxx	Pomerné predĺženie	A	A
EPTOxx	Celkové predĺženie	A	A
EPEQ	Plastické napätie	2	2

Cur.Yld.Flag	Aktuálne ochabnutie	2	2
Plwk	Hustota energie plastického napätia	2	2
Pressure	Hydrostatický tlak	2	2
Creq	Rovnaké deformačné napätie	2	2
Crwk_Creep	Hustota energie deformačného napätia	2	2
EPPLxx	Osové plastické napätie	2	2
EPCRxx	Osové deformačné napätie	2	2
EPThxx	Tepelné osové napätie	3	3

V tab. 3 [1] sú uvedené výstupy pre príkazy ETABLE s použitím sekvenčných čísel. Názov je výstup z tab. 2, označenie je preddefinovaný názov pri výbere príkazu ETABLE a ESOL, E sekvenčné číslo pre element a I, J sekvenčné číslo pre uzly I a J.

Tab. 3 Sekvenčné čísla a označenie pre výstupy

Názov	Označenie	E	I	J
Sxx	LS	-	1	2
EPELxx	LEPEL	-	1	2
EPTOxx	LEPTO	-	1	2
EPThxx	LEPTH	-	1	2
EPPLxx	LEPPL	-	1	2
EPCRxx	LEPCR	-	1	2
FORCE	SMISC	1	-	-
AREA	SMISC	2	-	-
TEMP	LBFE	-	1	2

6. Model mriežkovej dosky

V tejto kapitole nadviažeme na kapitolu 4, v ktorej sme si opísali Festivalové námestie Expo'70 v Japonsku. Vytvoríme model konštrukcie a budeme skúmať jej správanie.

6.1. Model v ANSYS-e

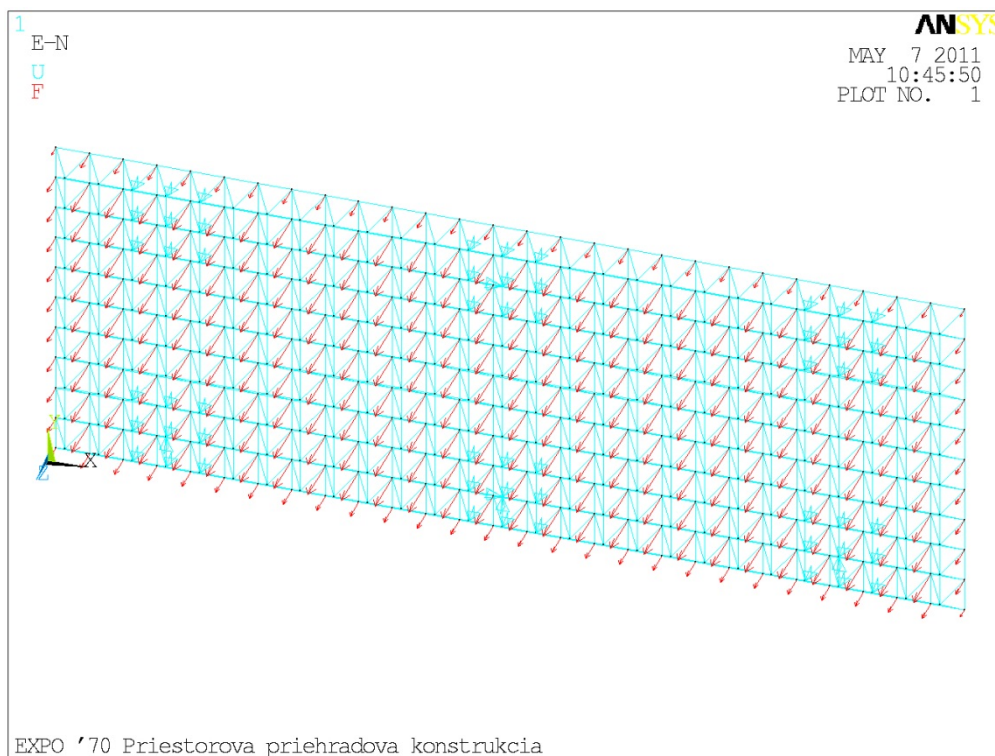
Pri modelovaní konštrukcie sme neuvažovali s 54 m kruhovým výrezom.

Tab. 4 Základné údaje o modeli

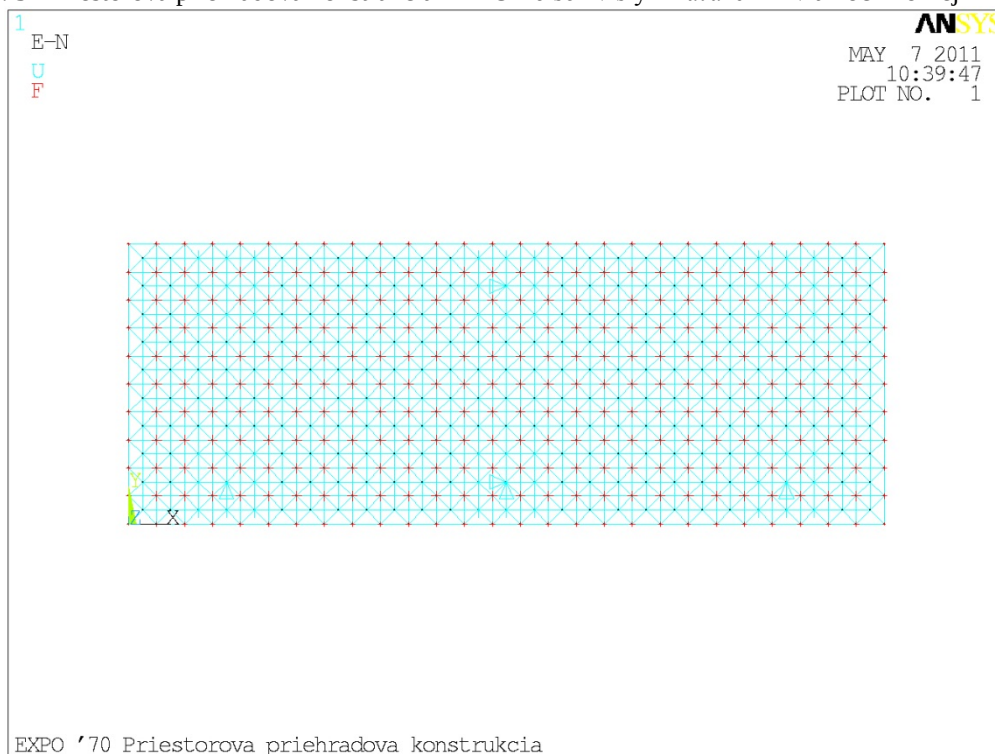
Rozmery	291,6 [m] (x)108 [m]
Hĺbka	7,637 [m]
Dĺžka tyče (H a D vrstva)	10,8 [m]
Priemer tyče (vo vrstve)	0,500 [m]
Priemer tyče (diagonálnej)	0,350 [m]
Hrúbka steny tyče (vo vrstve)	0,016 [m]
Hrúbka steny tyče (diagonálnej)	0,009 [m]
Typ elementu	LINK180
Počet elementov	2160
Počet uzlov	578

Tab. 5 Fyzikálne vlastnosti použitej ocele

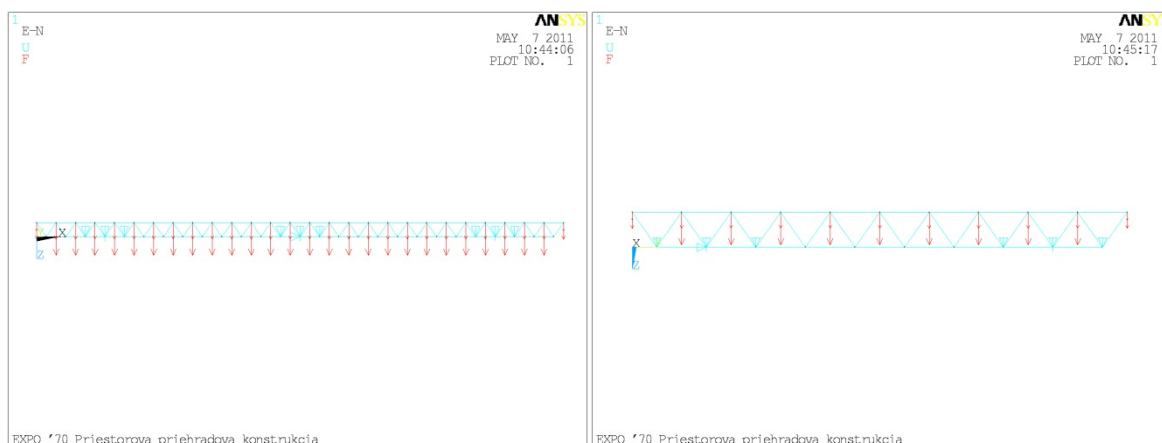
Modul pružnosti v ťahu a tlaku	210000000 [kPa]
Hustota	7850 [kg/m ³]
Súčiniteľ priečnej deformácie	0,3
Medza klzu	355000 [kPa]



Obr. 37 Priestorová priehradová konštrukcia EXPO'70 so zvislým zaťažením v uzloch hornej mriežky



Obr. 38 Pohľad z hora na model konštrukcie EXPO'70



Obr. 39 Pohľad z boku na model konštrukcie EXPO'70

6.2. Statická analýza

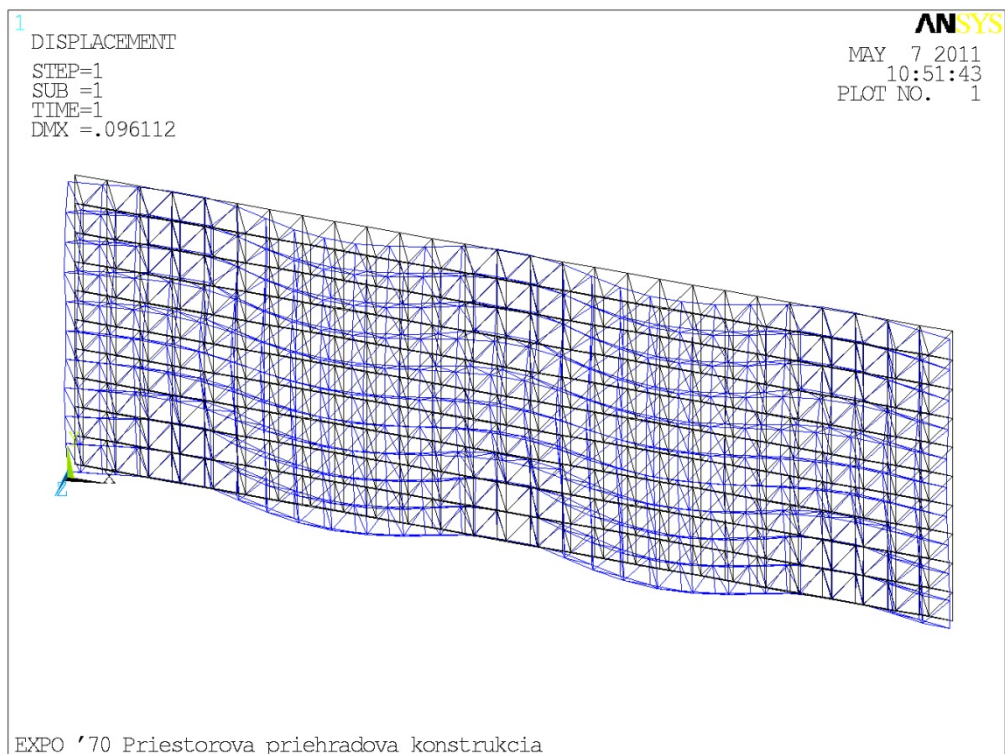
Pri statickej analýze sme skúmali priehyb konštrukcie a napätie, ktoré vznikne v prútoch po aplikácii zaťaženia. Aby konštrukcia spĺňala kritéria spoľahlivosti, napätie v ťahu nesmelo prekročiť medzu klzu a napätie v tlaku nesmelo prekročiť dovolené napätie, ktoré sa vypočítalo podľa vzťahu (3.5).

Konštrukcia bola dimenzovaná na celkové zaťaženie $2,5 \text{ kN/m}^2$, ktoré bolo aplikované na uzly vrchnej vrstvy konštrukcie. Hodnoty zaťaženia pre jednotlivé uzly sú uvedené v tab. 6.

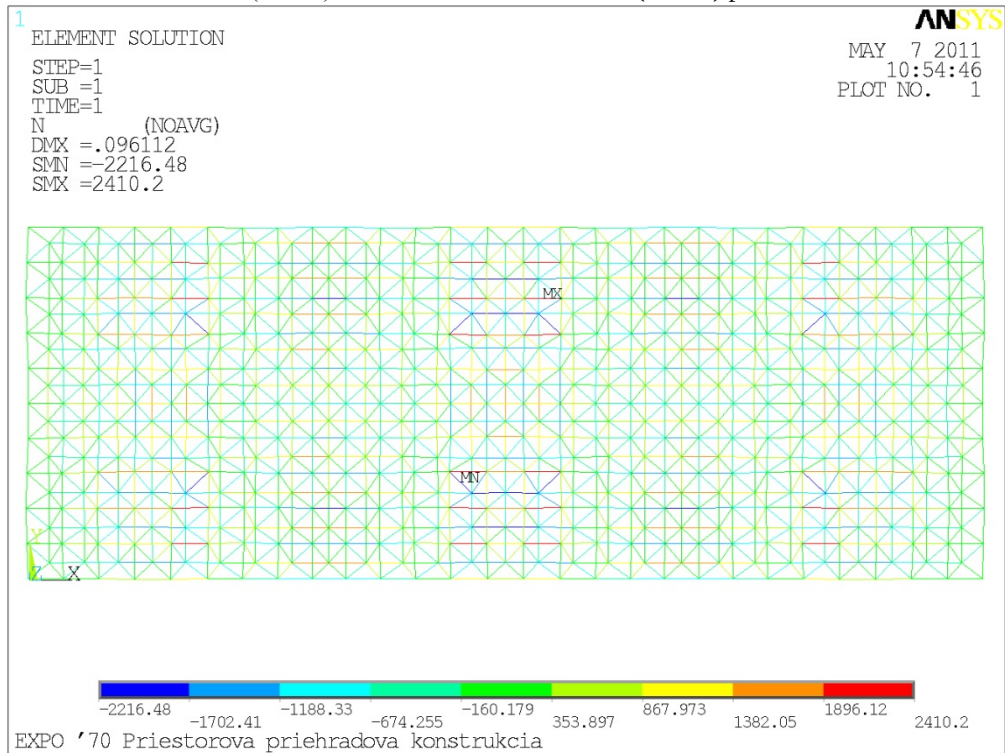
Tab. 6 Hodnoty zaťaženia na jednotlivých uzloch

Rožné uzly	72,9 [kN]
Bočné uzly	145,8 [kN]
Vnútorne uzly	291,6 [kN]

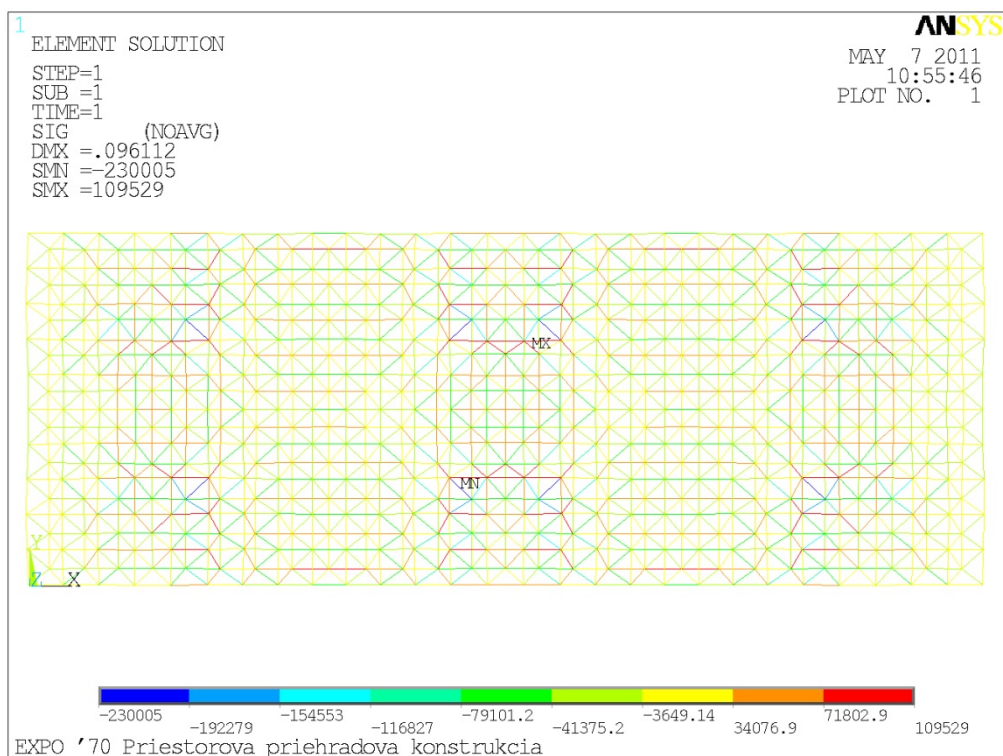
Maximálny priehyb konštrukcie pri statickej analýze vyšiel $0,096112 \text{ m}$. Na obr. 40 je znázornená pôvodná forma konštrukcie (čierna) a zdeformovaná konštrukcia (modrá) vplyvom zaťaženia z tab. 6.



Obr. 40 Pôvodná konštrukcia (čierna) a deformovaná konštrukcia (modrá) pod účinkom uzlového zaťaženia



Obr. 41 Osové sily v prútoch konštrukcie pri pohľade zhora



Obr. 42 Normálové napätia v prútoch konštrukcie pri pohľade zhora

Z obr. 41 môžeme vidieť, že osovú silu sa pohybovali od -2216,48 kN (max. osová sila v tlaku) až po 2410,2 kN (max. osová sila v ťahu) a z obr. 42 je vidieť, že normálové napätia od -230005 kPa (max. normálové napätie v tlaku) do 109529 kPa (max. normálové napätie v ťahu). Súbor výstupných parametrov je rozsiahly a je k dispozícii na CD nosiči.

6.3. Parametrizácia dosky

Pod parametrizáciou rozumieme tzv. parametrické modelovanie. Ide o vytvorenie modelu, ktorý je vytvorený parametrami, ktoré možno modifikovať. To umožňuje ľahko a rýchlo upraviť návrh a vytvoriť celý rad možností, z ktorých sa vyberie optimálne riešenie. Parametrizácia konštrukcie slúži k zadaniu a optimalizácii konštrukcie prostredníctvom celého radu preddefinovaných parametrov.

V našom prípade sme menili hrúbku steny vrstvových (THICKNESS1) a diagonálnych (THICKNESS2) prútov a vzdialenosť medzi vrstvami (hlúbku konštrukcie - DEEP). Podmienkou bolo, aby napätie v ťahu (MAXNORMNAPATIE) neprekročilo medzi klzu a napätie v tlaku (MINNORMNAPATIE) nebolo väčšie ako dovolené napätie. Optimalizáciou sa hľadali ideálne parametre pri dodržaní podmienok a minimalizovaní objemu konštrukcie.

Tab. 7 Rozsah pre hodnoty parametrov pri optimalizácii

Názov	Min. hodnota [m]	Max. hodnota [m]
DEEP	7,000	9,000
THICKNESS1	0,016	0,030
THICKNESS2	0,0079	0,015

Tab. 8 Výsledky z optimalizácie

	SET1	SET2	SET3	SET4
	(PRIJATELNÉ)	(PRIJATELNÉ)	(PRIJATELNÉ)	(NE PRIJATELNÉ)
MINNORMNAPATIE(SV)	-0.23001E+06	-0.18139E+06	-0.16851E+06	>-0.24537E+06
MAXNORMNAPATIE(SV)	0.10953E+06	88790.	82287.	0.12273E+06
THICKNESS1(DV)	0.16000E-01	0.27860E-01	0.25693E-01	0.27870E-01
THICKNESS2(DV)	0.90000E-02	0.11146E-01	0.11717E-01	0.79236E-02
DEEP(DV)	7.6370	7.7760	8.2358	7.9382
VOLUME(OBJ)	396.03	621.36	597.29	583.17

	SET5	SET6	*SET7*
	(PRIJATELNÉ)	(NEPRIJATELNÉ)	(PRIJATELNÉ)
MINNORMNAPATIE(SV)	-0.15065E+06	>-0.25187E+06	-0.23382E+06
MAXNORMNAPATIE(SV)	73094.	0.12100E+06	0.11130E+06
THICKNESS1(DV)	0.20484E-01	0.16020E-01	0.16010E-01
THICKNESS2(DV)	0.13528E-01	0.81392E-02	0.89004E-02
DEEP(DV)	8.1643	7.6503	7.5562
VOLUME(OBJ)	532.31	385.97	394.40

V tab. 8 sú pod stĺpčekom SET1 hodnoty výstupných (SV, OBJ) parametrov použité a vypočítané pri statickej analýze – s počiatočnými vstupnými parametrami (DV). Optimálne riešenie je v stĺpčeku SET7. Objem konštrukcie sa medzi SET1 a SET7 líši iba o 1,63 m³. Veľký rozdiel nie je ani pri hrúbke steny prvkov vo vrstvách a v diagonálach a ani pri hĺbke konštrukcie kde je rozdiel 0,0808 m. Hodnoty minimálnych napätí pre tlačené pruhy boli vypočítané aj s uvažovaním vzperu, podľa vzťahu (2.4).

6.4. Pravdepodobnostná analýza

Ako už bolo spomenuté javy v reálnom svete podliehajú určitej náhodnosti. Výroba jednotlivých prvkov musí spĺňať stanovené tolerancie, ktoré spôsobujú odchýlku od presných rozmerov. Taktiež sa nemožno riadiť presnými materiálovými vlastnosťami a presným zaťažením, ktoré sa môže náhodne meniť. Pri pravdepodobnostnej analýze sa počíta so všetkými týmito nepresnosťami a odchýlkami.

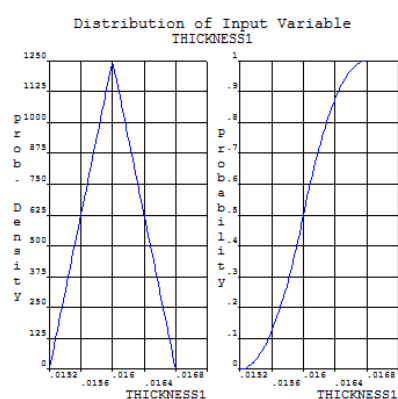
Pri tejto štúdii bola použitá metóda Monte Carlo s priamym vzorkovaním a počet opakovaní bol nastavený na 30000. Sledovala sa zmena výstupných parametrov zapríčinená zmenou vstupných parametrov. V našom prípade sme mali šesť výstupných parametrov – maximálny priehyb (MAXPRIEHYB), maximálne tlakové napätie (MINN), dovoľené napätie (SIGDOV), celkové maximálne napätie (TMAXNORMNAPATIE), rozdiel maximálneho tlakového napätia a dovoľeného napätia (SIGROZ), spoľahlivosť (SPOL) a šesť vstupných veličín tab. 9 – dĺžka (SPAN) a hrúbka steny prútov vo vrstvách

(THICKNESS1), hrúbka steny diagonál (THICKNESS2), Youngov modul pružnosti (YOUNG), medza klzu (MEDZAKLZU) a zaťaženie (FORCE).

Typ rozdelenia a parametre rozdelenia náhodných vstupných veličín sú uvedené v tab. 8. Rozdelenie je charakterizované hustotou pravdepodobnosti (PDF), distribučnou funkciou (CDF) obr. 43 a opísané histogramom obr. 44.

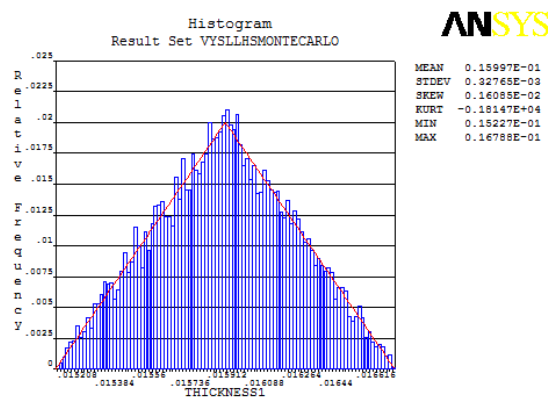
Tab. 8 Špecifikácia vstupných premenných

Názov	Typ rozdelenia	Parameter1	Parameter2	Parameter3	Parameter4
SPAN	TRIA	10.800	10.800	10.816	
THICKNESS1	TRIA	1.52000E-02	1.60000E-02	1.68000E-02	
THICKNESS2	TRIA	8.55000E-03	9.00000E-03	9.45000E-03	
YOUNG	TGAU	2.10000E+08	1.05000E+07	1.78500E+08	2.41500E+08
MADZAKLZU	TGAU	3.98000E+05	17750.	3.26300E+05	4.69700E+05
FORCE	TRIA	2.0000	2.5000	2.5000	



ANSYS

TYPE = TRIA
 PARM1 0.15200E-01
 PARM2 0.16000E-01
 PARM3 0.16800E-01
 MEAN 0.16000E-01
 STDEV 0.32660E-03
 MIN 0.15200E-01
 MAX 0.16800E-01



Obr. 43 PDF a CDF hrúbky steny prútu vo vrstve Obr. 44 Histogram hodnôt hrúbky steny prútu vo vrstve

Z obr. 44 môžeme vidieť, že stĺpčky histogramu nelemujú úplne červenú krivku, čo indikuje, že by bol potrebný väčší počet opakovaní. PDF, CDF a histogramy pre ostatné vstupné parametre sú v prílohe A.

V tab. 9 a 10 sú základné charakteristiky vstupných aj výstupných parametrov.

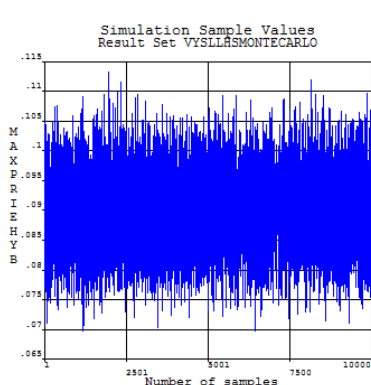
Tab. 9 Základné charakteristiky vstupných veličín

Názov	Priemer	Štandardná odchýlka	Šikmost'	Špicatost'	Minimum	Maximum
SPAN	10.81	3.8158E-03	0.5681	8.8741E+04	10.80	10.82
THICKNESS1	1.6001E-02	3.2605E-04	-1.7311E-03	8.8265E+04	1.5206E-02	1.6795E-02
THICKNESS2	9.0003E-03	1.8385E-04	-1.8657E-02	8.8277E+04	8.5535E-03	9.4480E-03
YOUNG	2.1005E+08	1.0292E+07	4.6926E-04	1.0499E+05	1.7858E+08	2.4146E+08
MADZAKLZU	3.9812E+05	1.7801E+04	1.1612E-02	1.1080E+05	3.2848E+05	4.6904E+05
FORCE	2.333	0.1177	-0.5626	8.8499E+04	2.002	2.500

Tab. 10 Základné charakteristiky výstupných parametrov

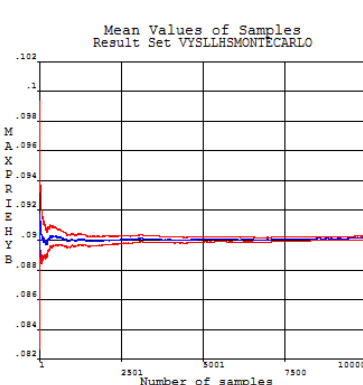
Názov	Priemer	Štandardná odchýlka	Šikmost'	Špicatost'	Minimum	Maximum
MAXPRIEHYB	9.0099E-02	6.5052E-03	7.1539E-03	1.0342E+05	6.7509E-02	0.1149
MINN	-2071.	104.6	0.5608	8.8536E+04	-2230.	-1774.
TMAXNORM NAPATIE	2.1501E+05	1.1573E+04	-0.4205	9.1653E+04	1.7931E+05	2.4072E+05
SIGDOV	2.6499E+05	1.1848E+04	1.1612E-02	1.1080E+05	2.1864E+05	3.1219E+05
SIGROZ	4.9978E+04	1.6545E+04	0.1439	1.0555E+05	-1.1474E+04	1.1023E+05
SPOL	2.154	0.1635	2.588	1.7695E+06	1.662	5.000

Pri vykresľovaní histórie vzorky si môžeme nechať vykresliť aj históriu vzorky pre strednú hodnotu, štandardnú odchýlku, max. a min. hodnotu. Červená krivka zobrazuje hornú a spodnú hranicu spoľahlivosti v našom prípade 95%.



ANSYS

MEAN 0.90135E-01
STDEV 0.64650E-02
SKEW 0.69802E-02
KURT -0.21083E+04
MIN 0.69728E-01
MAX 0.11932E+00



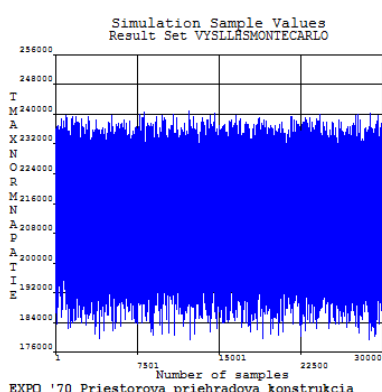
ANSYS

MEAN 0.90135E-01
STDEV 0.64650E-02
SKEW 0.69802E-02
KURT -0.21083E+04
MIN 0.69728E-01
MAX 0.11932E+00

Confidence Limit
95.00%

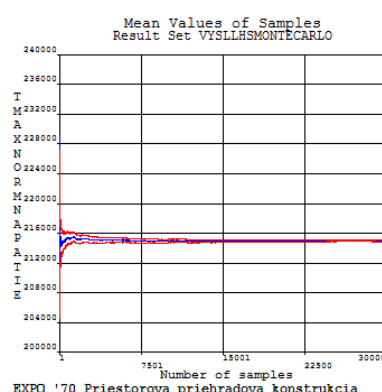
Obr. 45 História vzorky max. priehybu

Obr. 46 História vzorky pre priemer max. priehybu



ANSYS

MEAN 0.21501E+06
STDEV 0.11573E+05
SKEW -0.42053E+00
KURT 0.91653E+05
MIN 0.17931E+06
MAX 0.24072E+06



ANSYS

MEAN 0.21501E+06
STDEV 0.11573E+05
SKEW -0.42053E+00
KURT 0.91653E+05
MIN 0.17931E+06
MAX 0.24072E+06

Confidence Limit
95.00%

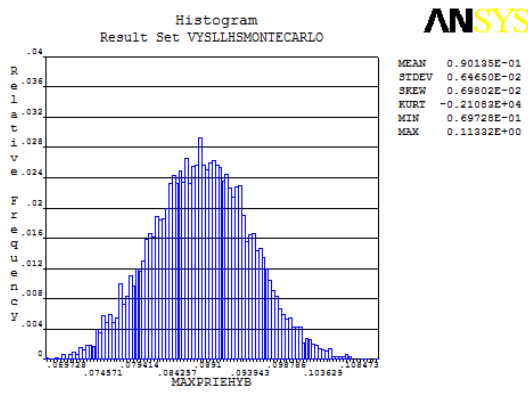
Obr. 47 História vzorky max. napätia

Obr. 48 História vzorky pre priemer max. napätia

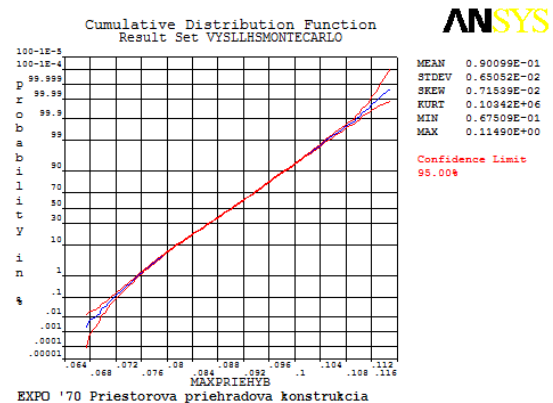
Modrá krivka na obr. 46 a 48 konverguje, to indikuje, že počet opakovaní bol dostatočný. Z obr. 45 tiež vidieť, že maximálny priehyb sa pohyboval od 0,069 m do 0,113 m, čo spĺňa normu, podľa ktorej by mal byť maximálny priehyb najviac 0,43 m. Maximálne normálové napätie sa pohybovalo od 179,31 MPa až po 240,72 MPa, čo potvrdzuje obr. 47.

Z obr. 49 a z obr. 51 môžeme usúdiť, že oba histogramy sa skoro riadia Gaussovým rozdelením. Podľa kumulatívnej distribučnej funkcie možno graficky určiť

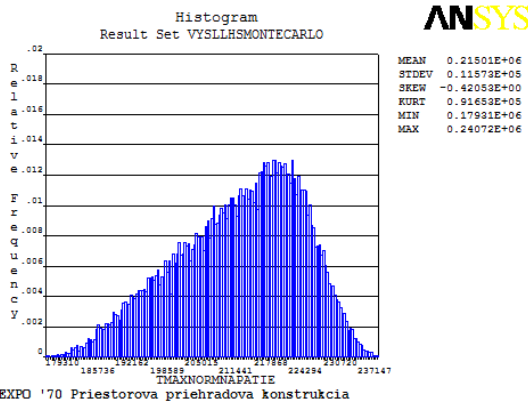
pravdepodobnosť s akou presiahne ľubovoľná hodnota nami vybranú hodnotu zo spodnej osi. Napr. pravdepodobnosť, že max. prieťah je menší ako 0,1 je okolo 93%.



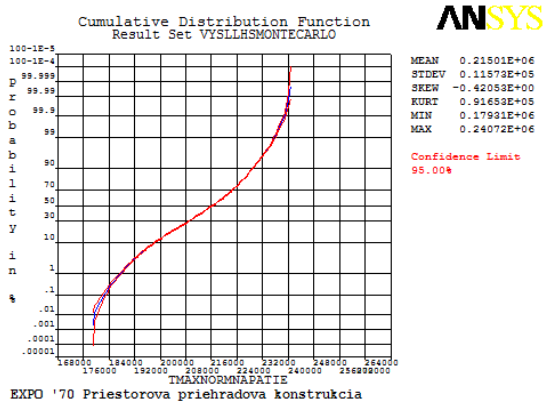
Obr. 49 Histogram max. prieťahu



Obr. 50 CDF max. prieťahu

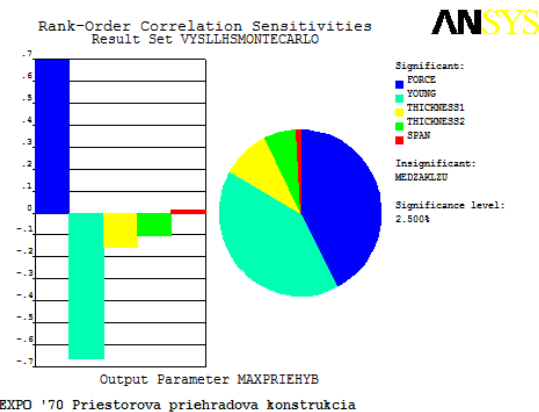


Obr. 51 Histogram max. napätia

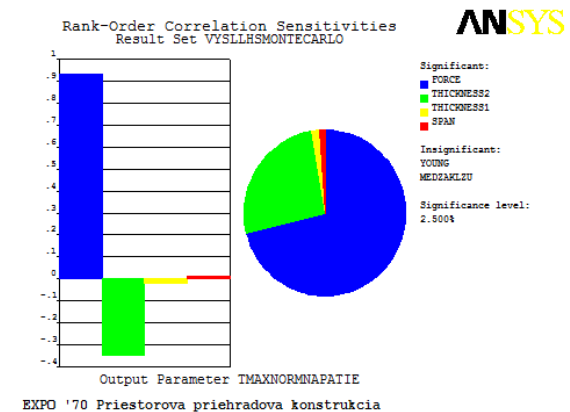


Obr. 52 CDF max. napätia

Citlivostná analýza obr. 53 a obr. 54 ukázala, že najväčší vplyv na max. prieťah a max. napätie má zaťaženie. Vplyv na max. prieťah nemôže mať medza klzu a na max. napätie medza klzu a Youngov modul pružnosti. Grafy znázorňujú, že zvyšovaním hodnoty FORCE a SPAN sa zvýši prieťah aj napätie, naopak, zvyšovaním hodnoty YOUNG, THICKNESS1, THICKNESS2 sa zníži prieťah. Napätie sa zníži zvyšovaním hodnoty THICKNESS1, THICKNESS2.



Obr. 53 Graf citlivostnej analýzy pre maximálny prieťah



Obr. 54 Graf citlivostnej analýzy pre maximálne normálne napätie

Graf citlivostnej analýzy zobrazuje iba významné (significant) náhodné vstupné premenné. Nevýznamné (insignificant) veličiny a hladina významnosti (significance level) sú iba vypísané.

Podrobnú závislosť medzi jednotlivými vstupnými a výstupnými parametrami zobrazuje matica korelačných koeficientov tab. 11, v ktorej hodnoty v zátvorkách značia, že korelačný koeficient je nevýznamný.

Tab. 11 Spearmanove korelačné koeficienty medzi vstupnými a výstupnými parametrami

Out\Inp	SPAN	THICKNESS 1	THICKNESS 2	YOUNG	MEDZAKLZU	FORCE
MAXPRIHYB	0.015	-0.153	-0.103	-0.663	(0.003)	0.693
MINN	-0.018	0.023	-0.025	(0.007)	(0)	-0.999
TMAXNORMNAPATIE	0.014	-0.020	-0.345	(-0.002)	(0.002)	0.928
SIGDOV	(-0.007)	(0.010)	(-0.005)	(-0.007)	1.000	(0)
SIGROZ	-0.014	0.021	0.229	(-0.002)	0.692	-0.645
SPOL	0.015	-0.019	-0.254	(0.001)	-0.612	0.711

Pomocou pravdepodobnostnej analýzy sa určila pravdepodobnosť zlyhania a spoľahlivosť konštrukcie. Spoľahlivosť sa počítala podľa podkapitoly 3.8. Z obr. 56 sa určí, že z celkových 30000 opakovaní iba 15 bolo nespoľahlivých, čiže pravdepodobnosť poruchy počítaná podľa vzorca (3.6) vyšla $5E-04$, čo je približne 0,05% a výstup z ANSYS-u je nasledovný:

Probability Result of Response Parameter SPOL
=====

Solution Set Label = VYSLHSMONTECARLO
Simulation Method = Monte Carlo with Direct Sampling
Number of Samples = 30000
Mean (Average) Value = 2.1542721e+000
Standard Deviation = 1.6347925e-001
Skewness Coefficient = 2.5879151e+000
Kurtosis Coefficient = 1.7694817e+006
Minimum Sample Value = 1.6623900e+000
Maximum Sample Value = 5.0000000e+000

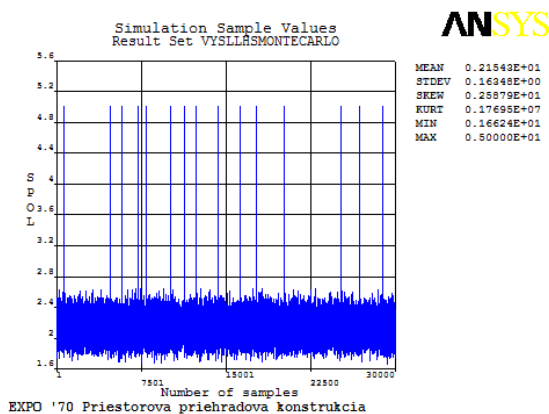
The probability that SPOL is larger than 4.0000000e+000 is:

Probability	[Lower Bound, Upper Bound]
5.03085e-004	[2.90492e-004, 8.00565e-004]

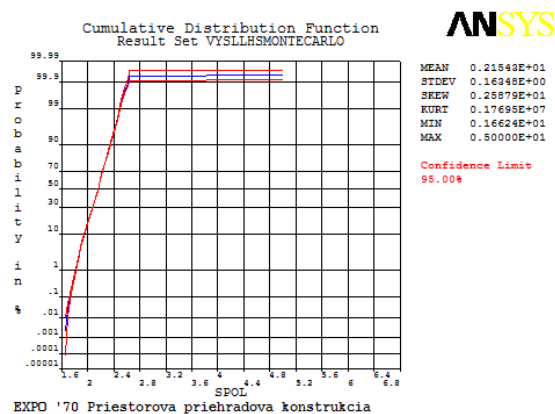
NOTE: The confidence bounds are evaluated with a confidence level of 95.000%.

The probability is interpolated between:
SPOL= 2.6455803e+000 which has rank 29985 out of 30000 samples
SPOL= 5.0000000e+000 which has rank 29986 out of 30000 samples

Obr. 55 Pravdepodobnosť zlyhania vypočítaná v ANSYS-e

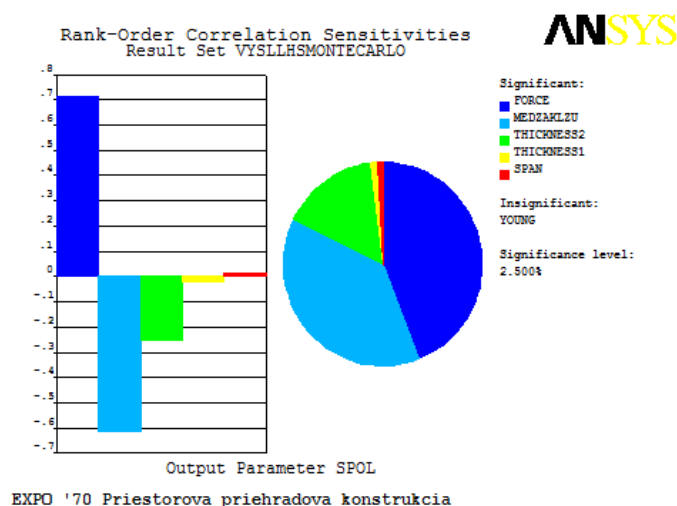


Obr. 56 História vzorky zlyhania konštrukcie



Obr. 57 CDF zlyhania konštrukcie

Podľa kritéria spoľahlivosti v norme by sa splnila znížená úroveň spoľahlivosti pre návrhovú pravdepodobnosť poruchy $P_D = 5 \times 10^{-4}$ t.j. 0,05%, keďže pravdepodobnosť zlyhania konštrukcie vyšla 0,05%. Z toho vyplýva, že spoľahlivosť konštrukcie je 99,95%. Z nasledujúceho grafu na obr. 58 je vidieť, ktoré parametre najviac vplývali na spoľahlivosť.



Obr. 58 Graf citlivostnej analýzy pre spoľahlivosť konštrukcie

Súbor obrázkov pre pravdepodobnostnú analýzu a pre spoľahlivosť je rozsiahly a je k dispozícii na CD nosiči.

Záver

V práci bola realizovaná parametrizácia, statická a pravdepodobnostná analýza priestorovej priehradovej konštrukcie. Cieľom parametrizácie bolo nájsť optimálne tuhostné parametre t.j. hĺbku - výšku konštrukcie, hrúbku steny prútov vo vrstvách a v diagonálach v snahe dosiahnuť čo najmenší objem konštrukcie pri splnení obmedzujúcich podmienok pre normálové napätie v ťahu a tlaku. Cieľom pravdepodobnostnej analýzy bolo určiť pravdepodobnosť porušenia ťahaného aj tlačeneho prúta t.j. pravdepodobnosť zlyhania konštrukcie a určiť spoľahlivosť konštrukcie.

Ako prvé bola vykonaná statická analýza, pri ktorej sme sa zamerali na maximálny priehyb a maximálne normálové napätie, ktoré vznikne pri zaťažení vrchnej vrstvy konštrukcie v uzloch. Uvažovaná konštrukcia bola dimenzovaná na stále zaťaženie $2,5 \text{ kN/m}^2$ takže hodnoty pre každý uzol museli byť vypočítané samostatne t.j. pre uzly v rohoch, po bokoch a vnútri hornej vrstvy (tab. 6). Keďže maximálne hodnoty normálového napätia boli v diagonálnych prútoch namáhaných na tlak, tieto prúty museli spĺňať podmienku pre tlakové napätie s uvažovaním vzperu. Toto všetko bolo splnené pre oceľ S355 s medzou klzu 355 MPa .

Pri parametrizácii konštrukcie bolo cieľom optimalizovať tuhostné parametre t.j. parametre, ktoré ovplyvňujú tuhosť konštrukcie. Neuvažovalo sa so zmenou dĺžky prútov vo vrstve pretože skrátením by sme museli použiť viac uzlov - kĺbov a ako už bolo spomenuté, kĺby sú jedným z najdrahších dielov priestorovej priehradovej konštrukcie a s ich narastajúcim počtom sa predlžuje aj stavba. Preto riešenie bolo zamerané na zmenu hĺbky konštrukcie t.j. vzdialenosť medzi hornou a spodnou vrstvou a hrúbku steny prútov vo vrstvách aj v diagonálach. Pri zmene hĺbky konštrukcie sa menila aj dĺžka diagonálnych prútov. Práve oni boli namáhané na tlak čiže v nich vznikali tlakové sily a aby sa zabránilo ich vybočeniu a teda aj zlyhaniu na vzper musel sa meniť aj ich prierez alebo hrúbka steny. Optimalizácia sa vykonala pre oceľ S355 pri podmienkach, že napätie v ťahu nesmelo byť väčšie ako medza klzu a napätie v tlaku nesmelo prekročiť dovolené napätie. Optimalizácia tab.8 ukázala, že medzi parametrami použitými na statickú analýzu (SET1) a optimálnymi parametrami (SET7) nebol veľký rozdiel, čo sme neskôr použili pri pravdepodobnostnej analýze.

Pri pravdepodobnostnej analýze sme brali do úvahy optimálne parametre a nami zadané parametre. Táto analýza bola riešená použitím metódy Monte Carlo s priamym

vzorkovaním. Počet opakovaní bol nastavený na 30000. Bolo známe, že pre získanie čo najpresnejších výsledkov je treba vykonať čo najviac opakovaní (odporúča sa 10^4 až 10^6) no pri počítači s dvojjadrovým procesorom taktovaným na frekvencii 2,2 GHz a s operačnou pamäťou 2GB trval náš výpočet 9 hodín. Tento čas by sa dal skrátiť napr. paralelným výpočtom, t.j. výpočet by bežal na viacerých procesoroch. Jedným z možných kritérií ako overiť či bol počet opakovaní dostatočný bolo porovnanie histogramu s krivkou obr.44, ktorá reprezentovala funkciu hustoty. Toto porovnanie nám ukázalo, že by bolo potrebné viac opakovaní avšak krivka priemeru obr. 46 a 48 konvergovala, čo značilo dostatočný počet opakovaní. V tomto prípade záleží na investorovi a jeho znalostiach či bude spokojný s počtom simulácii alebo nie.

Cieľom pravdepodobnostnej analýzy bolo zistiť pravdepodobnosť zlyhania konštrukcie a následne stanoviť spoľahlivosť konštrukcie. Zlyhanie v našom prípade nastalo, ak bola prekročená medza klzu pri prútoch namáhaných ťahom, ak bolo prekročené dovolené napätie a ak neboli splnené podmienky pre tlak a vzpernú odolnosť prútov namáhaných na tlak. Pravdepodobnosť, že nastane zlyhanie nám vyšla 0,05%, čo spĺňa zníženú úroveň spoľahlivosti podľa normy. Z toho vyplýva, že spoľahlivosť konštrukcie je 99,95%.

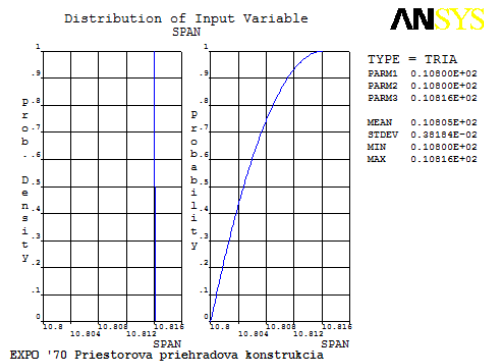
Hodnoty korelačných koeficientov zhrnuté v korelačných maticiach ukazovali, aká veľká je závislosť medzi výstupnými a vstupnými parametrami. Práve na týchto koeficientoch je založená citlivosť analýza, na základe ktorej bolo možné určiť významnosť jednotlivých vstupných parametrov. Táto významnosť parametrov sa dá využiť pri zvyšovaní spoľahlivosti konštrukcie. Ak výsledky pre spoľahlivosť nedosahujú očakávané hodnoty, možno zmenou významných vstupných parametrov docieľiť požadovaný výsledok. Zmenou nevýznamných vstupných parametrov by sa strácal čas. Ak vstupná premenná, ktorú chceme meniť, je parameter závislý od geometrie alebo geometrická tolerancia, potom zlepšenie spoľahlivosti a kvality produktu znamená, že môže byť potrebné spresniť výrobný proces alebo použiť presnejšie výrobné stroje. Ak ide o materiálovú vlastnosť, potom s tým nemožno nič urobiť. Avšak, ak existuje iba pár meraní pre materiálovú vlastnosť a teda je použitý iba hrubý odhad tohto rozptylu a materiálová vlastnosť sa zmení na dôležitý prvok spoľahlivosti produktu a kvality, potom je potrebné zhromaždiť viac prvotných údajov. V tomto prípade výsledky pravdepodobnostnej analýzy môžu pomôcť minúť prostriedky tam, kde to má zmysel – v plochách prierezov, ktoré ovplyvňujú spoľahlivosť a kvalitu produktu najviac. V opačnom

prípade, ak sú výsledky pre spoľahlivosť alebo pravdepodobnosť zlyhania komponentu akceptovateľné, potom existuje otázka ako ušetriť peniaze bez zníženia spoľahlivosti alebo kvality. V tomto prípade, by sme mali najskôr zmeniť vstupné premenné, ktoré sa zmenili na nevýznamné, pretože oni neovplyvňujú spoľahlivosť alebo kvalitu produktu. Ak sú to geometrické vlastnosti alebo tolerancie, ktoré sú nevýznamné, možno uvažovať o použití menej drahého výrobného procesu. Ak sa materiálová vlastnosť zmení na nevýznamnú, potom toto nie je bežne dobrá cesta na ušetrenie prostriedkov, pretože zvyčajne nemožno kontrolovať jednotlivé materiálové vlastnosti. Na druhej strane zaťaženie alebo okrajové podmienky prichádzajú do úvahy pri šetrení prostriedkov, ale v akom zmysle to môže byť využité, silne závisí od problému.

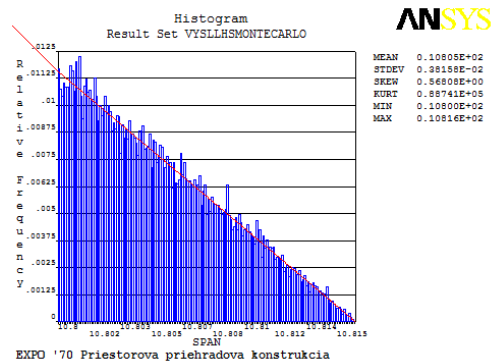
Použitá literatúra

- [1] ANSYS Help (Manuál v programe ANSYS)
- [2] Frydryšek, K.: Pravděpodobnostní výpočty v mechanice 1, VŠB-TU Ostrava, Ostrava, 2010
- [3] CHILTON, J. Space Grid Structures. Oxford: Architectural Press, 2000. 191 s. ISBN 0-7506-3275-5
- [4] GUŠTAR, M. -- MAREK, P. -- BROZZETTI, J. Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. Prague: ITAM CAS, 2001. 471 s. ISBN 80-86246-08-6
- [5] SUMEC, J. Regulárne mriežkové dosky a škrupiny. Bratislava: VEDA / Vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, 1984. 125 s
- [6] <http://rimarcik.com/>
- [7] Makowski, Z. S. Analysis, Design and Construction of Double-Layer Grids. Applied Science, 1981
- [8] http://www.me.cmu.edu/academics/courses/NSF_Edu_Proj/ThFlEngr_ANSYS/about_ansys.htm
- [9] <http://www.figes.com.tr/english/ansys/ansys.php>
- [10] Morávek, M. 2005. Veža ako architektonicko-inžinierske dielo : diplomová práca. Bratislava : Vysoká škola výtvarných umení, 2005. 67 s.
- [11] Krivý, V. 2009. SBRA A POSUDEK SPOLEHLIVOSTI OCELOVÝCH KONSTRUKCÍ. In JUBILEJNÍ X. CELOSTÁTNÍ KONFERENCE SE ZAHRANIČNÍ ÚČASTÍ SPOLEHLIVOST KONSTRUKCÍ [CD-ROM]. Praha. ISBN 978-80-02-02132-2
- [12] Benča, Š. Výpočtové postupy MKP. Bratislava : STU SjF, 2006. ISBN 80-227-2404-1
- [13] STN EN 1993-1-1:1993 : Navrhovanie oceľových konštrukcií.
- [14] Kalická, J., Krivá, Z. Praktická štatistika v Exceli, 1. vyd. Bratislava : Slovenská technická univerzita, 2005. 258 s. ISBN 80-227-2295-2

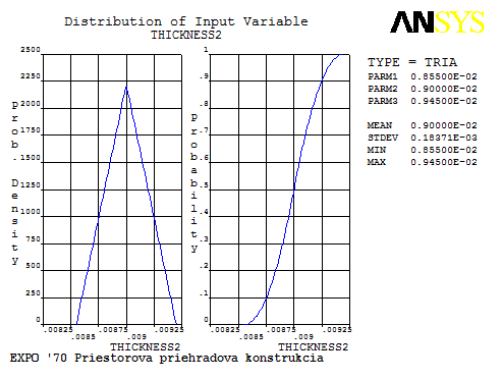
Príloha A



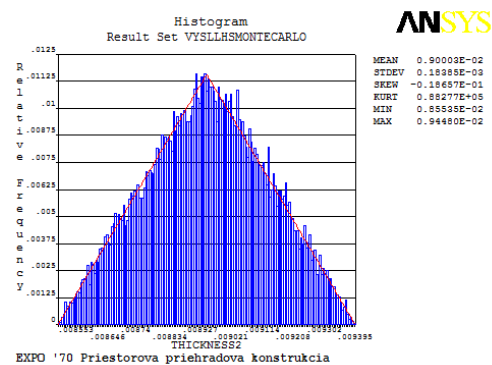
Obr. 59 PDF a CDF dĺžky prúta



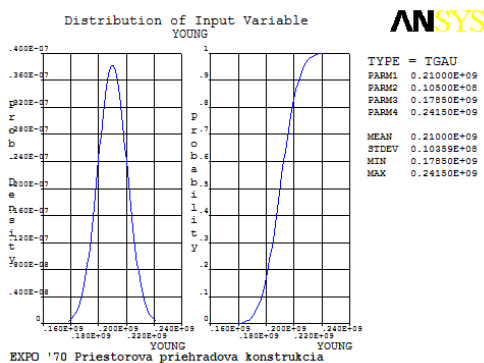
Obr. 60 Histogram hodnôt dĺžky prúta



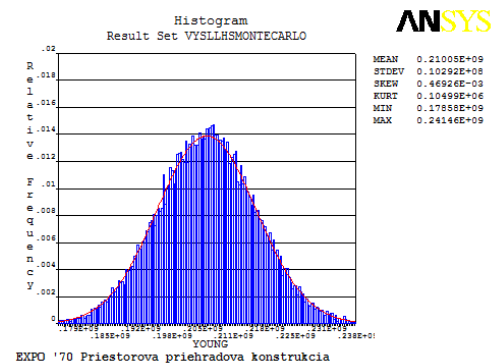
Obr. 61 PDF a CDF hrúbky steny prútu v diagonále



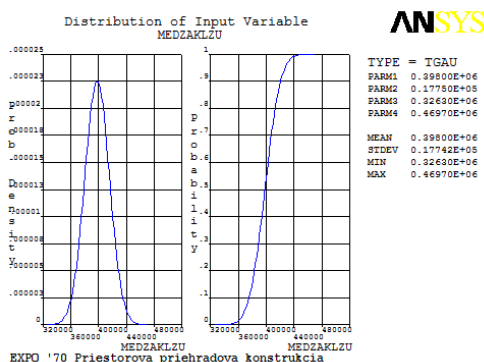
Obr. 62 Histogram hodnôt hrúbky steny prútu v diagonále



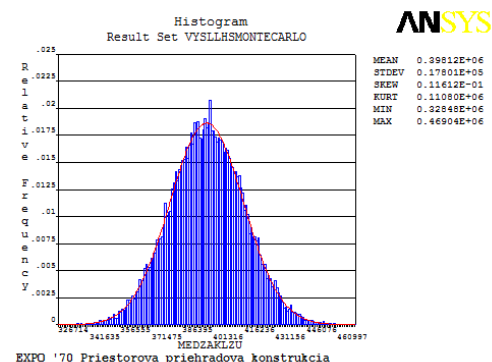
Obr. 63 PDF a CDF Youngovho modulu



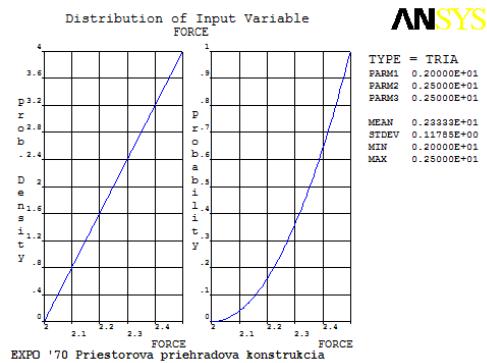
Obr. 64 Histogram hodnôt Youngovho modulu



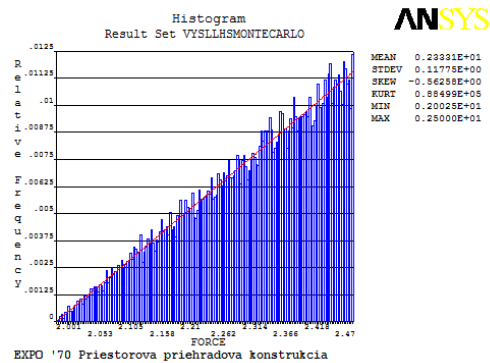
Obr. 65 PDF a CDF medze klzu



Obr. 66 Histogram hodnôt medze klzu



Obr. 67 PDF a CDF zaťaženia



Obr. 68 Histogram hodnôt zaťaženia