SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA STAVEBNÁ

Analýza mriežkovej škrupiny kruhového pôdorysu

DIPLOMOVÁ PRÁCA

SvF-5343-28298

Bratislava 2010 **Bc. Marek Macák**

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA STAVEBNÁ

Analýza mriežkovej škrupiny kruhového pôdorysu

DIPLOMOVÁ PRÁCA

SvF-5343-28298

Študijný program: Matematicko-počítačové modelovanie

Pracovisko (katedra/ústav): katedra stavebnej mechaniky

Vedúci záverečnej práce/školiteľ: doc. Ing. Norbert Jendželovský, PhD.

Bratislava 2010 **Bc. Marek Macák**

Poďakovanie

Chcel by som poďakovať všetkým, ktorí mi akýmkoľvek spôsobom pomohli pri spracovaní tejto diplomovej práce. Moje poďakovanie patrí najmä vedúcemu práce, doc. Ing. Norbertovi Jendželovskému, PhD., za vedenie, cenné rady a podnety, ktoré mi poskytoval počas tvorby tejto práce.

Osobitné poďakovanie patrí i mojej rodine a priateľom, ktorí ma podporovali a povzbudzovali od začiatku môjho štúdia.

Abstrakt

Macák, Marek Bc.: Analýza mriežkovej škrupiny kruhového pôdorysu, Diplomová práca. Slovenská technická univerzita, Stavebná fakulta, Katedra stavebnej mechaniky. Vedúci diplomovej práce: doc. Ing. Norbert Jendželovský, PhD. Bratislava 2010, 52 s. a 14 s. príloh.

Cieľom predkladanej práce s názvom „*Analýza mriežkovej škrupiny kruhového pôdorysu*“ je analýza mriežkových škrupín. Modelovacie prístupy sa líšia hlavne detailnosťou vymodelovania konštrukcie. V súčasnosti nie je už hlavným kritériom pre výpočtový model veľkosť modelu v MB, ale modelovací a výpočtový čas. Preto je dobré mať základné poznatky o tom, ktoré časti konštrukcie neprispievajú k mechanickým vlastnostiam a akými metódami je možné vymodelovať nosné konštrukcie tak, aby dávali čo najvierohodnejšie výsledky. Práca obsahuje stručný prehľad danej problematiky a vlastnú prácu. V stručnom prehľade predkladáme definície škrupinových konštrukcií, ich rozdelenie podľa základných vlastností a známe i neznáme stavby škrupinových konštrukcií realizované na Slovensku i vo svete. Ďalej je spracovaná matematická formulácia statickej a dynamickej úlohy a popísaný program ANSYS, jeho vlastnosti a elementy, ktoré boli použité pri modelovaní konštrukcie. Vlastná práca obsahuje ciele práce, výpočtový model, numerické výpočty a zhrnutie (záver). Výpočtový model v programe ANSYS bol spracovaný v troch prevedeniach od najjednoduchšieho až po model najpresnejšie popisujúci reálnu konštrukciu. Na každom modeli bol spustený statický a dynamický výpočet. Pri statickom výpočte sme sa hlavne zamerali na posuny konštrukcie a vnútorné sily na prútoch. Zo získaných hodnôt boli porovnávané posuny pre uzly v jednom reze a napätia na vodorovných prútoch. Pri porovnávaní boli za presné hodnoty považované výsledky z tretieho modelu (najpresnejšie popisujúceho konštrukciu) keďže reálne merania pre danú konštrukciu nie sú k dispozícii . Pri dynamickom výpočte bolo vypočítaných 100 prvých vlastných frekvencií, z ktorých bolo porovnaných prvých 10 vlastných frekvencií. Na záver je podané zhrnutie dosiahnutých výsledkov.

Kľúčové slová: mriežková škrupina, statická analýza, dynamická analýza, ANSYS, modelovanie.

Abstract

Macák, Marek Bc.: Analysis of the circular grid shells, diploma work. Slovak Technical University, Civil Engineering, Department of Structural Mechanics. Tutor: doc. Ing. Norbert Jendželovský, PhD. Bratislava 2010, p. 52 and 14 p. attachments.

Objective of work entitled „*Analysis of the circular grid shells*“ is an analysis of grid shells. Modeling approaches differ mainly in detail modeled structure. Nowadays, the main criterion for the computational model is not the model size in MB, but modeling and computational time, so it is good to have basic knowledge on how to contribute to the structure and mechanical properties, such methods can shape support structures to deliver the most realistic results. The work contains from brief overview of the issues and their own work. In presenting the brief summary explanation of what is a shell structure to be divided according to their basic characteristics, known and unknown structures shell structures realized on the world and at home. Next is processed mathematical formulation of static and dynamic role and described the ANSYS program features and elements that were used in modeling of structure. Own work includes objectives of the work, computational model, numerical calculations and a summary (conclusion). The computational model in ANSYS program was completed in three variants from the simplest to model describing the real structure. On each model was run static and dynamic calculations. When we calculate the static displacements mainly interested in the structure and internal forces on the rods. Obtained values were compared displacements for nodes in one section and the voltage on the horizontal bars. When comparing the exact values were considered the results of the third model (describing possible structure) as a real measurement for the construction are not available. The dynamic calculation was calculated in first 100's own frequency with which it was compared, the first 10 frequencies own. Finally, given a summary of the results achieved.

Keywords: grid shell, static analysis, dynamic analysis, ANSYS, modeling.

Obsah

Úvod

Škrupinová konštrukcia je tenkostenná, spravidla len niekoľko centimetrov hrubá, najčastejšie železobetónová konštrukcia. Má zakrivený, zalomený alebo inak upravený tvar, vďaka ktorému konštrukcia získava tuhosť. Ide vždy o veľmi tenké materiály, ktorých tuhosť závisí od ich tvaru a pri minimálnej hmote zaručujú maximálnu pevnosť a odolnosť. Škrupinové konštrukcie patria k náročným inžinierskym dielam. Typickými aplikáciami sú trupy lietadiel, lodných trupov a strešné konštrukcie v niektorých budovách.

Z historického hľadiska prvú škrupinu v architektúre použil inžinier- fyzik Ealter Bauersfeld (1879-1959) na prestrešenie planetária v Zeissových závodoch. Išlo o kupolu s priemerom 16 metrov a vďaka novej technológii sa mu podarilo zostrojiť škrupinu len 3 centimetre hrubú.

V dnešnej dobe je cieľom každého výpočtu preukázať spoľahlivosť konštrukcie z hľadiska mechanickej odolnosti ako aj použiteľnosti. Aj keď predchádzajúca veta vyznieva ako jednoduchý zákon, jej naplnenie pri technicky náročných konštrukciách je často zložité. V súvislosti s rozvojom výpočtovej techniky sa v súčasnosti na približné (numerické) riešenie diferenciálnych rovníc často používajú tzv. *priame metódy*. Sú to také metódy približného riešenia úloh z teórie diferenciálnych a integrálnych rovníc, ktoré prevedú tieto úlohy na konečné systémy algebrických rovníc. Najznámejším programom v ktorom je implementovaná táto metóda je program ANSYS. V práci sa budeme venovať porovnaniu troch modelovacích prístupov od modelu iba nosnej konštrukcie až po model, ktorý najpresnejšie popisuje danú konštrukciu.

Konštrukcie mriežkových škrupín.

1.1. Vývoj a rozdelenie regulárnych mriežkových škrupín

Vývoj jednotlivých typov konštrukcií je tesne spojený s vývojom vhodných stavebných materiálov. Zo stredoveku sa zachovalo mnoho klenutých klenieb a škrupinových konštrukcií, ktoré boli postavené z klasických materiálov akými sú drevo, kameň a tehla. Neskôr výroba železa a ľahkých kovov otvorila novú cestu pre vývoj prútových konštrukcií. Už v minulosti bolo známe, že prútové (diskrétne) konštrukcie vyžadujú oveľa menšiu spotrebu materiálu oproti kontinuálnym sústavám. Hľadali sa preto rôzne typy konfigurácie mriežok, ako aj rôzne druhy styčníkových spojov, ktoré by zabezpečili optimálne rozloženia poľa napätí a súčasne aj vyžadovanú tuhosť konštrukcie, (1).

Rozdelenie konštrukcií je možné previesť rôznymi spôsobmi kategorizácie. Pre jednoduchosť bude rozdelenie obsahovať základné skupiny a podskupiny v poradí:

1) Podľa tvaru pôdorysu, ktorý majú prútové konštrukcie zastrešiť, sú to konštrukcie s pôdorysom:
    - trojuholníkovým
    - štvorcovým
    - obdĺžnikovým
    - kruhovým
    - eliptickým
    - mnohouholníkovým
2) Podľa tvaru konštrukcie sú to:
    - rovinné prútové konštrukcie, ktoré ďalej môžeme rozdeliť
        a. *priehradové dosky*, ktoré sú tvorené z rovinných prútových sietí ležiacich vo dvoch vrstvách.
        b. *roštové dosky*, sú podobné s priehradovými doskami rozdiel je iba v tom, že uzly hornej a dolnej siete sa stotožňujú v kolmom priemete na rovinu sietí a vzájomne ich spájajú diagonálne prúty.
    - plošné prútové konštrukcie, môžu byť jedno alebo viac vrstvové sieťové sústavy s ohybovou tuhosťou. Podľa tvaru ich delíme:
        a. *lomenice*, najčastejšie vytvorené nad obdĺžnikovou plochou. Základným stavebným prvkom je tu rovinný priehradový nosník.

b. *prútové kupoly*, sú konštrukcie vytvorené z prútov rôznych dĺžok. Kupola vzhľadom na charakter Gaussovej krivosti je priestorovo samostatnou konštrukciou.

Kupoly môžeme ďalej deliť na*: rebrové, Schwedlerové, sieťové, diskové, Zimmermannove, rámové, roštové a geodetické* (Obr. 1) *(Fullerove).*

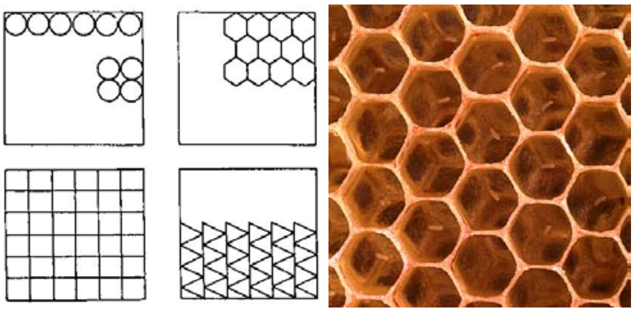
— prútové sústavy typu HP, tieto konštrukcie sú vytvorené priamkovými plochami pričom vyžadujú minimálny počet podpier (Obr. 8).

Obr. 1 Geodetická kupola

3) Podľa počtu vrstiev ich delíme na:

— jednovrstvové
— dvojvrstvové
— viacvrstvové

Zdrojom námetov na tvar prútových konštrukcií, najmä na spôsob usporiadania prútov základnej mriežky sa stali aj rôzne tvary a formy biologických objektov nachádzajúcich sa v prírode. Evolučné teórie nám ukazujú, že organické formy sa postupne zlepšujú počas procesu evolúcie ako reakcia na zmeny prostredia. Princíp interakcie je zásadný z hľadiska úloh pre optimálny tvar (design). Jedným z prostriedkov potrebných pre existenciu a vývoj v prírode je zabezpečiť štruktúru priestoru. V optimálnom návrhu konštrukcie možno použiť tiež zásadu, že sa "opakuje ten istý prvok typu a tvaru", ktorú bežne nachádzame v živých organizmoch, stavebných objektoch a štandardných prefabrikovaných dieloch. Jedným zo základných prvkov živej prírody je bunka. Nájdeme ju v rastlinách, rovnako ako u zvierat. Tvar pravidelnej hexagonálnej bunky je veľmi dôležitý v praxi a tiež veľmi úsporný z hľadiska optimálneho tvaru konštrukcie. Tento stavebný prvok sa vyskytuje vo včelích plástoch (Obr. 2). Pravidelný šesťuholník poskytuje vynikajúci základ plnenia základnej plochy. Tieto štruktúry sa úspešne používané pre mriežku škrupinu (často v kombinácii s predpätými prvkami).



Obr. 2 Rozloženie regulárnych polygonov. Štruktúra včelieho plastu

V ďalšom príklade budeme analyzovať mriežkový a rebrový systém. Prerozdelenie funkcií medzi podpornými a nenosnými prvkami je ich charakteristickým rysom. Najsilnejší materiál je sústredený na hlavnú trajektóriu napätia. Mriežky a rebrá sú umiestnené na krivočiarom alebo zakrivenom povrchu. Možno si predstaviť priehradovú konštrukciu ako kombináciu pretínajúcich sa lúčov. Ďalším typom konštrukcie sú cievy kvetín Victoria Regia, v ktorej je princíp delenia materiálu pozdĺž hlavného smeru napätia. Podobné rozdelenie lúčov možno nájsť v továrni Gatti (Rím, PL Nerve) (Obr. 3), (2).

Obr. 3 Kvet Victoria Regia a aplikácia tohto princípu v strešnej konštrukcii

1.2. Realizácia styčníkových spojov a spôsoby podoprenia prútových sústav

Mriežkové dosky a škrupiny sú konštrukcie, ktoré pozostávajú z dvoch stavebných prvkov a to *prúta a styčníka*. Vhodným spájaním týchto prvkov dostávame prútovú štruktúru. Jedným z najdôležitejších detailov prútových konštrukcií je návrh a realizácia styčníka, do ktorého sa zbiehajú jednotlivé prúty. Konštrukčné riešenie styčníka sa musí voliť v nadväznosti na technológiu výroby samotnej prútovej konštrukcie. V samotnom styčníku ide o veľmi zložité namáhanie a preto je pre dimenzovanie prúta rozhodujúca jeho únosnosť v styčníku.

Styčníky trubkových a netrubkových prútov môžeme rozdeliť podľa dvoch hľadísk :

1) Pri účelovom hľadisku vychádzame z cieľa konštrukčného riešenia a rozlišujeme:
   - ukončenie alebo predĺženie prúta
   - pripojenie prúta trubkového na netrubkový pri rôznom sklone
   - rovinný styčník (spojenie aspoň troch prútov v jednej rovine)
   - priestorový styčník (spojenie aspoň troch prútov, ktoré neležia v jednej rovine)
2) Podľa technologického hľadiska rozlišujeme styčníky:
   - nerozoberateľné (zvárané, nitované, atď.)
   - rozoberateľné (skrutkované)

Klasickým typom rozoberateľného styčníka je guľový styčník, ktorý je opatrený radom otvorov. Je vyrobený z vysokopevnostnej ocele a je vhodný na priestorové roštové konštrukcie. Ďalší typom styčníka je systém TRIODETIC (Obr. 4), bol vyvinutý v Kanade. Je vhodným druhom na spájanie prútových konštrukcií (nielen roštových). Konce prútov sa stlačia pod požadovaným uhlom a zazubia a potom sa osadia do styčníkového valčeka. Spojenie šiestich trubiek, ktoré ležia na ploche umožňuje styčník typu S.D.C.. Dve tvarované škrupiny sa najskôr privaria k prútom a potom k sebe. Celkom jednoduchú konštrukciu styčníka navrhol B.Fuller, kde sa na lisovaný tanier priskrutkujú jednotlivé prúty, na ktoré sa potom zavesí strešný plášť. Obdobou tohto styčníka je styčník kruhového prstenca, na ktorý sa jednotlivé prúty privárajú. Je vhodný na jednovrstvové škrupiny.

Obr. 4 Styčník TRIODETIC

Rovnako dôležitou úlohou pre správny návrh prútovej konštrukcie má aj vhodné vyriešenie spôsobu jej podoprenia, ktoré závisí od tvaru konštrukcie, jej účelu a charakteru spodnej stavby, ako podpornej konštrukcie atď. Podoprenie môže byť realizované spojkami, ktoré sú uložené priamo pod styčníkmi, pričom ležia v jednej rovine. V pôdorysnom usporiadaní podpery môžu byť rozmiestnené po obvode alebo ešte navyše spojené prievlakmi, čím dostaneme voľný okraj alebo pružné uloženie, (3).

1.3. Niektoré realizované konštrukcie

Aula maxima – Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre je najznámejšia stavba tohto druhu na Slovensku. Budova bude popísaná v kapitole 5, pretože jej skúmaním sa budeme zaoberať v tejto práci.

Pavilón Z (Výstavisko Brno) **-** táto sála má unikátnu kruhovú štruktúru a ponúka obrovský priestor 9017 m^2, s priemerom 105 m a výškou 38 m, (4).

Obr. 5 Pohľad na exteriér pavilónu (vľavo), interiér (vpravo)

Národné centrum pre umenie (NCPA) - (Čínsky: 国家大剧院), a hovorovo označované ako vajce, je Opera House v Pekingu. Stavba sa začala v decembri 2001 a úvodný koncert sa konal v decembri 2007. Architektom bol francúz Paul Andreu. Exteriér divadla je úplne obklopený umelo vytvoreným jazerom, aby vyzeral ako vajce plávajúce na vode, alebo vodná kvapka. Plocha zastrešenia je 212 m v smere východ-západ, 144 m smer sever-juh a je 46 metrov vysoká. Škrupina z titánu je rozdelená sklenov oponou v severo-južným smerom, ktorý sa postupne zužuje zhora nadol, (5).

Cargo Lifter (Tropical Islands Resort) - Hangar na vzducholode Cargolifter, ktorý sa nachádza na Briesen-Brand (Halbe v Brandenburg, Nemecko) bol postavený koncom roku 2001. Budova je 360 m dlhá, 210 m široká a 107 m vysoká. Potom ako Cargolifter AG skrachovala, bola budova predaná a prepracovaná do rekreačné stredisko s názvom "Tropický ostrov" v roku 2004, (6).

Obr. 6 Čínske národné divadlo

Obr. 7 Pohľad na Cargo Lifter

Ferrari World, park on Yas Island v Abu Dhabi navrhnutý Beno Architects. Je to prvý zábavný park navrhnutý pre koncern. Dizajn inšpirovaný klasickou dvojitou krivkou profilu tela Ferrari GT. Strecha z kovu a skla je určená na zníženie jasu a tepla a má celkovú rozlohu 200.000 m^2 a zastrešuje veľké množstvo atrakcií, vrátane 18 samostatných objektov. Logo Ferrari s rozmermi 65m x 48,5 m zdobí strechu budovy je to najväčšie Ferrari logo aké kedy bolo vytvorené. Najvyšší bod je vo výške 48 m a strecha má celkom 6.900 m odkvapových hrán, (7).

Obr. 8 Pohľad do vnútra rozostavanej konštrukcie

Obr. 9 Zastrešenie komplexu Ferrari World

2. Matematický problém

2.1. Statická analýza

Mechanické vlastnosti materiálov pre väčšinu bežných materiálov, ako je oceľ či betón, sú dobre známe a sú definované v podmienkach troch čísiel: modul pružnosti E, Poissonovo číslo ν a koeficient tepelnej rozťažnosti α. Pred vývojom metódy konečných prvkov bola väčšina analytických riešení obmedzená na materiály, ktoré boli izotropné (rovnaké charakteristiky vo všetkých smeroch) a homogénne (rovnaké vlastnosti vo všetkých bodoch). Od zavedenia metódy konečných prvkov, toto obmedzenie už neexistuje. Úlohou mechaniky poddajných telies je určiť tri polia : vektorové pole posunov $\{u\}$, tenzorové pole deformácií $\{\varepsilon\}$ a tenzorové pole napätí $\{\sigma\}$. K určeniu týchto neznámych funkcií máme k dispozícii systém rovníc : tri diferenciálne rovnice rovnováhy, šesť geometrických a šesť fyzikálnych rovníc, ktorých riešenie dostaneme po zohľadnení okrajových podmienok. Vychádzajúc z týchto rovníc a z vety o virtuálnej práci dostaneme pre virtuálny vektor premiestnenia {δu} a jemu zodpovedajúci vektor virtuálnych pomerných deformácií {δε} celkovú virtuálnu prácu síl na danej sústave v tvare,(8).

$$\{\delta\pi\} = \int_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \{\delta u\}^T \{b\} dV - \int_S \{\delta u\}^T \{p\} dS \tag{2.1}$$

Kde $\{b\}$ je vektor objemových síl a $\{p\}$ je vektor povrchových síl. Na prvku v deformačnom variante MKP aproximujeme vektor premiestnení v tvare

$$\{u\} = \{u_0\} + [N]\{r\} \tag{2.2}$$

Kde $\{u_0\}$ predstavuje vektor počiatočných premiestnení a $\{r\}$ vektor uzlových deformačných parametrov. $[N]$ je tvarová matica na danom prvku. Následne môžeme vyjadriť vektor pomerných deformácií $\{\varepsilon\}$ v tvare

$$\{\varepsilon\} = [\partial]\{u\} - \{\varepsilon_0\} = \{\varepsilon_u\} - \{\varepsilon_0\} + [N][\partial]\{r\} = \{\varepsilon_u\} - \{\varepsilon_0\} + [B]\{r\} \tag{2.3}$$

$[B]$ je tvarová matica pomerných deformácií, ktoré zodpovedajú namáhaniu od teploty, dotvarovaniu alebo zmrašťovaniu, a $\{\varepsilon_u\}$ je vektor pomerných deformácií od počiatočných premiestnení. Z fyzikálnych rovníc získane vektor napätí $\{\sigma\}$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_0\} + [D]\{\varepsilon\} = \{\sigma_0\} + [D](\{\varepsilon_u\} - \{\varepsilon_0\} + [B]\{r\}) \quad (2.4)$$

Po dosadení vzťahov (2.2 – 2.4) do rovníc (2.1) a následnej úprave dostávame systém algebrických rovníc, ktoré reprezentujú podmienky rovnováhy uzlových síl na danom prvku.

$$[K]\{r\} = \{F_0\} + \{F_\sigma\} + \{F_\varepsilon\} + \{F_u\} + \{F_b\} + \{F_p\} = \{F\} \quad (2.5)$$

kde $\{r\}$ je vektor uzlových deformačných parametrov a $\{F_0\}$ sú vektory od vonkajšieho zaťaženia. Rovnice predstavujú rovnováhu vnútorných a vonkajších síl v uzle delenia v lokálnom súradnicovom systéme. Transformáciou vektorov parametrov a zovšeobecnených síl z lokálneho súradnicového systému do globálneho dostávame rovnice rovnováhy pre celú konštrukciu,(8).

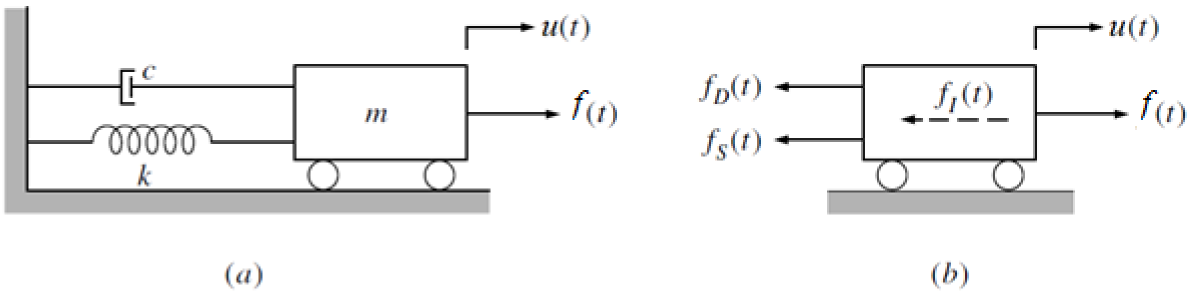
2.2. Dynamická analýza

Primárnym cieľom tejto kapitoly je predstaviť základné rovnice pre riešenie dynamickej úlohy. V istom zmysle môže byť tento cieľ považovaný za rozšírenie štandardných metód štrukturálnej analýzy, ktoré sú všeobecne o statickom zaťažení a umožniť posúdenie dynamického zaťaženia rovnako. V podstate dva rôzne prístupy k dispozícii pre hodnotenie štrukturálnych odoziev na dynamické zaťaženie: deterministické a nedeterministické. Výber metódy, ktorá má byť použitá v každom konkrétnom prípade závisí na tom, ako je definované zaťaženie. Ak je doba zmeny zaťaženia úplne známa (oscilátor pravidelného alebo nepravidelné charakteru), bude pre systém predpísané dynamické zaťaženie definované pre deterministické analýzy. Na druhej strane, ak doba zmeny nie je úplne známa, ale môže byť definovaná v štatistickom zmysle, náhodné dynamické namáhanie , a zodpovedajúca analýza je nedeterministická analýza.

Všeobecne platí, že konštrukcia ľubovoľne dynamicky zaťažená je vyjadrená vzhľadom na posunutie konštrukcie. Takto vedie deterministická analýza priamo k vyriešeniu posunutí k zodpovedajúcim predpísaným okrajovým podmienkam, ostatné súvisiace množstvo reakcií, ako sú napríklad napätia, vnútorné sily, atď. sú zvyčajne získavané na základe druhotnej fázy analýzy. Na druhú stranu, nedeterministické analýzy poskytujú iba štatistické informácie o posunoch vyplývajúcich zo štatisticky definovaného zaťaženia.

a) Pohybové rovnice jednoduchého dynamického systému

Základné fyzické vlastnosti všetkých lineárnych elastických konštrukcií alebo mechanických systémov podrobených externým zdrojom budenia alebo dynamickému zaťaženiu sú jeho hmotnosť, elastické vlastnosti (flexibilita alebo stuhnutosť) a schopnosť strácať energiu− mechanizmus tlmenia. V modeli s jedným stupňom voľnosti (SDOF) sa predpokladá, že každá z týchto vlastností sa sústredí v jednom fyzickom prvku. Náčrt takéhoto systému je uvedený v Obr. 10.a. Celá hmotnosť *m* tohto systému je zahrnutá v pevnom bode, ktorý sa môže pohybovať len v jednom smere, posunutie súradníc *u(t)* kompletne definuje polohu bodu. Elastický odpor k posunutiu poskytuje pružina tuhosti *k*, a mechanizmus straty energie je reprezentovaný tlmičom *c*. Vonkajšie dynamické zaťaženie tohto systému je sila premenlivá v čase *p(t).*



Obr. 10 Idealizovaný SDOF systém: (a) základné prvky, (b) sily v rovnováhe.

Pohybová rovnica pre jednoduchý systém, Obr. 10.a je priamym vyjadrením rovnováhy všetkých síl pôsobiacich na hmotnosti pomocou d'Alembertovho princípu. Ako je znázornené na Obr. 10.b, sily pôsobiace v smere posunutia stupňa voľnosti sú zo zaťaženia $p(t)$ a tri odolávacie sily vyplývajúce z pohybu, tj. zotrvačná sila $f_I(t)$, tlmiaca sila $f_D(t)$ a sila pružiny $f_S(t)$. Pohybová rovnica je vyjadrením rovnováhy týchto síl a je daná

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = f(t) \tag{2.6}$$

Každá zo síl zastúpených na ľavej strane tejto rovnice je funkcia posunutia $v(t)$ alebo jednej z jej derivátov času. V súlade s d'Alembertovým princípom, zotrvačná sila, je produktom hmotnosti a zrýchlenia

$$f_I(t) = m\,\ddot{u}(t) \tag{2.7}$$

Viskózne tlmenie môžeme vyjadriť pomocou konštanty tlmenia c a rýchlosti

$$f_D(t) = c\,\dot{u}(t) \tag{2.8}$$

Nakoniec môžeme elastickú silu zapísať ako produkt tuhosti pružiny k a posunutia

$$f_S(t) = k\,u(t) \tag{2.9}$$

Dosadením rovníc (2.7 – 2.9) do rovnice (2.6) dostaneme

$$m\,\ddot{u}(t) + \; c\,\dot{u}(t) + \; k\,u(t) = f(t) \tag{2.10}$$

Alternatívna formulácia postupu pre rozvoj rovnakej pohybovej rovnice je princíp virtuálnych prác.

$$-f_I(t)\delta u - f_D(t)\delta u - f_S(t)\delta u + f(t)\delta u = 0 \tag{2.11}$$

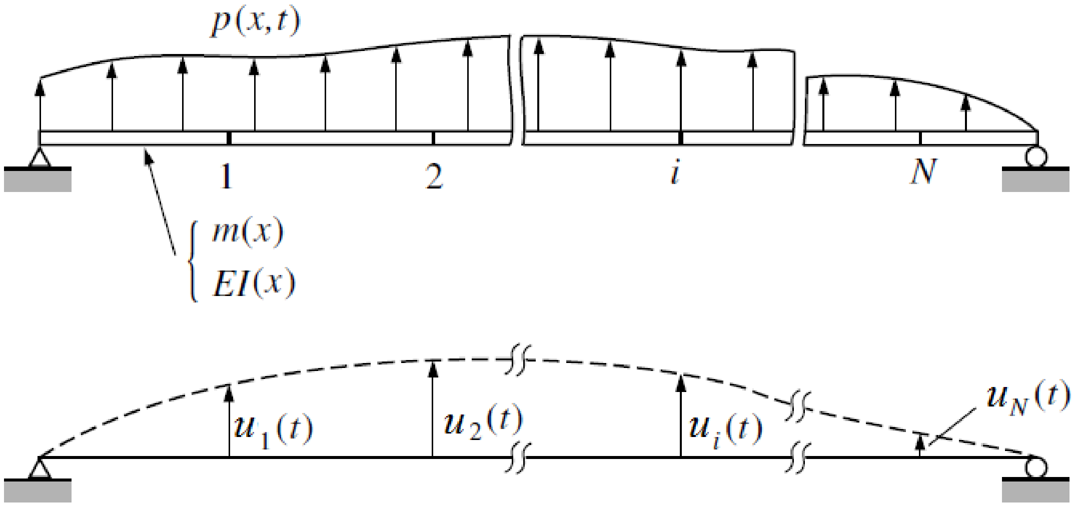
Vo vzorci (2.11) negatívne znamienko vyplýva zo skutočnosti, že spojené sily pôsobia v opačnom zmysle pre virtuálne posunutie. Dosadením rovníc (2.7 – 2.9) dostaneme

$$[-m\,\ddot{u}(t) - \; c\,\dot{u}(t) - \; k\,u(t) + \; f(t)]\delta u = 0 \tag{2.12}$$

Vzhľadom na to že δu je nenulové, musí byť zátvorka v tejto rovnici rovná nule, čo dáva rovnaké pohybové rovnice, ako ukazuje rovnica (2.10). Kým princíp virtuálnej práce nemá žiadnu výhodu pre tento jednoduchý systém, veľmi užitočný je pre všeobecnejšie typy systémov SDOF.

b) Pohybové rovnice všeobecného dynamického systému

V odvedení rovníc všeobecného MDOF systému budeme používať všeobecný jednoduchý nosník Obr. 11. Odvodenia platia rovnako pre každý typ konštrukcie, ale fyzikálne faktory, podieľajúce sa na hodnotení všetkých pôsobiacich síl je pre tento zjednodušený typ konštrukcie. Pohyb tejto štruktúry bude predpokladať, že posuny budú definované podľa súboru diskrétnych bodov na nosníku $u_1(t), u_2(t), \dots, u_i(t), \dots, u_N(t)$. V zásade tieto body môžu byť umiestnené ľubovoľne na konštrukcii, no v praxi by mali byť spojené so špecifickými črtami fyzikálnych vlastností, ktoré môžu byť významné a mali by byť rozdelené tak, aby poskytovali dobrú predstavu o zdeformovanom tvare. Počet stupňov voľnosti je potrebné zvážiť, väčší počet lepšie aproximuje skutočnosť, ale v mnohých prípadoch môžu byť výborné výsledky dosiahnuté s iba dvomi či tromi stupňami voľnosti,(9).



Obr. 11 Diskretizácia všeobecného nosníka.

Pohybové rovnice systému Obr. 11 možno formulovať vyjadrením rovnováhy síl, spojené s každým zo svojich stupňov voľnosti. Všeobecne štyri typy síl sa budú podieľať na vyjadrení rovnováhy podobne ako v predchádzajúcej kapitole. Preto môže byť každý zo stupňov voľnosti dynamickej rovnováhy vyjadrený ako

$$\begin{gathered} f_{I1}(t) + f_{D1}(t) + f_{S1}(t) = p_1(t) \\ f_{I2}(t) + f_{D2}(t) + f_{S2}(t) = p_2(t) \\ \dots \\ f_{Ii}(t) + f_{Di}(t) + f_{Si}(t) = p_i(t) \\ \dots \end{gathered} \tag{2.13}$$

alebo v maticovom zápise

$$f(t)_I + f(t)_D + f(t)_S = p(t) \tag{2.14}$$

Čo je ekvivalentná rovnica rovnici SDOF. Vo forme matice môže byť elastická sila zapísaná ako

$$\begin{Bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ \dots \\ f_{Si} \\ \dots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1i} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2i} & \dots & k_{2N} \\ & & \dots & \dots & & \\ k_{i1} & k_{i1} & \dots & k_{ii} & \dots & k_{iN} \\ & & \dots & \dots & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_i \\ \dots \end{Bmatrix} \tag{2.15}$$

V maticovom zápise rovnicu prepísať do tvaru

$$\{\boldsymbol{f}_S\} = [K]\,\{u\} \tag{2.16}$$

kde $[K]$ je matica tuhosti. Ak sa predpokladá, že tlmenie závisí na rýchlosti, to znamená, že tlmenie síl zodpovedajúcich vybraným stupňom voľnosti, môže byť vyjadrené pomocou tlmenia vplyvu koeficientov podobne ako elastická sila.

$$\begin{Bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \dots \\ f_{Di} \\ \dots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1i} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2i} & \dots & c_{2N} \\ & & \dots & \dots & & \\ c_{i1} & c_{i1} & \dots & c_{ii} & \dots & c_{iN} \\ & & \dots & \dots & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dots \\ \dot{u}_i \\ \dots \end{Bmatrix} \tag{2.17}$$

V maticovom zápise rovnicu prepísať do tvaru

$$\{\boldsymbol{f}_D\} = [C]\,\{\dot{u}\} \tag{2.18}$$

kde $[C]$ je matica tlmenia a $\{\ddot{u}\}$ je vektor rýchlosti. Zotrvačné sily môžu byť vyjadrené podobne

$$\begin{Bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ \dots \\ f_{Ii} \\ \dots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1i} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & mc_{22} & \dots & m_{2i} & \dots & m_{2N} \\ & & \dots & \dots & & \\ m_{i1} & m_{i1} & \dots & m_{ii} & \dots & m_{iN} \\ & & \dots & \dots & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \dots \\ \ddot{u}_i \\ \dots \end{Bmatrix} \tag{2.19}$$

V maticovom zápise rovnicu prepísať do tvaru

$$\{\boldsymbol{f}_I\} = [M]\,\{\ddot{u}\} \tag{2.20}$$

kde $[M]$ je tzv. matica tlmenia a$\{\ddot{u}\}$ je zrýchlenie a m_{ij} je koeficient hmotnosti. Po dosadení vzťahov (2.16, 2.18, 2.20) môžeme rovnicu (2.14) prepísať v maticovom zápise na

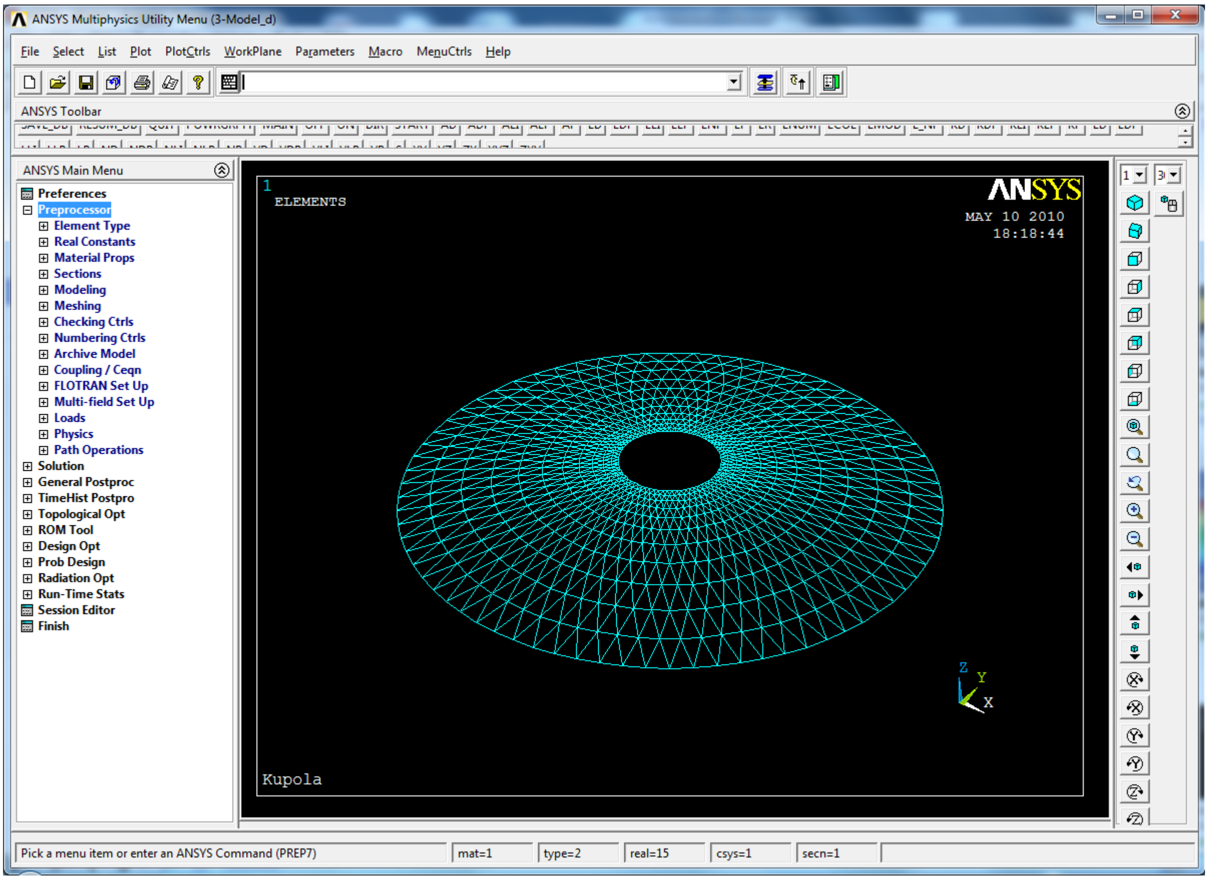
$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{p\} \tag{2.21}$$

Táto rovnica MDOF je ekvivalentná (2.10) pre každý uzol je rovnica SDOF reprezentovaná v rovnici, ktorá vyjadruje N pohybových rovníc, ktoré slúžia k definovaniu odozvy systému MDOF.

3. Program ANSYS

O základnej filozofii ANSYS hovoria výstižne slová jej prezidenta "We don't sell software, we license technology". Softwarový systém ANSYS, je jeden z najväčších a najrozšírenejších FEM systémov na svete. ANSYS ako jeden z referenčných systémov v USA, krajinách ES a v Japonsku je používaný na štátne a vojenské projekty. Jednou z veľkých predností tohto systému je možnosť využívať databanku výsledkov experimentálnych meraní skutočných fyzikálnych vlastností materiálov a to nielen v závislosti od deformácií, ale aj od času, teploty a hladín napätosti.

ANSYS umožňuje komplexne riešiť problémy z oblasti pevnostných výpočtov, analýzy teplotných, akustických, magnetických, elektrických a piezoelektrických polí a obecných potenciálových problémov.



Obr. 12 Príklad prostredia programu ANSYS

Systém obsahuje viac ako 100 základných konečných prvkov a p-prvkov (vyšších presností). Materiálové modely umožňujú zohľadniť anizotropné a ortotropné vlastnosti kompozitných materiálov a železobetónu, hyperelastické vlastnosti materiálov (napr. gumy), pružné a plastické deformácie, trhliny, zmrašťovanie a dotvarovanie v čase a pracovné diagramy s obecným priebehom. Systém uvažuje s teóriou malých a veľkých deformácií.

Pevnostný výpočet umožňuje statický, stabilitný, dynamický a termodynamický výpočet (modálna, stacionárna a nestacionárna analýza) s posúdením podľa noriem ASME a DIN.

Systém ANSYS je otvorený a prostredníctvom pre- a post- procesoru môže komunikovať s rôznymi užívateľskými programami a CAD systémami.

Preprocesor umožňuje modelovať konštrukciu ako teleso obecného tvaru (Solid modeling) s využitím Booleovských operácií, obecných spline plôch (Non-Uniform Rational B-splines), automatický meshing a adaptívne siete.

Postprocesor umožňuje graficky zobraziť numerické výsledky a s využitím APDL jazyka spracovať získané numerické výsledky. V prípade výpočtov v čase umožňuje animáciu pretvorenia konštrukcie. Systém ANSYS patrí medzi komplexné modulárne systémy s interface IGES pre CAD systémy, MSC/NASTRAN a s väzbou na ostatné grafické a výpočtové systémy.

Systém **ANSYS** obsahuje viac ako 100 základných prvkov v knižnici prvkov a nasledovné procedúry :

štrukturálna a dynamická analýza - statická, modálna a transientná analýza konštrukcií v kombinácii s nelineárnymi výpočtami a s problémami, ***nelineárna analýza***, ***termická analýza***, ***potenciálna analýza***, ***optimalizácia***, (10).

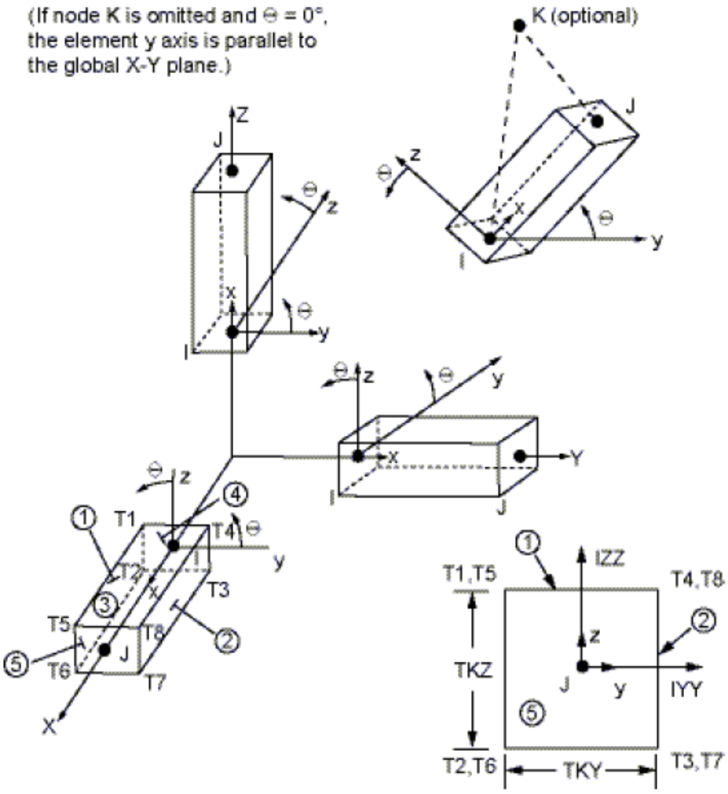
3.1. Použité elementy

a) BEAM4

BEAM4 je jednoosový 3D elastický prvok. Prvok má šesť stupňov voľnosti v každom uzle. Geometria, označenie uzlov, a koordinovanie systému pre tento prvok sú zobrazené na obrázku Obr. 13. Element je definovaný dvoma alebo tromi uzlami, tvarom, momentom zotrvačnosti (IZZ a IYY), dvomi hrúbkami (TKY a TKZ), uhlom pootočenia (θ) o x-os prvoku, krútiacim momentom zotrvačnosti (IXX), a materiálovými vlastnosťami. Na element môže byť pridaná hmotnosť na jednotku dĺžky pomocou príkazu ADDMAS.

OS prvku je orientovaná od uzla I k uzlu J. Pre kontrolu užívateľa nad natočením elementu od x-osy elementu, sa používa θ uhol (Theta), alebo možnosť tretieho uzlu. Ak sú obe možnosti definované, tretí uzol má prednosť. Tretí uzol (K), ak je použitý, definuje rovinu (s I a J), ktoré obsahujú prvok x a z osi (pozri Obr. 13.).

Je potrebné poznamenať, že umiestnenie uzlu (K), alebo uhlu (Theta), sa používa iba na začiatku orientovania elementu.



Obr. 13. Geometria BEAM4 elementu

Zhrnutie vstupných údajov

Uzly : I, J, K (K orientačný uzol)

Stupne voľnosti: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

Reálne konštanty: AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA, ISTRN, IXX, SHEARZ, SHEARY, SPIN, ADDMAAS

Materiálové charakteristiky : EX, ALPX, DENS, GXY, DAMP

Podmienky na plochu: Tlak

Podmienky na objem elementu : Teploty T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8

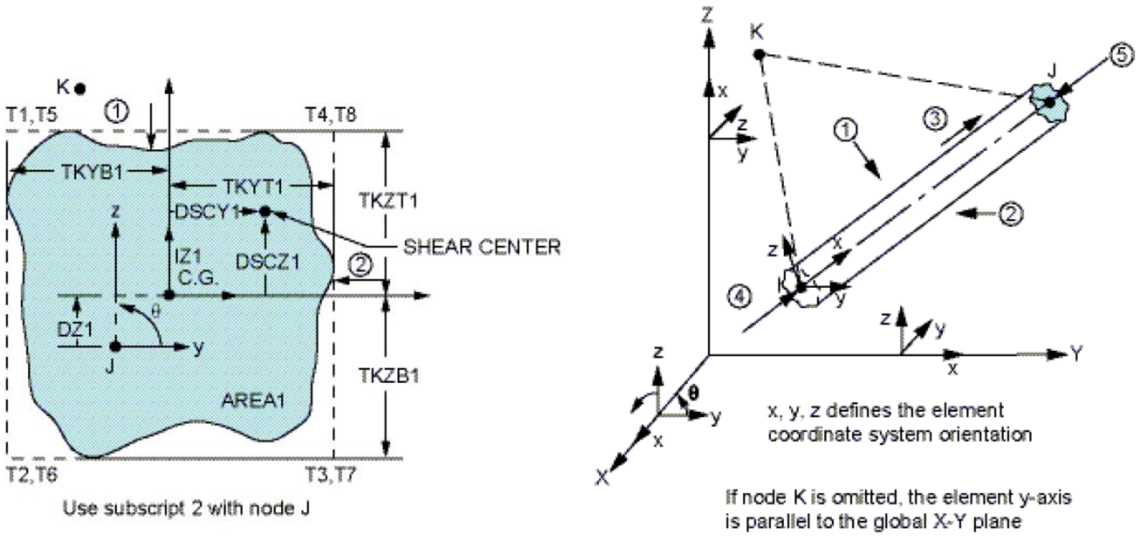
Špeciálne nastavenia: vystužujúci tlak, veľké deformácie, Gyroscopickú maticu tlmenia.

Zhrnutie výstupných údajov

Riešenie výstupu priamo spojeného s prvkom sú uzlové posuny. Ďalšie hodnoty akými sú šmyk, napätie, vnútorné sily a ďalšie možno získať z tabuľky elementu.

b) BEAM44

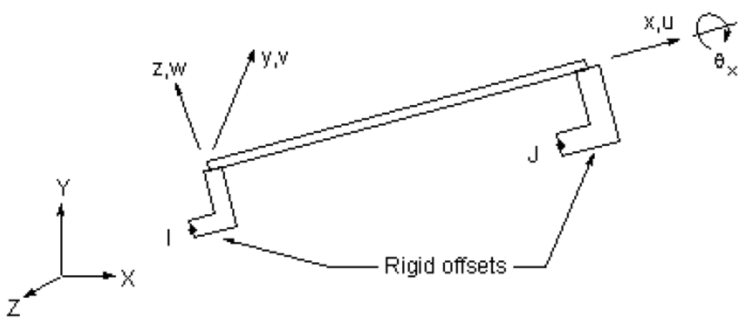
BEAM44 je 3D elastický kónický nesymetrický prvok. Tento prvok umožňuje rôzne asymetrickú geometriu na každom konci a umožňuje excentricitu koncovým uzlom. Ak tieto funkcie nie sú žiaduce, odporúča sa použiť BEAM4.



Obr. 14. Geometria BEAM44 elementu

Referenčný systém je definovaný uzlami I, J, a K, alebo orientáciou uhla, ako je uvedené v Obr. 14. Hlavné osi nosníka sú v prvku koordinované pozdĺž prierezu ťažiska (CG). OS prvku je orientovaná od uzla I (koniec 1) smerom k uzlu J (koniec 2). Pre kontrolu užívateľa nad natočením elementu od x-osi elementu, sa používa θ uhol (Theta), alebo možnosť tretieho uzlu. Ak sú obe možnosti definované, tretí uzol má prednosť.

Reálne konštanty opisujú prvok, pokiaľ ide o prierez, moment zotrvačnosti, odsadenie od ťažiska prvku, a šmykové vlastnosti. Momenty zotrvačnosti (IZ a IY), sú k bočnej osi nosníka. Torzný moment zotrvačnosti na konci 1 (IX1), ak nie je uvedený, predpokladá sa rovný momentu zotrvačnosti pri ukončení 1 (IZ1 + IY1).



Obr. 15. Príklad odsadenia BEAM44

Moment zotrvačnosti hodnôt na konci 2 (IX2, IY2, a IZ2), majú predvolené hodnoty zodpovedajúce ukončeniu 1. Odsadenia (DX, DY, DZ) definujú ťažisko umiestnenia vo vzťahu k uzlu umiestnenia. Všetky konštanty (okrem DX, DY, DZ a) na konci 2 majú predvolené hodnoty zodpovedajúce ukončeniu 1, ak sú nulové.

Zhrnutie vstupných údajov

Uzly : I, J, K (K orientačný uzol)

Stupne voľnosti: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

Reálne konštanty: AREA1, IZ1, IY1, TKZB1, TKYB1, IX1, AREA2, IZ2, IY2, TKZB2, TKYB2, IX2, DX1, DY1, DZ1, DX2, DY2, DZ2,SHEARZ, SHEARY, TKZT1, TKYT1, TKZT2, TKYT2, ARESZ1, ARESY1, ARESZ2, ARESY2, TSF1, TSF2,DSCZ1, DSCY1, DSCZ2, DSCY2, EFSZ, EFSY, Y1, Z1, Y2, Z2, Y3, Z3,Y4, Z4, Y1, Z1, Y2, Z2, Y3, Z3, Y4, Z4, THETA, ISTRN, ADDMAS

Materiálové charakteristiky : EX, ALPX, DENS, GXY, DAMP

Podmienky na plochu: Tlak

Podmienky na objem elementu : Teploty T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8

Špeciálne nastavenia: vystužujúci tlak, veľké deformácie, Gyroscopickú maticu tlmenia.

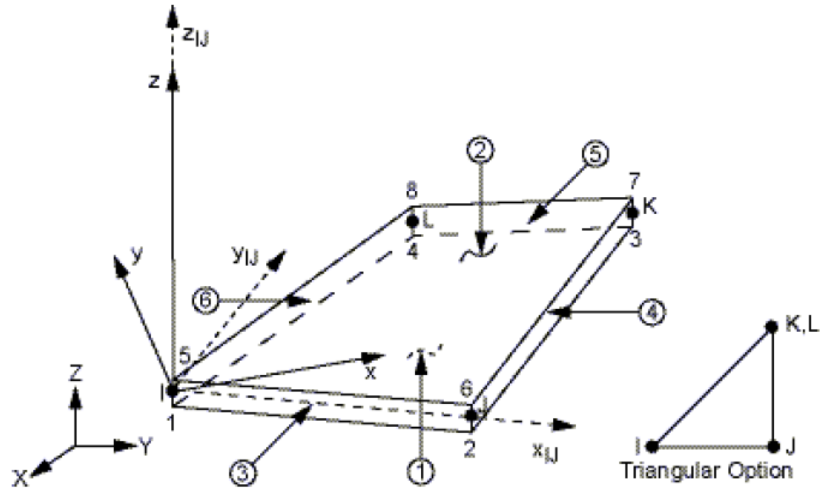
Zhrnutie výstupných údajov

Riešenie výstupu priamo spojeného s prvkom sú uzlové posuny. Ďalšie hodnoty akými sú šmyk, napätie, vnútorné sily a ďalšie možno získať z tabuľky elementu.

c) SHELL63

SHELL63 má dobré ohybové a membránové schopnosti. Je vhodný na modelovanie tenkých škrupinových konštrukcií. Prvok má šesť stupňov voľnosti v každom uzle. Element má vlastnosti plastické, dotvárania, veľkých deformácií.

Geometria prvku je zobrazená na Obr. 16. Element je definovaný štyrmi uzlami, štyrmi hrúbkami a ortotropickými materiálovými vlastnosťami. OS x prvku sa môže otáčať o uhol Theta (v stupňoch). Ak element má konštantnú hrúbku len TK (I) musí byť zadaná. Ak hrúbka nie je konštantná, musia byť všetky štyri hrúbky zadané. Prídavná hmotnosť ADMSUA je pridaná na jednotku plochy.



Obr. 16. Geometria SHELL63 elementu

Zhrnutie vstupných údajov

Uzly : I, J, K, L

Stupne voľnosti: UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

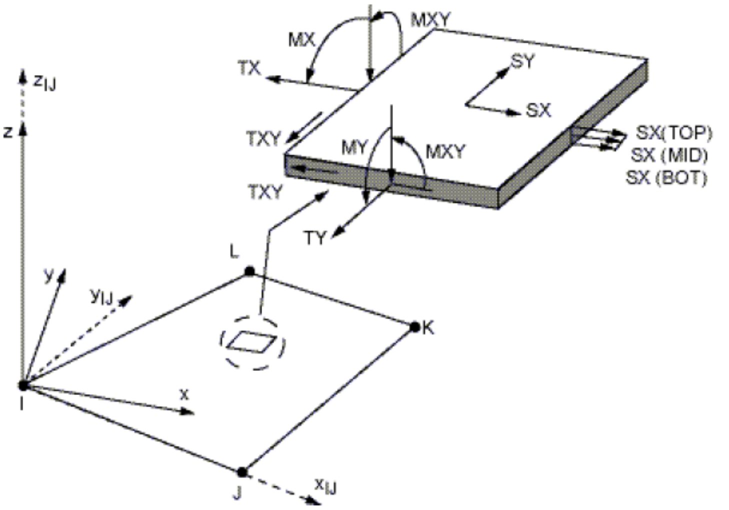
Reálne konštanty: TK(I), TK(J), TK(K), TK(L), EFS, THETA, RMI, CTOP, CBOT, ADMSUA

Materiálové charakteristiky : EX, EY, EZ, (PRXY, PRYZ, PRXZ), ALPX, ALPY, ALPZ, DENS, GXY, DAMP

Podmienky na plochu: Tlak

Podmienky na objem elementu : Teploty T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8

Špeciálne nastavenia: vystužujúci tlak, veľké deformácie, Gyroscopickú maticu tlmenia.



Obr. 17. Opis SHELL63 výstupu

Zhrnutie výstupných údajov

Riešenie výstupu priamo spojeného s prvkom sú uzlové posuny. Ďalšie hodnoty akými sú šmyk, napätie, vnútorné sily a ďalšie možno získať z tabuľky elementu a sú znázornené na Obr. 17.

3.2. Opis statického riešenia v programe ANSYS

Rovnice rovnováhy pre lineárne konštrukčné statické analýzy ako bolo uvedené v kapitole 2.1 sú:

$$[K]\{u\} = \{F\} \tag{3.1}$$

alebo

$$[K]\{u\} = \{F^a\} + \{F^r\} \tag{3.2}$$

kde:

$[K]$ = celková matica tuhosti = $\sum_{e=1}^{N}[\mathrm{K_e}]$

$\{u\}$ = vektor uzlových posunutí

N = celkový počet elementov

$[\mathrm{K_e}]$ = matica tuhosti elementu

$\{F^r\}$ = reakčný vektor

$\{F^a\}$ je zaťažovací vektor, je definovaný nasledovne:

$$\{F^a\} = \{F^{nd}\} + \{F^{ac}\} + \sum_{e=1}^{N}\left(\{F_e^{th}\} + \left\{F_e^{pr}\right\}\right) \tag{3.3}$$

kde:

$\{F^{nd}\}$ = uzlový vektor zaťaženia

$\{F^{ac}\}$ = $-[M]\{a_c\}$ = zrýchlenie vektora zaťaženia

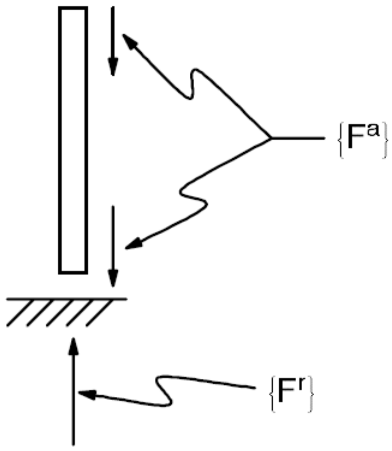
$[M]$ = matica hmotnosti

$\{a_c\}$ = celkového vektor rýchlenia

$\{F_e^{th}\}$ = tepelný zaťažovací vektor

$\left\{F_e^{pr}\right\}$ = tlakový zaťažovací vektor

Pre ilustráciu zaťaženia vektormi v rovnici (3.2), za jeden prvok, zaťažený len vlastnou váhou, ako ukazuje Obr. 18. Všimnite si, že nižšie použité gravitačné zaťaženie sa aplikuje priamo na uložene, a preto nespôsobuje deformácie, však prispieva k vektoru reakčného zaťaženia rovnako ako hore použité gravitačné zaťaženie, (11).



Obr. 18. Reakčný a zaťažovací vektor

Systém lineárnych rovníc generovaných metódou konečných prvkov pre statickú úlohu je riešený buď pomocou priamych metód alebo iteračnou metódou. K priamym eliminačným metódam patrí v prvom rade Gaussova eliminačná metóda pre riešenie neznámeho vektora premenných $\{u\}$ v rovnici (3.1). Priame metódy tiež zahŕňajú proces rozkladu (faktorizácie) matice [K] do dolnej a hornej trojuholníkovej matice [K] = [L] [U]. Potom sa doprednou a spätnou substitúciou pomocou [L] a [U] vypočíta presné riešenie vektora $\{u\}$. V programe sú zabudované dva priame solvery. Sparse Direct Solver a Frontal Solver, ktoré sú popísané v (11). Typická iteračná metóda zahŕňa pôvodný odhad, $\{u\}_1$ riešenia vektoru $\{u\}$ a potom následné kroky vedúce k opakovaniu postupnosti vektorov $\{u\}_2$, $\{u\}_3$, ... pre ktoré platí, že v limite, $\{u\}_n = \{u\}$ ak n sa blíži k nekonečnu. Výpočet $\{u\}_{n+1}$ zahŕňa [K], (F) a $\{u\}$ vektory z jednej alebo dvoch predchádzajúcich iterácií. Typické riešenie konverguje k určitej tolerancii po konečnom počte iterácií. Program ANSYS ponúka veľké množstvo iteračných solverov ako alternatívy k priamym metódam. Tieto alternatívy v mnohých prípadoch môže viesť k menej I/O alebo menej diskového priestoru a menší celkový čas. Použitím príkazu EQSLV,JCG zvolíme riešenie pomocou Jacobi Conjugate Gradient (JCG). K dispozícii je i riešenie pomocou Preconditioned Conjugate Gradient (EQSLV,PCG) a Incomplete Cholesky Conjugate Gradient (EQSLV,ICCG) . Všeobecne však možno povedať, že iteračné solvery nie sú tak robustné ako priame metódy, (11).

3.3. Opis riešenia vlastných tvarov v programe ANSYS

Tento typ analýzy (ANTYPE,MODAL) sa používa pre výpočet vlastných frekvencií a vlastných tvarov. Pohybové rovnice pre netlmený systém sú vyjadrené v maticovom zápise pomocou:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \tag{3.4}$$

Pre lineárny systém, budú vlastné frekvencie harmonické v tvare:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i \, t \tag{3.5}$$

kde:

$\{\phi\}_i$ = vlastný vektor odpovedajúci vlastnému tvaru i - tej vlastnej frekvencii

ω_i = i - ta vlastná cyklická frekvencia

t = čas

Potom možno rovnicu (3.4) upraviť do tvaru

$$(-\omega^2\,[M] + [K])\{\phi\}_i = \{0\} \tag{3.6}$$

Táto rovnica je splnená ak $\{\phi\}_i = \{0\}$ alebo determinant $([K] - \omega^2\,[M])$ je rovný nule. Splnenie prvej podmienky je triviálne má iba jedno riešenie, preto sa ňou nezaoberáme. Ďalej budeme uvažovať len druhú podmienku

$$|[K] - \omega^2\,[M]| = 0 \tag{3.7}$$

Táto rovnica predstavuje eigenvalue problém , ktorý môže byť vyriešený až s n hodnotami ω^2 a n vektory $\{\phi\}_i$, ktoré spĺňajú rovnicu (3.6). Vlastné frekvencie sa potom počítajú zo vzťahu:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \tag{3.8}$$

kde:

f_i = i - ta vlastná frekvencia (cyklická za jednotku času)

Program ANSYS ponúka širokú škálu metód na získanie vlastných čísel a vlastných vektorov ako napr.: redukovaná, metóda pod priestorov (subspace), blok Lanczos, nesymetrická, tlmená a QR tlmená metóda, (11).

4. Cieľ práce

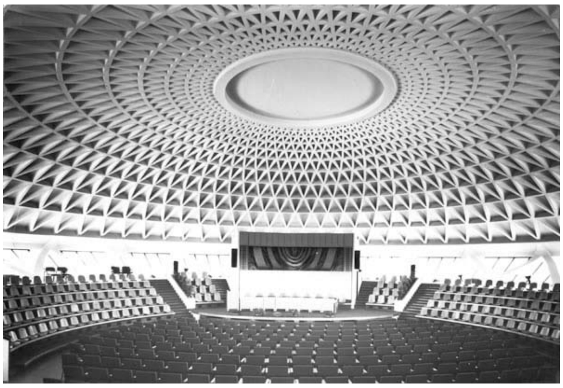
Analýza je súbor metód, ktorými získavame informácie o fyzikálnych vlastnostiach. Jednou z týchto metód je i počítačové modelovanie, v dnešnej dobe najrozšírenejší spôsob na zistenie neznámych hodnôt (posuny, napätia, deformácie). Škrupinové konštrukcie patria k náročným inžinierskym dielam preto počítačové modelovanie patrí k hlavným metódam získania týchto hodnôt.

Cieľom predkladanej diplomovej práce je porovnanie modelovacích postupov pre škrupinové konštrukcie. Ďalšie ciele práce možno definovať v nasledujúcich bodoch:

- Získanie poznatkov o problematike škrupinových konštrukcií.
- Vytvorenie výpočtového modelu vybranej škrupinovej konštrukcie.
- Statická a dynamická analýza konštrukcie.
- Porovnanie získaných výsledkov a odporúčania.

5. Výpočtový model

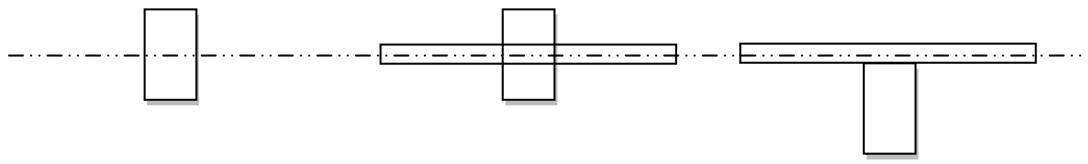
Za výpočtový model bola zvolená tenkostenná rebrová škrupina auly maxima SPU v Nitre (Slovenské ufo). Autormi komplexu sú Vladimír Dedeček, Rudolf Miňovský a je to odbornou verejnosťou uvádzané medzi najvyššie hodnotenými architektúrami z posledných tridsať rokov. Riešenie bolo v roku 1960-61 skutočne pokrokové, ale aj technicky veľmi náročné na presnosť a kvalitu remeselných prác. Náročný projekt realizovala stavebná spoločnosť Pozemné stavby n.p. Nitra. Aula (kapacita 600 miest) je navrhnutá ako kruhová aréna s priemerom 36 m, na jednopodlažnej viactraktovej podnoži, zaklenutá monolitickou rebrovou škrupinou do debnenia z armocementovaných dielov s tvarom sférických trojuholníkov. Zaťaženie klenby prenáša kruhový veniec do vidlicových pilierov, ktoré vytvárajú plášť spodnej časti auly v tvare komolého kužeľa. Aula je priamo osvetlená priebežným pásom zaskleného plášťa pod vencom kupoly, (12) a (13).

Obr. 19. Historický pohľad na exteriér na interiér auly maxima (r. 1970)

Obr. 20. Nočný pohľad na aulu maxima, (14)

V práci bola skúmaná škrupinová strešná konštrukcia tromi modelovacími prístupmi. Prvým z prístupov (Model A) je modelovanie iba nosnej konštrukcie s nahradením škrupiny pomocou jej tiažovej sily do uzlov. Druhým prístupom (Model B) je už model so škrupinou a vymodelovaná nosná konštrukcia je totožná s modelom A. Tretí prístup (Model C) je model reálnej konštrukcie s použitím excentrického pripojenia prútov. Schematický rozdiel medzi jednotlivými prístupmi je znázornený na Obr. 21.



Model A Model B Model C

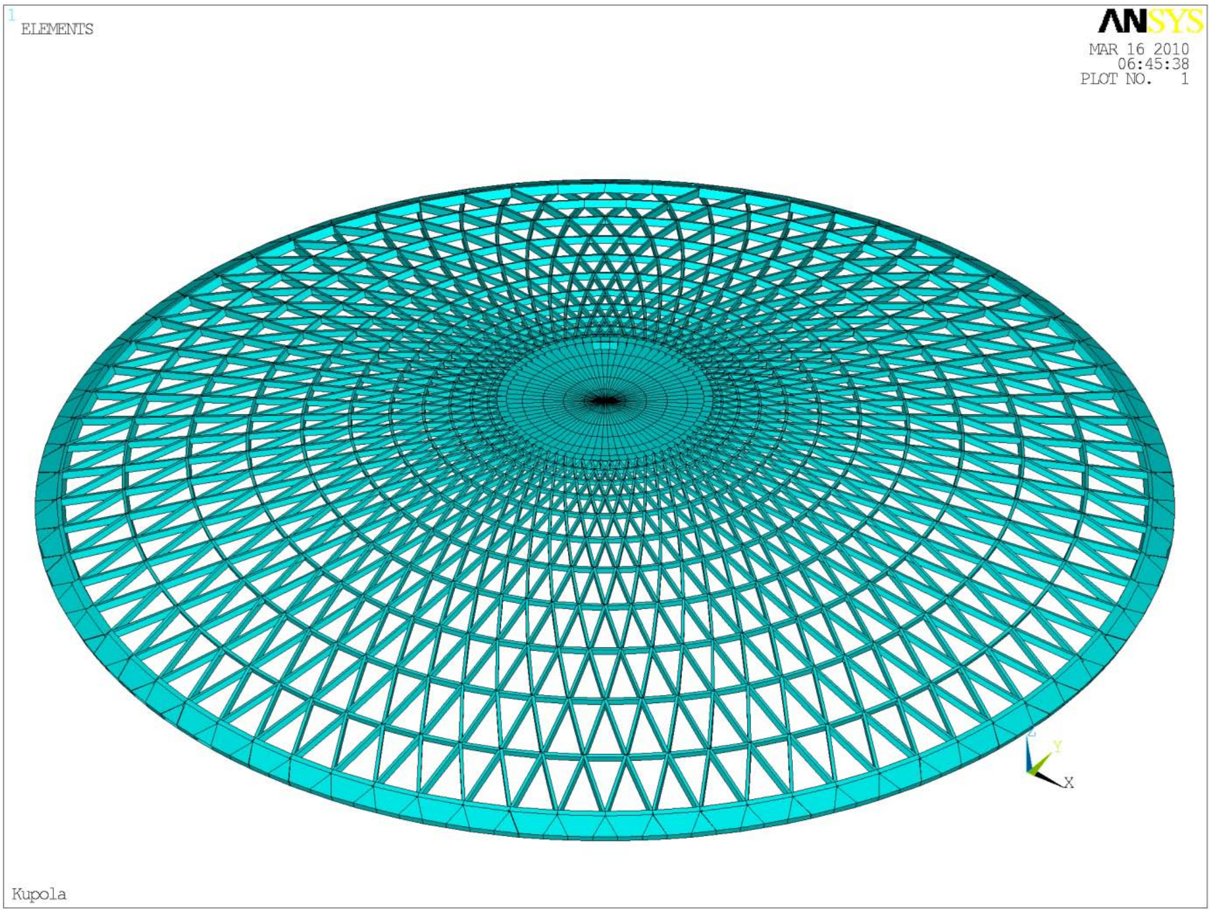
Obr. 21. Schematický model

5.1. Model A

V modeli A boli vymodelované iba nosné prvky s použitím beam prvku typu BEAM4. Premenlivá hrúbka pozdĺž logaritmických kriviek bola nahradená hrúbkou prislúchajúcou k nižšiemu uzlu daného prvku. Pre vymodelovanie hornej dosky a ukotvenia konštrukcie bol použitý SHELL63. Tenká škrupina zastrešenia nebola modelovaná, ale jej tiažové účinky boli nahradené tiažovou silou do styčníkov konštrukcie. Model je z hľadiska modelovacieho času najjednoduchší, má najnižšie hardwarové nároky (viď. výpis z programu ANSYS) a poskytuje menej presné informácie o reálnej konštrukcii.

Výpis z programu ANSYS pre model A.

```
DISPLAY FEM MODEL SIZE INFORMATION
***** FEM MODEL SIZE *****
Number of Defined Nodes     =     1297
Number of Defined Elements  =     2952
*************** MEMORY STATISTICS ***************
***** DATABASE STATUS *****
Current Database Position  =    1727019 Words     6.588 MB
Memory Resident Database   =   67108864 Words   256.000 MB
***** SOLUTION MEMORY *****
Binary I/O Page Size       =      16384 Words     0.062 MB
Buffer Scratch Memory      =     393216 Words     1.500 MB
Wavefront Available        =     8146
***** SPARSE DIRECT SOLVER USAGE *****
Number of Equations           =     7782
Number of Terms in Equations  =   193140
SPARSE solver memory in use   =    8.204 MB
```



Obr. 22. Axonometrický pohľad na Model A

Ďalšie pohľady možno nájsť v časti Model A.

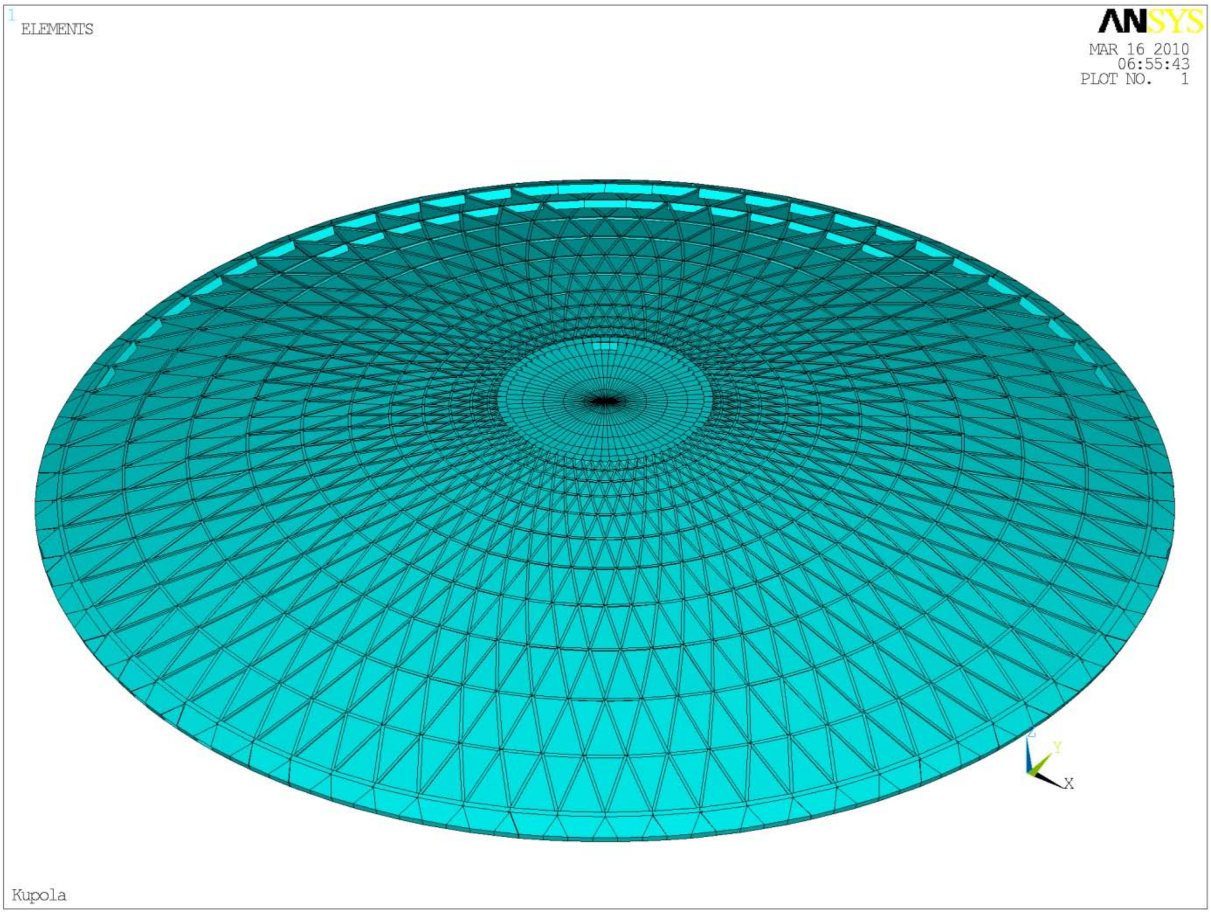
5.2. Model B

V Modeli B boli vymodelované nosné prvky s použitím beam prvku typu BEAM4. Premenlivá hrúbka pozdĺž logaritmických kriviek bola nahradená hrúbkou prislúchajúcou k nižšiemu uzlu daného prvku. Pre vymodelovanie hornej dosky a ukotvenia konštrukcie bol použitý SHELL63 presne ako pri Modeli A. Jediným rozdielom je, že tenká škrupina zastrešenia bola vymodelovaná pomocou SHELL63. Model dáva zjednodušenú predstavu o správaní konštrukcie.

Výpis z programu ANSYS pre model B.

```
DISPLAY FEM MODEL SIZE INFORMATION

***** FEM MODEL SIZE *****

Number of Defined Nodes     =          1297

Number of Defined Elements  =          4536

***************    MEMORY STATISTICS    ***************

*****    DATABASE STATUS    *****

Current Database Position          =       3104217 Words         11.842 MB
```

```
Memory Resident Database          =     67108864 Words        256.000 MB
                    *****   SOLUTION MEMORY   *****
Binary I/O Page Size              =        16384 Words          0.063 MB
Buffer Scratch Memory             =       393216 Words          1.500 MB
                *****  SPARSE DIRECT SOLVER USAGE  *****
         Number of Equations            =         7782
         Number of Terms in Equations  =       193140
        SPARSE solver memory in use    =         8.233 MB
```



Obr. 23 . Axonometrický pohľad na Model B

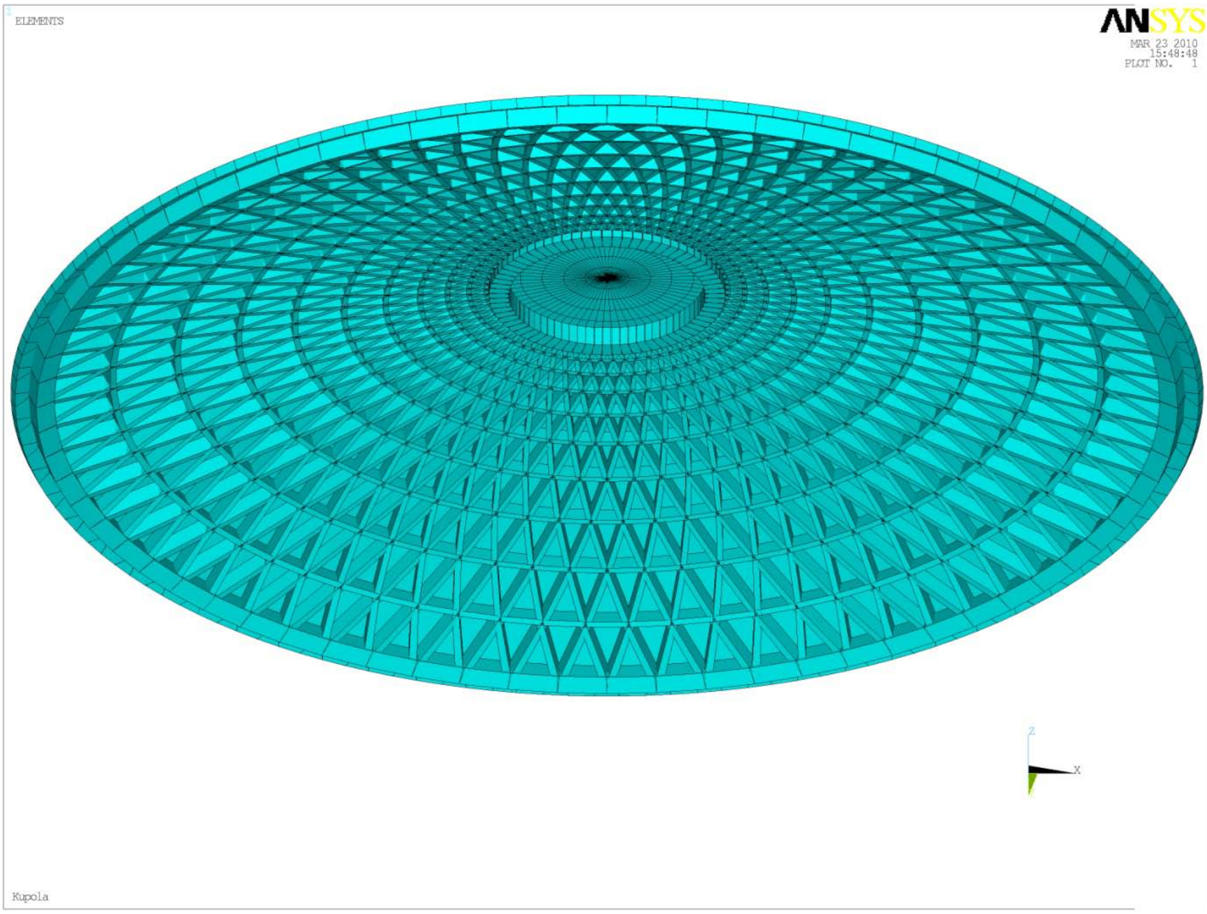
Ďalšie zaujímavé pohľady viď. Príloha časť Model B.

5.3. Model C

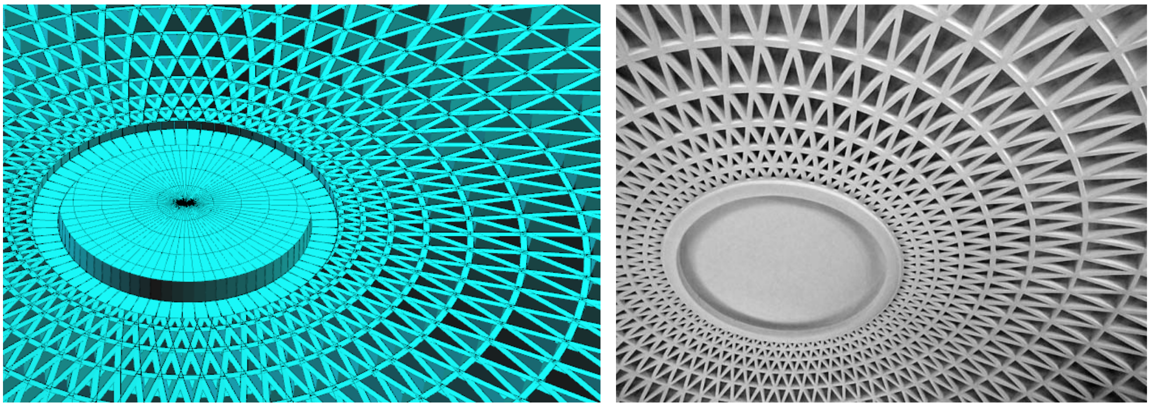
Model C predstavuje model reálnej konštrukcie s vymodelovaním excentricky pripojených nosných prvkov so zahrnutím premenlivej hrúbky s použitím prvoku BEAM44. Pre vymodelovanie hornej dosky, ukotvenia konštrukcie a tenkej škrupiny zastrešenia bol použitý prvok SHELL63. Model dáva najpresnejšiu predstavu o správaní sa reálnej konštrukcie a je najnáročnejší na modelovací čas i na nároky na výkon počítača.

Výpis z programu ANSYS pre model C.

```
DISPLAY FEM MODEL SIZE INFORMATION

***** FEM MODEL SIZE *****

Number of Defined Nodes     =      1297

Number of Defined Elements  =      4536

***************    MEMORY STATISTICS    ***************


*****    DATABASE STATUS    *****

Current Database Position        =     3178920 Words       12.127 MB

Memory Resident Database         =    67108864 Words      256.000 MB

*****    SOLUTION MEMORY    *****

Binary I/O Page Size             =       16384 Words        0.062 MB

Buffer Scratch Memory            =      393216 Words        1.500 MB

*****  SPARSE DIRECT SOLVER USAGE  *****

Number of Equations             =       7782

Number of Terms in Equations    =     193140

SPARSE solver memory in use    =      8.389 MB
```



Obr. 24. Pohľad zo spodu konštrukcie



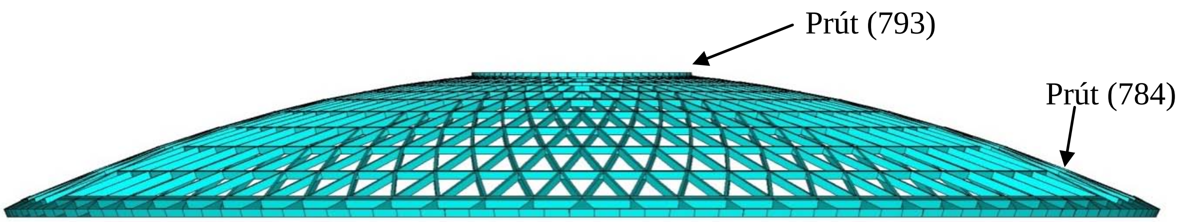
Obr. 25. Porovnanie vymodelovanej a reálnej konštrukcie

6. Numerické výpočty

6.1. Statická analýza

Pri statickej analýze konštrukcie boli skúmané a porovnávané neznáme hodnoty posunov uzlov a napätí na prútoch. Konštrukcia bola v programe ANSYS zaťažená tromi zaťažovacími stavmi a ich kombináciami. Zaťažovacie stavy boli: vlastná tiaž, zaťaženie strešnými vrstvami a zaťaženie snehom (pre danú snehovú oblasť podľa EN). Kombinácie týchto stavov boli nasledovné: vlastná tiaž + zaťaženie strešnými vrstvami, kombinácie všetkých troch zaťažení pri ktorej boli použité súčinitele spoľahlivosť pre strešný plášť 1,35 a pre sneh 1,55.

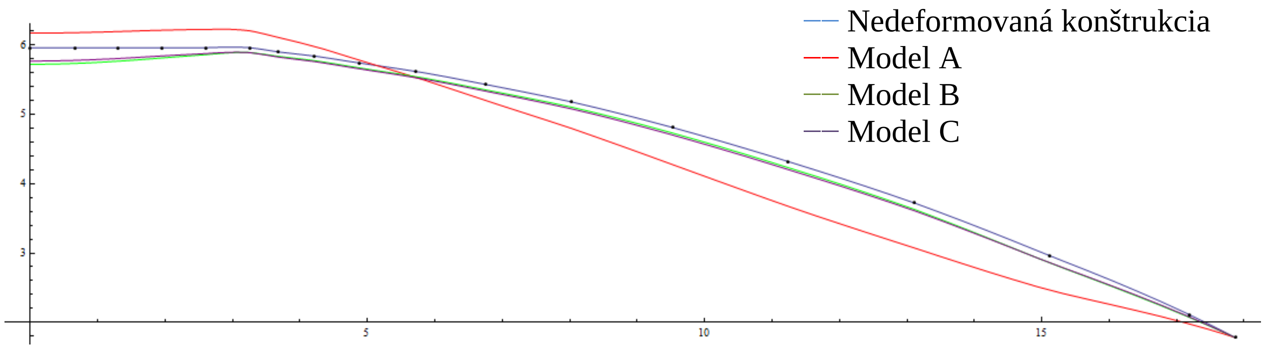
Porovnávané hodnoty posunov boli robené pre jeden rez. Pri porovnávaní napätí boli porovnávané hodnoty na vodorovných prútoch okrem spodného venca, kde je konštrukcia ukotvená.



Obr. 26 Znázornenie porovnávaných napätí prútov na konštrukcii

6.1.1. Posun konštrukcie v smere osi Z od vlastnej tiaže

V prvom porovnávaní bola konštrukcia každého modelu zaťažená vlastnou tiažou v programe ANSYS bol použitý príkaz ACEL, ktorý udeľuje konštrukcii zrýchlenie v požadovanom smere v našom prípade v smere osi Z. Pre Model A bola doplnená tiaž škrupiny tiažovou silou do uzlov. Porovnávať budeme posuny uzlov v jednom reze tak, že hodnoty modelu C budeme považovať za presné hodnoty s ktorými sa budú porovnávať ostatné modely. Grafické porovnanie je znázornené na Obr. 27, kde modrá farba znázorňuje pôvodnú nedeformovanú konštrukciu, červená posuny Model A, zelená posuny Model B a fialová farba posuny Model C. Všetky posuny sú prenásobené 100x aby bolo lepšie vidieť účinky vlastnej tiaže na konštrukciu.

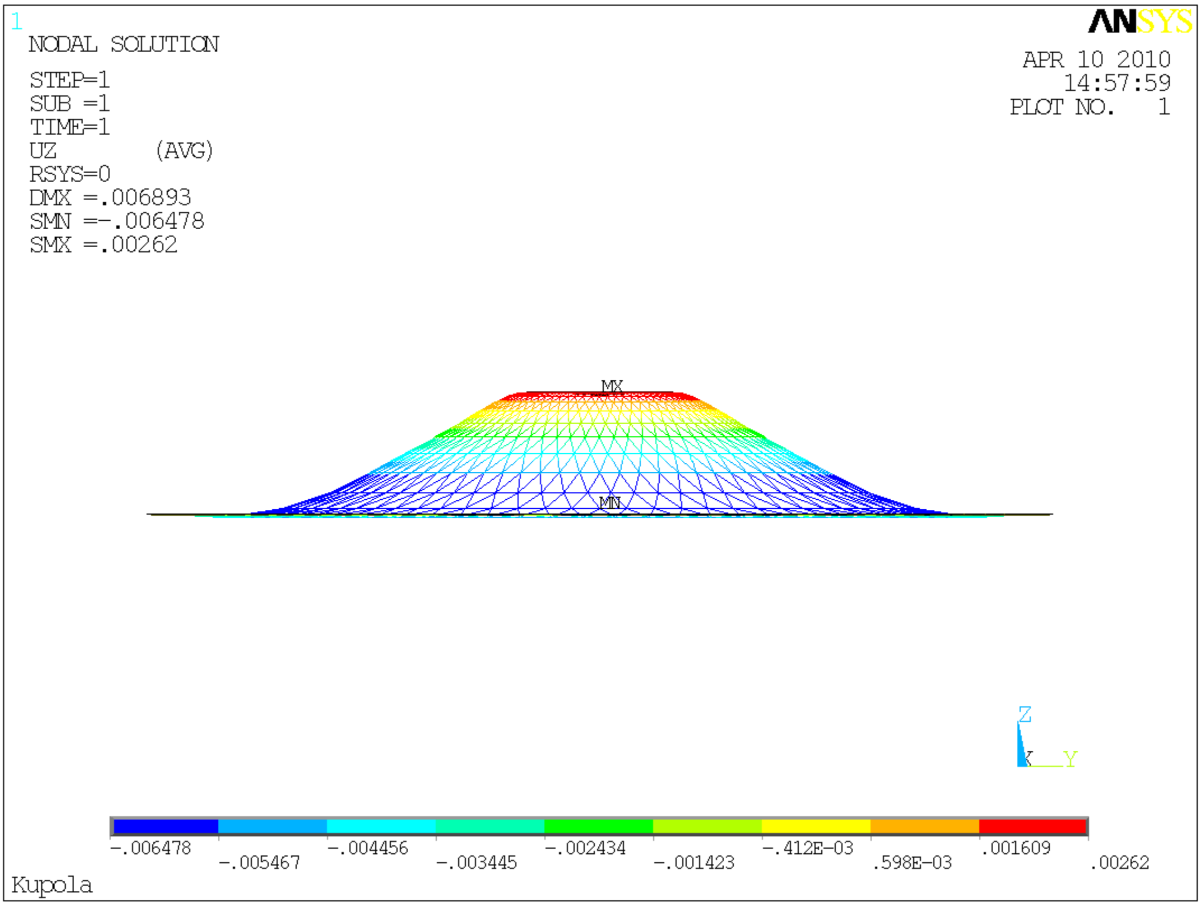


Obr. 27 Porovnanie posunov od vlastnej tiaže v jednotlivých modeloch

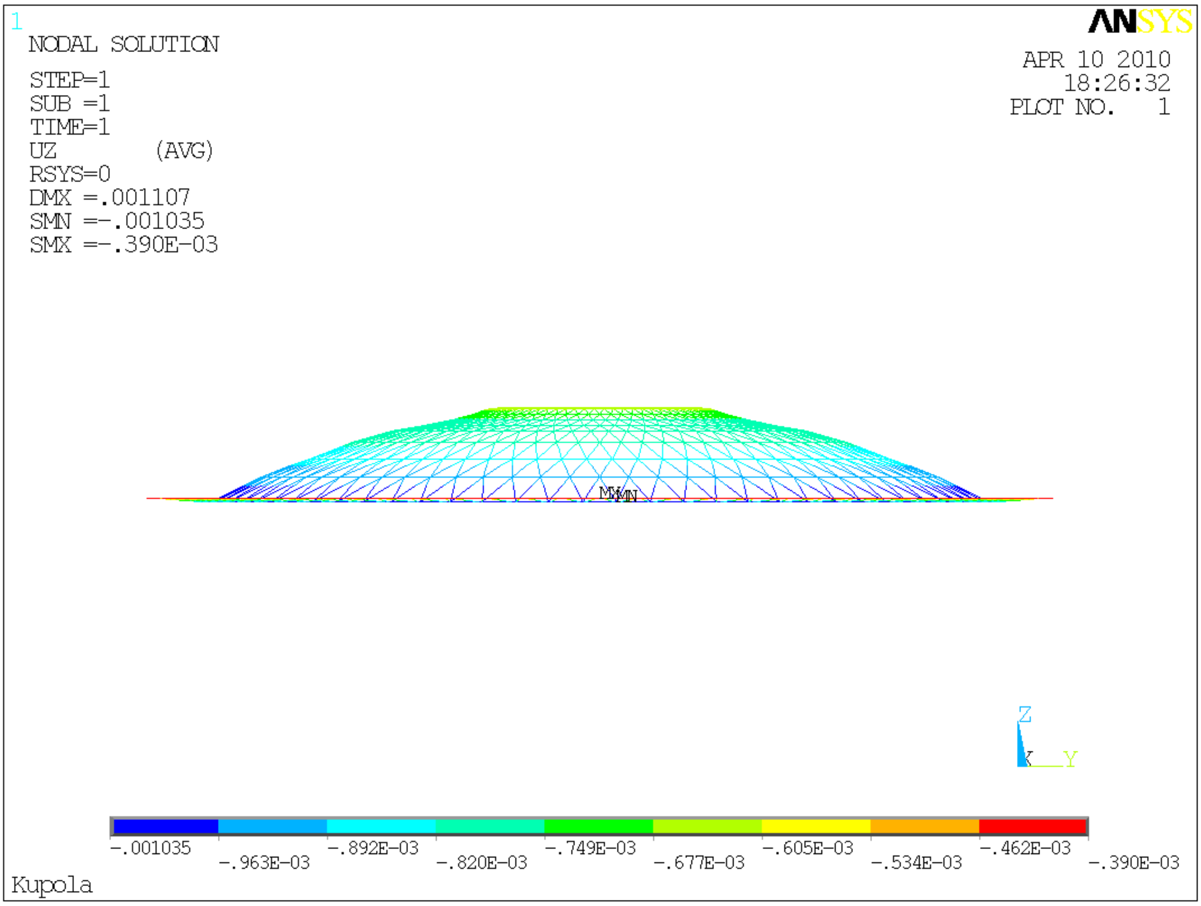
Ako je vidieť na Obr. 27 konštrukcia bez vymodelovanej tenkej škrupiny ale s tiažovou silou v uzlových bodoch má väčšie posuny čo je vidieť i v Tab. 1. Model A nepopisuje správanie správne, pretože tenká škrupina spevňuje konštrukciu bez tejto vlastnosti model podáva skreslené údaje. Modely s vymodelovanou škrupinou majú podobné výsledky čo vidieť z grafu, kde sa tieto dve hodnoty prekrývajú. Detailnejšie porovnanie uzlových posunov je znázornené v Tab. 6, kde sú posuny porovnané s relatívnou chybou oproti modelu C.

Model Uzol	Posuny v uzloch Model A [m]	Posuny v uzloch Model B [m]	Posuny v uzloch Model C [m]
1801	2,108E-03	-2,385E-03	-1,918E-03
1701	2,173E-03	-2,264E-03	-1,818E-03
1601	2,339E-03	-1,936E-03	-1,547E-03
1501	2,529E-03	-1,475E-03	-1,182E-03
1401	2,620E-03	-1,006E-03	-8,464E-04
1301	2,438E-03	-7,021E-04	-7,149E-04
1201	2,075E-03	-6,476E-04	-7,464E-04
1101	1,408E-03	-6,529E-04	-7,859E-04
1001	4,097E-04	-7,095E-04	-8,418E-04
901	-8,493E-04	-7,586E-04	-8,936E-04
801	-2,313E-03	-7,871E-04	-9,598E-04
701	-3,819E-03	-7,566E-04	-1,001E-03
601	-5,344E-03	-7,998E-04	-1,080E-03
501	-6,454E-03	-8,717E-04	-1,156E-03
401	-6,478E-03	-9,195E-04	-1,118E-03
301	-4,979E-03	-1,035E-03	-1,012E-03
201	-1,329E-03	-3,903E-04	-3,252E-04
1	0	0	0

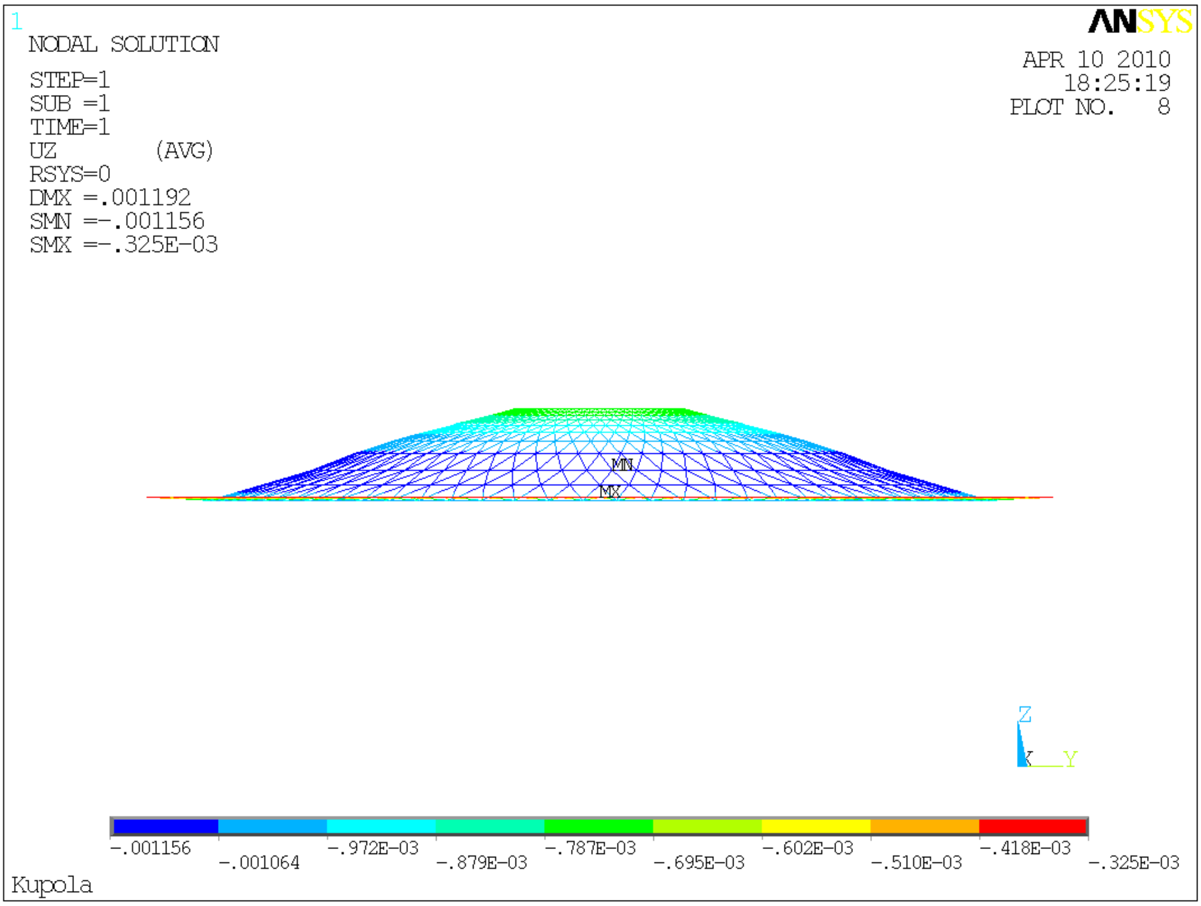
Tab. 1 Posuny uzlov pre jednotlivé modely od vlastnej tiaže



Obr. 28 Posuny uzlov pre Model A od vlastnej tiaže



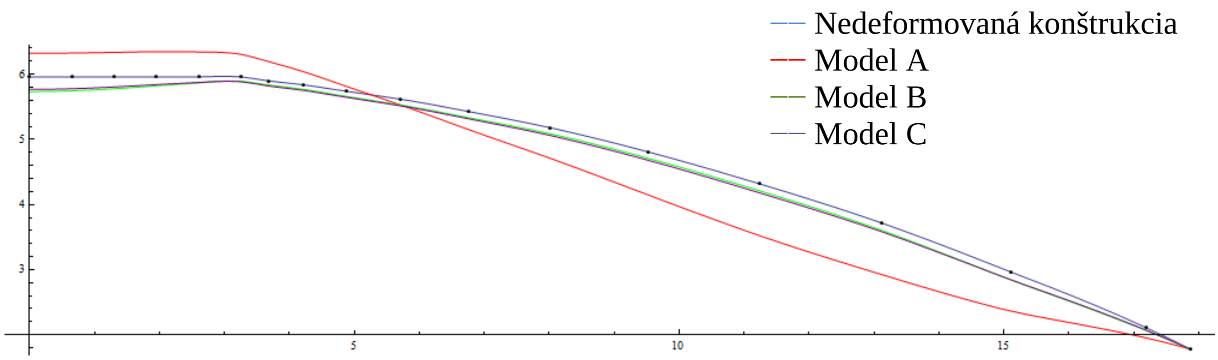
Obr. 29 Posuny uzlov pre Model B od vlastnej tiaže



Obr. 30 Posuny uzlov pre Model C od vlastnej tiaže

6.1.2. Posun konštrukcie v smere osi Z od zaťaženia vrstvami strešného plášťa

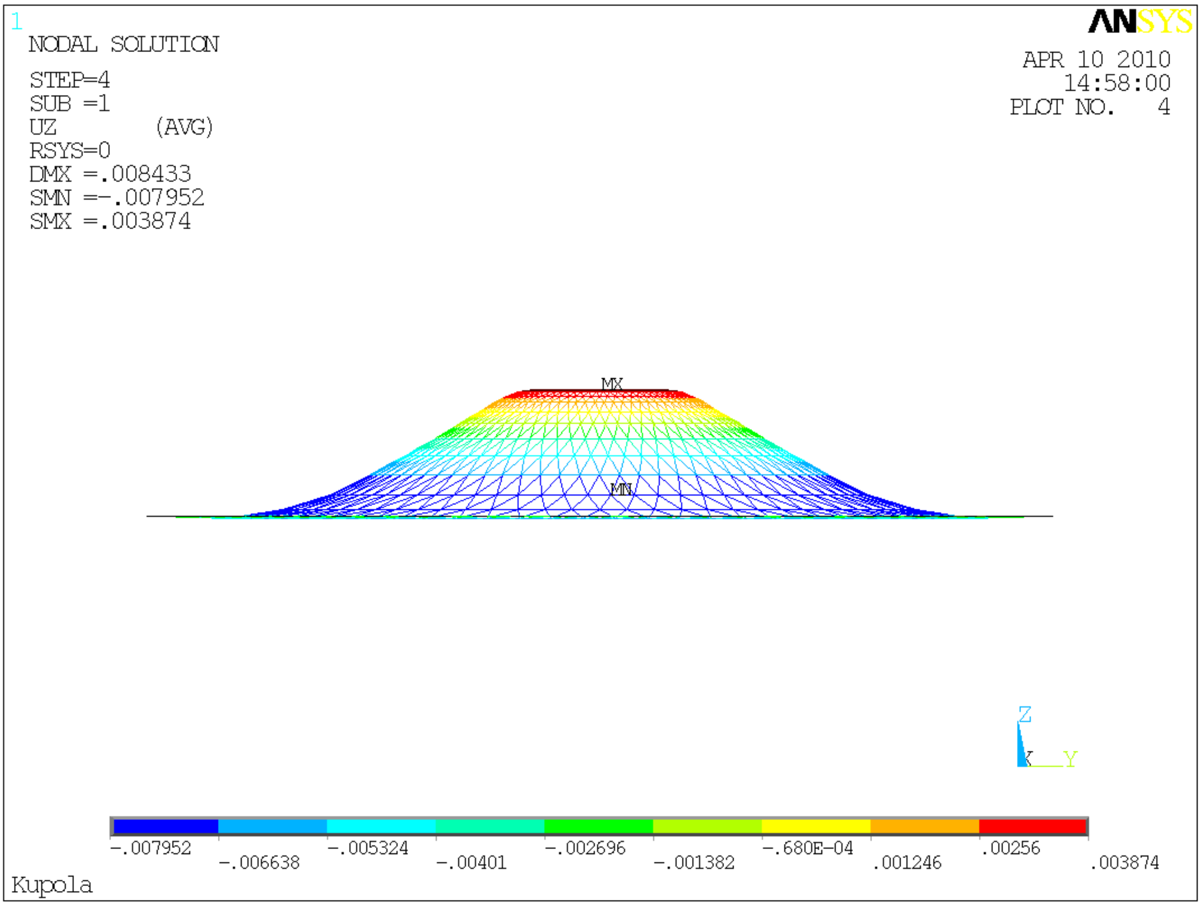
V ďalšom porovnávaní bola konštrukcia modelov zaťažená tiažovou silou do uzlov od vrstiev strešného plášťa. Bola uvažovaná sila 0.5 kN/m^2. Pre model A bola doplnená tiaž škrupiny tiažovou silou do uzlov. Grafické porovnanie je znázornené na Obr. 31, kde modrá farba znázorňuje pôvodnú nedeformovanú konštrukciu, červená posuny v modeli A, zelená posuny v modeli B a fialová farba posuny v modeli C. Všetky posuny sú prenásobené 100x aby bolo lepšie vidieť ich účinky na konštrukciu. Detailnejšie porovnanie posunov je znázornené v Tab. 7, kde sú posuny porovnané s relatívnou chybou oproti modelu C.



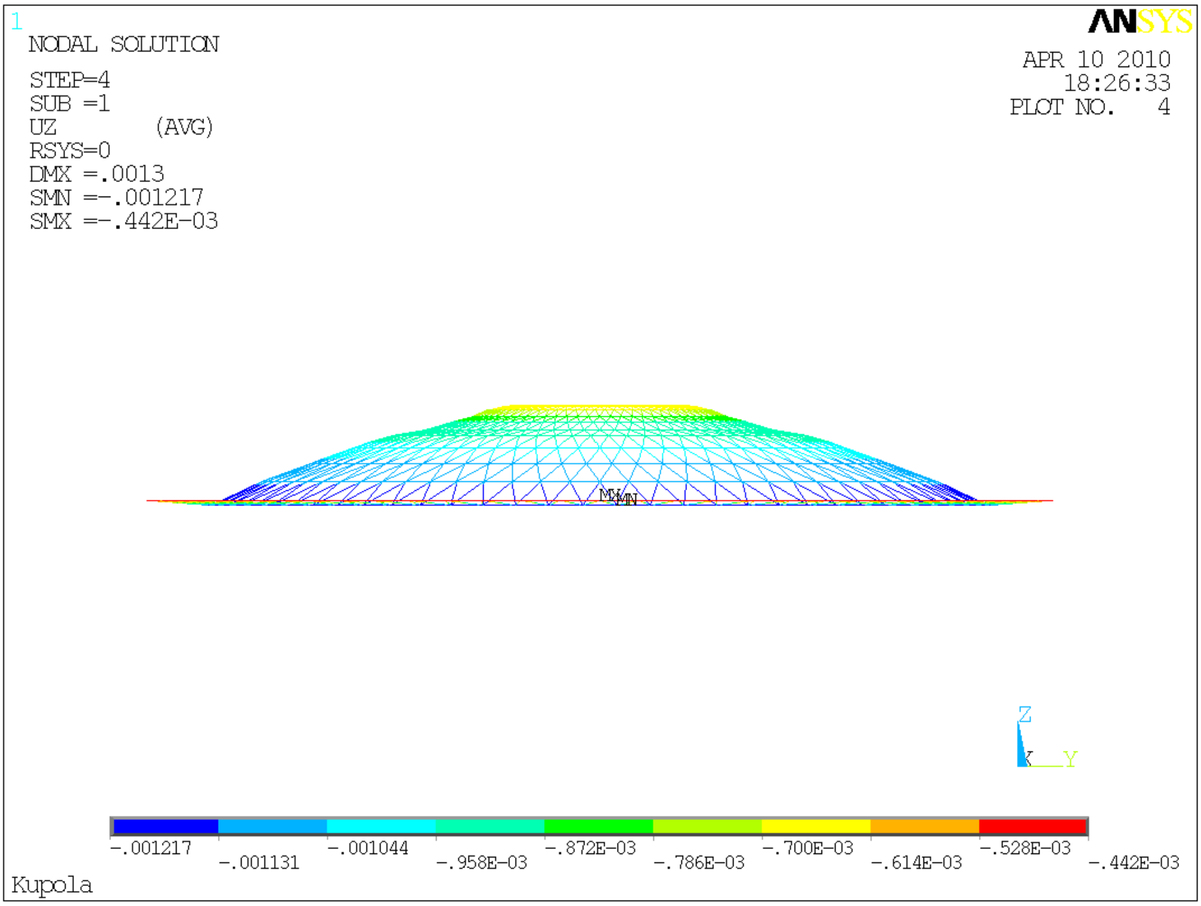
Obr. 31 Porovnanie posunov od zaťaženia strešnými vrstvami v jednotlivých modeloch

Model Uzol	Posuny v uzloch Model A [m]	Posuny v uzloch Model B [m]	Posuny v uzloch Model C [m]
1801	3,621E-03	-2,247E-03	-1,908E-03
1701	3,667E-03	-2,130E-03	-1,808E-03
1601	3,777E-03	-1,811E-03	-1,539E-03
1501	3,874E-03	-1,366E-03	-1,178E-03
1401	3,831E-03	-9,226E-04	-8,513E-04
1301	3,472E-03	-6,578E-04	-7,366E-04
1201	2,958E-03	-6,376E-04	-7,847E-04
1101	2,062E-03	-6,883E-04	-8,462E-04
1001	7,553E-04	-7,946E-04	-9,303E-04
901	-8,811E-04	-8,860E-04	-1,014E-03
801	-2,767E-03	-9,429E-04	-1,114E-03
701	-4,696E-03	-9,226E-04	-1,185E-03
601	-6,605E-03	-9,811E-04	-1,291E-03
501	-7,952E-03	-1,069E-03	-1,385E-03
401	-7,922E-03	-1,116E-03	-1,335E-03
301	-6,005E-03	-1,217E-03	-1,195E-03
201	-1,574E-03	-4,416E-04	-3,777E-04
1	0	0	0

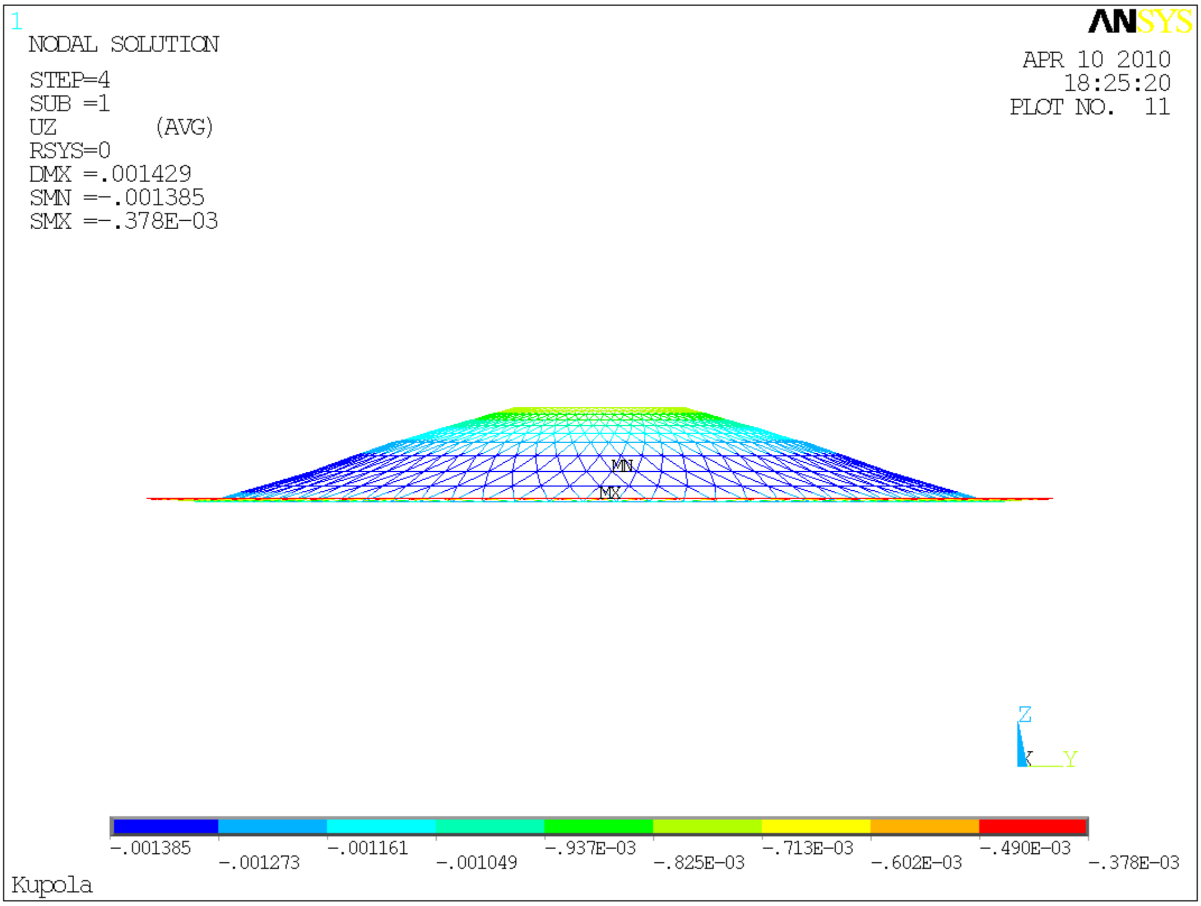
Tab. 2 Posuny uzlov pre jednotlivé modely od zaťaženia vrstvami strešného plášťa



Obr. 32 Posuny uzlov pre Model A od zaťaženia vrstvami strešného plášťa



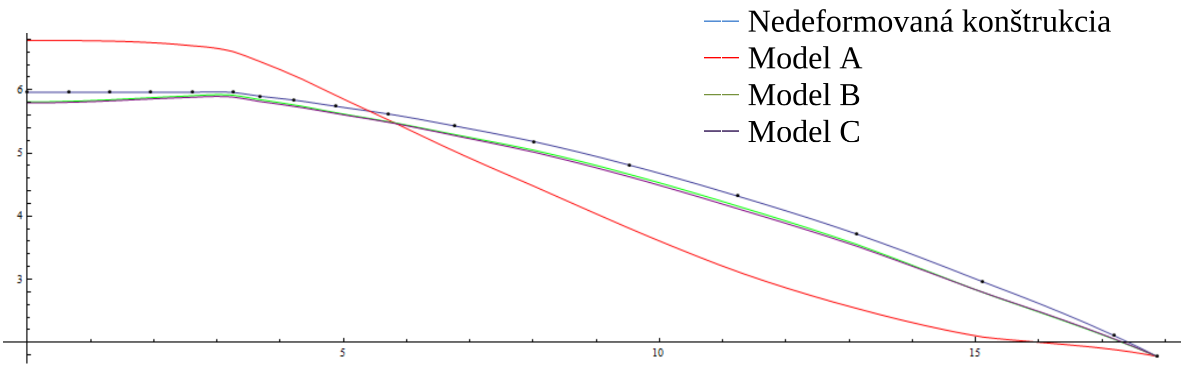
Obr. 33 Posuny uzlov pre Model B od zaťaženia vrstvami strešného plášťa



Obr. 34 Posuny uzlov pre Model C od zaťaženia vrstvami strešného plášťa

6.1.3. Posun konštrukcie v smere osi Z od kombinácii zaťažení

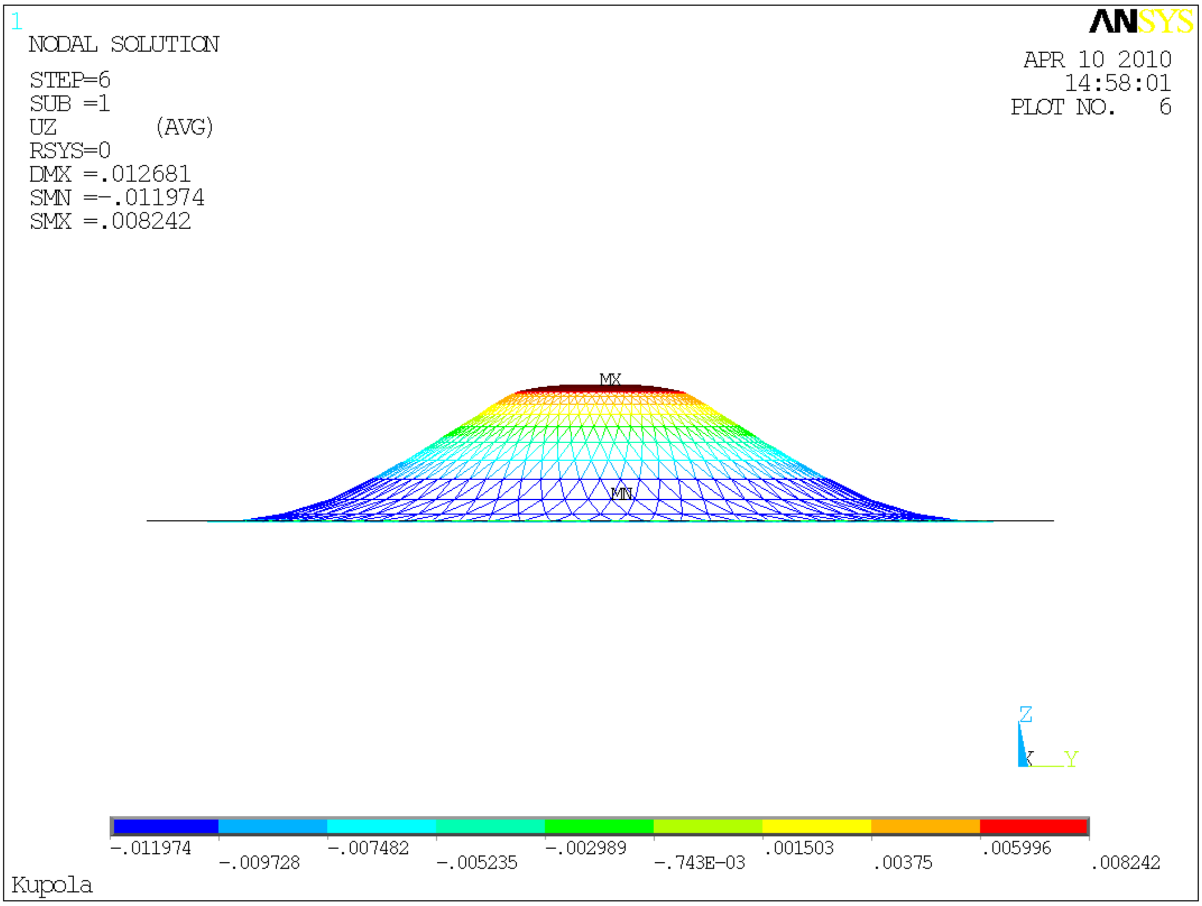
V posledným porovnávaní posunov konštrukcie bolo uvažované zaťaženie vlastnou tiažou, tiažovou silou do uzlov od vrstiev strešného plášťa a zo snehovým zaťažením podľa EN pre danú oblasť modelované ako tiažová sila do uzlov. V modeli A bola domodelovaná tenká škrupina. Pri kombinácii zaťažení boli použité súčinitele spoľahlivosť pre strešný plášť 1.35 a pre sneh 1.55 . Pre model A bola doplnená tiaž škrupiny tiažovou silou do uzlov. Grafické porovnanie je znázornené na Obr. 35, kde modrá farba znázorňuje pôvodnú nedeformovanú konštrukciu, červená posuny v modeli A, zelená posuny v modeli B a fialová farba posuny v modeli C. Všetky posuny sú prenásobené 100x aby bolo lepšie vidieť ich účinky na konštrukciu. Detailnejšie porovnanie uzlových posunov je v Tab. 8, kde sú posuny porovnané s relatívnou chybou oproti modelu C.



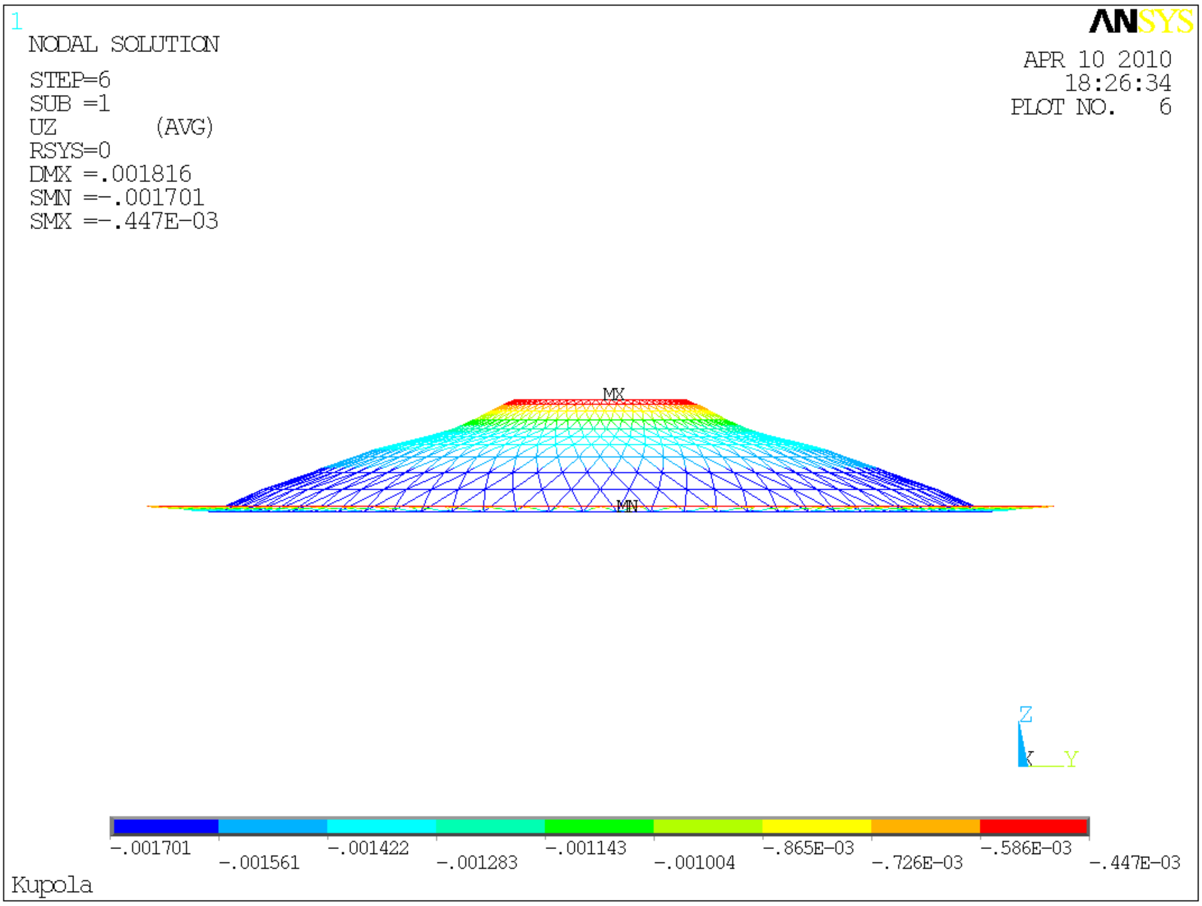
Obr. 35 Porovnanie posunov od kombinácii zaťažení v jednotlivých modeloch

Model Uzol	Posuny v uzloch Model A [m]	Posuny v uzloch Model B [m]	Posuny v uzloch Model C [m]
1801	8,242E-03	-1,501E-03	-1,652E-03
1701	8,220E-03	-1,408E-03	-1,565E-03
1601	8,126E-03	-1,161E-03	-1,335E-03
1501	7,888E-03	-8,311E-04	-1,034E-03
1401	7,387E-03	-5,384E-04	-7,809E-04
1301	6,458E-03	-4,470E-04	-7,408E-04
1201	5,492E-03	-5,486E-04	-8,396E-04
1101	3,933E-03	-7,482E-04	-9,676E-04
1001	1,747E-03	-1,008E-03	-1,136E-03
901	-9,469E-04	-1,226E-03	-1,313E-03
801	-3,999E-03	-1,363E-03	-1,515E-03
701	-7,075E-03	-1,370E-03	-1,670E-03
601	-1,001E-02	-1,466E-03	-1,854E-03
501	-1,197E-02	-1,593E-03	-1,995E-03
401	-1,179E-02	-1,640E-03	-1,912E-03
301	-8,743E-03	-1,701E-03	-1,682E-03
201	-2,227E-03	-5,787E-04	-5,169E-04
1	0	0	0

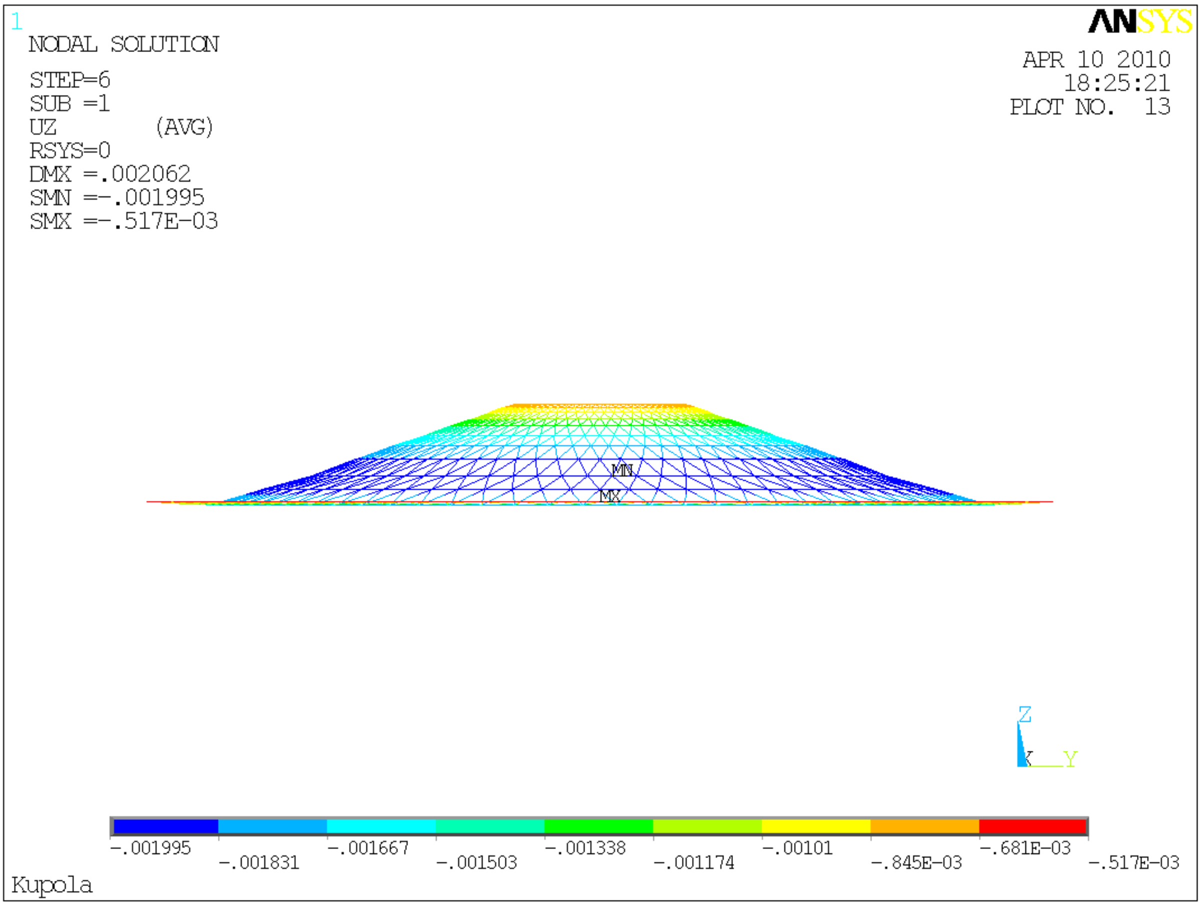
Tab. 3 Posuny uzlov pre jednotlivé modely od kombinácii zaťažení



Obr. 36 Posuny uzlov pre Model A od kombinácii zaťažení



Obr. 37 Posuny uzlov pre Model B od kombinácii zaťažení



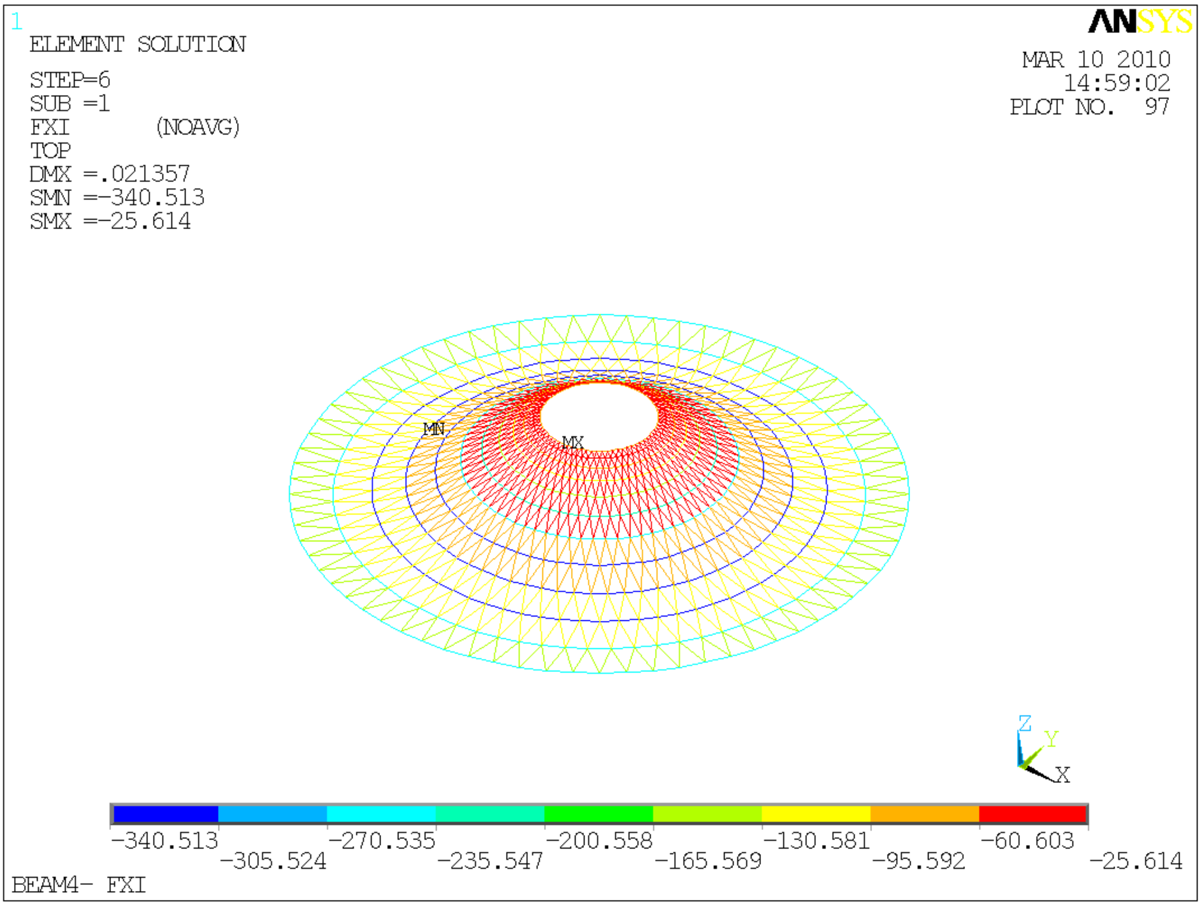
Obr. 38 Posuny uzlov pre Model C od kombinácii zaťažení

6.1.4. Vnútorné sily

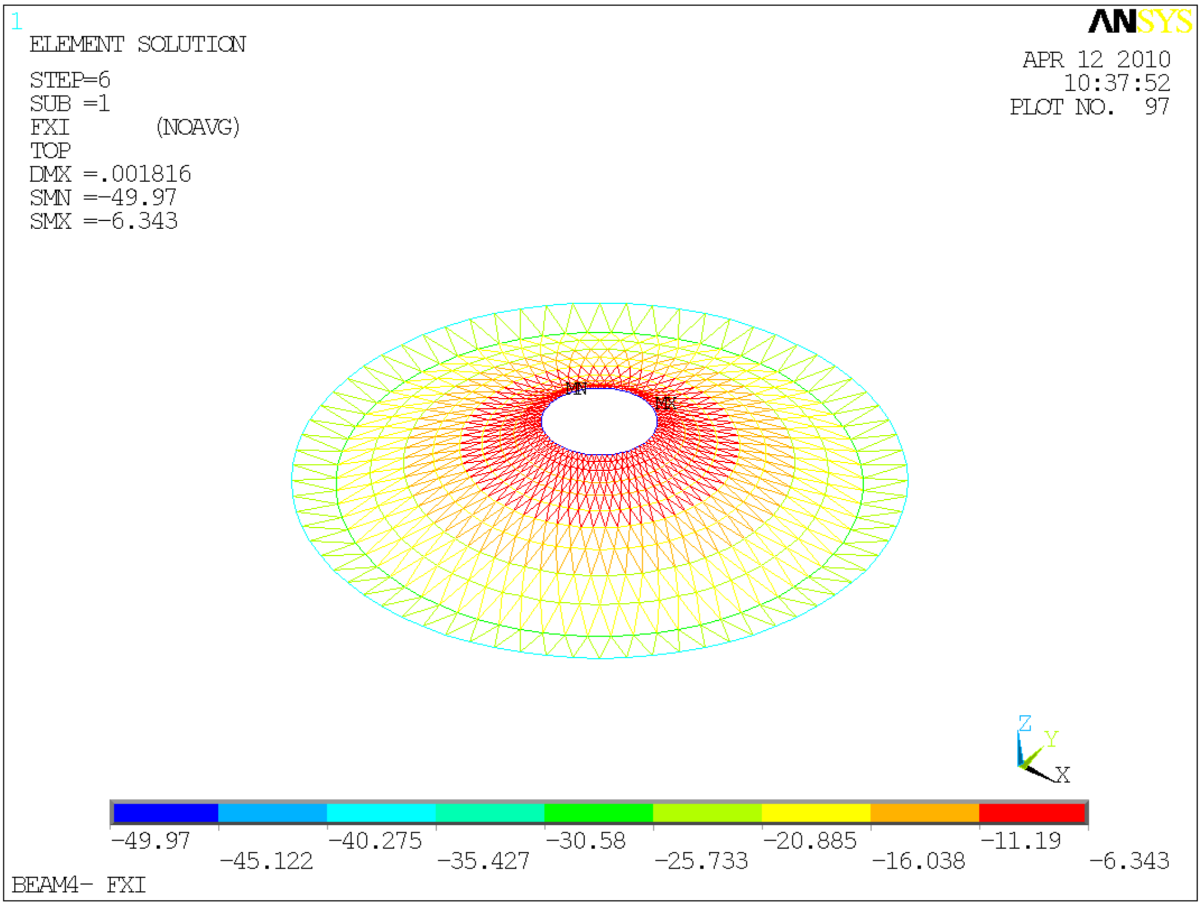
Porovnanie vnútorných síl na elementoch budeme robiť pre maximálne zaťaženú konštrukciu, kde bolo uvažované zaťaženie vlastnou tiažou, tiažovou silou do uzlov od vrstiev strešného plášťa a zo snehovým zaťažením podľa EN pre danú oblasť modelované ako tiažová sila do uzlov a prenásobené súčiniteľmi spoľahlivosti. Porovnávať budeme BEAM elementy znázornené na Obr. 26. Hodnoty vnútorných síl sú znázornené v Tab. 4, kde môžeme vidieť, že pre Model A sú hodnoty vnútorných síl o stovky % väčšie ako hodnoty vnútorných síl pre Model C. Detailnejšie porovnanie možno vidieť v Tab. 9, kde sú vnútorné sily porovnané s relatívnou chybou oproti modelu C.

Model Prút	Vnútorné sily Model A [kPa]	Vnútorné sily Model B [kPa]	Vnútorné sily Model C [kPa]
784	-198,70	-24,936	-24,255
785	-200,84	-22,380	-25,043
786	-178,87	-19,549	-23,073
787	-146,89	-17,562	-20,621
788	-118,40	-17,242	-19,148
789	-86,563	-15,437	-16,946
790	-61,384	-13,064	-15,187
791	-36,227	-9,7208	-12,915
792	-20,692	-7,4290	-11,108
793	-64,237	-49,970	-102,26

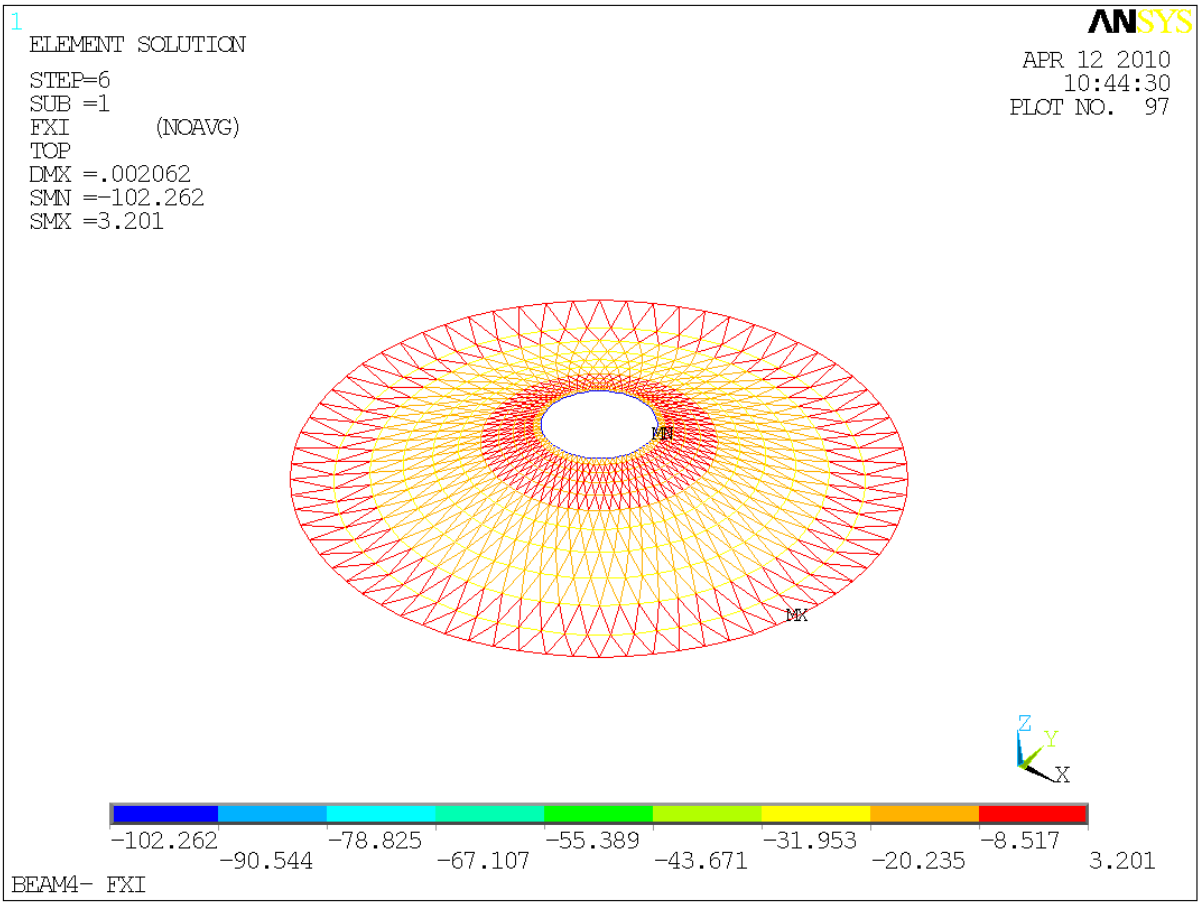
Tab. 4 Vnútorné sily na prútoch



Obr. 39 Vnútorné sily Model A



Obr. 40 Vnútorné sily Model B



Obr. 41 Vnútorné sily Model C

6.2. Dynamická analýza

Pri statickom výpočte sa predpokladá, že celá konštrukcia so silami je v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe. Statické riešenie vo veľkej väčšine prípadov dáva dostatočne správne údaje. V mnohých prípadoch, najmä pri náročných konštrukciách, musíme previesť i dynamickú analýzu ako to predpisujú normy. Dynamický výpočet možno rozdeliť do troch blokov:

a. Výpočet vlastných frekvencií – vyšetriť dynamické vlastnosti konštrukcie.
b. Výpočet odozvy na dané zaťaženie.
c. Posúdenie dynamického chovania podľa predpísanej normy,(15).

V práci sa budeme zaoberať výpočtom vlastných frekvencií a ich porovnaním.

6.2.1. Vlastné frekvencie

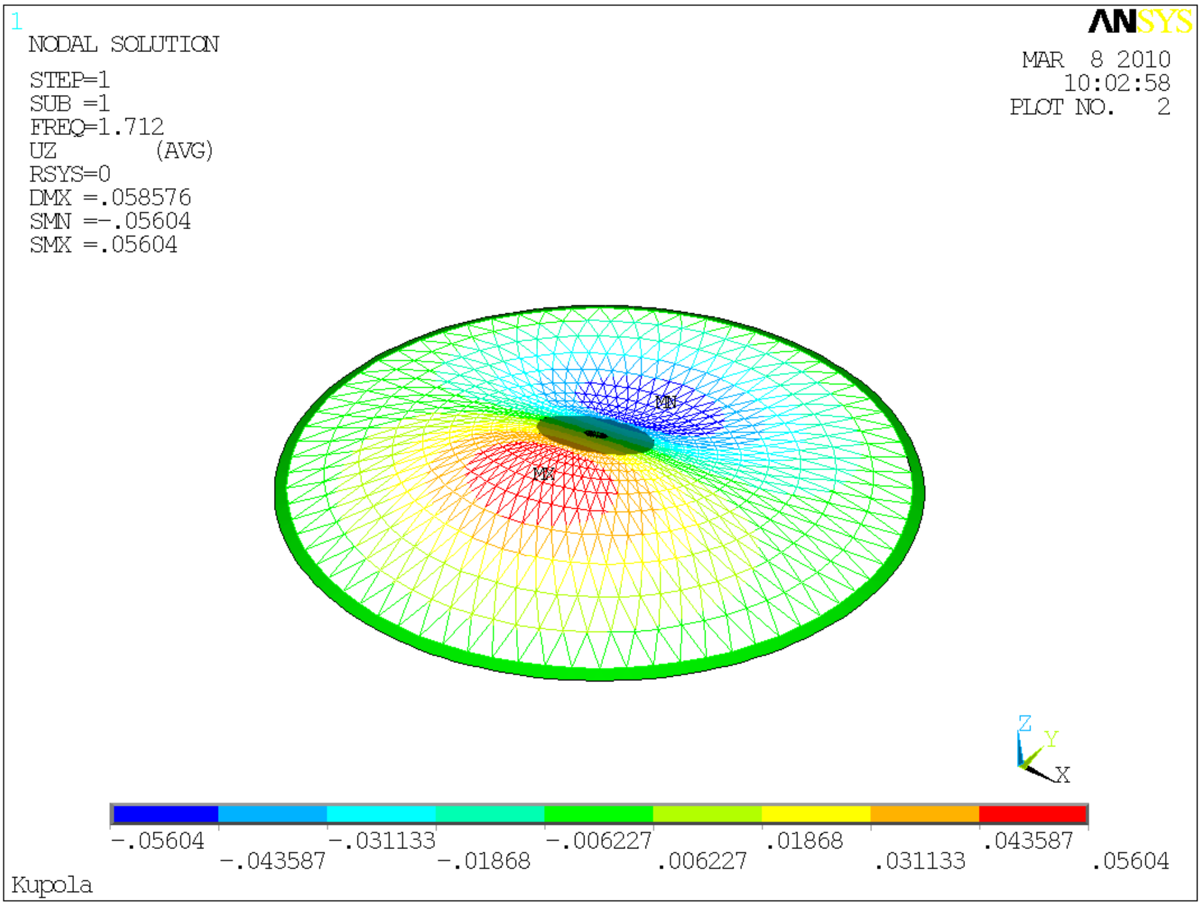
V porovnaniach vlastných frekvencií bola riešená dynamická úloha popísaná v kapitole 3.3. Bolo počítaných prvých 100 vlastných frekvencii z ktorých bolo vybratých prvých 10 a spracovaných do tabuľky.

	Vl. frekvencie Model A			Vl. frekvencie Model B			Vl. frekvencie Model C		
	MODE	FREQ [Hz]	RATIO [%]	MODE	FREQ [Hz]	RATIO [%]	MODE	FREQ [Hz]	RATIO [%]
1	1	1,7121	1,000	1	3,37458	0,039	2	3,53808	1,000
2	3	2,13565	0,150	4	3,54814	0,497	7	3,89679	0,303
3	4	2,2133	1,000	12	3,67632	0,158	10	4,16001	0,761
4	10	2,66915	0,210	15	3,71727	1,000	16	4,85454	1,000
5	19	3,03926	0,680	24	3,97966	0,571	19	5,12679	0,373
6	25	3,49497	0,549	29	4,13689	0,154	20	5,22124	0,000
7	39	4,48831	0,560	43	4,75883	0,370	22	5,63088	0,000
8	51	5,38183	0,096	54	5,20215	0,619	24	5,87407	0,455
9	66	6,50443	0,541	55	5,26288	1,000	26	5,90427	0,000
10	76	7,37261	0,358	67	5,99694	0,316	28	6,38532	0,000

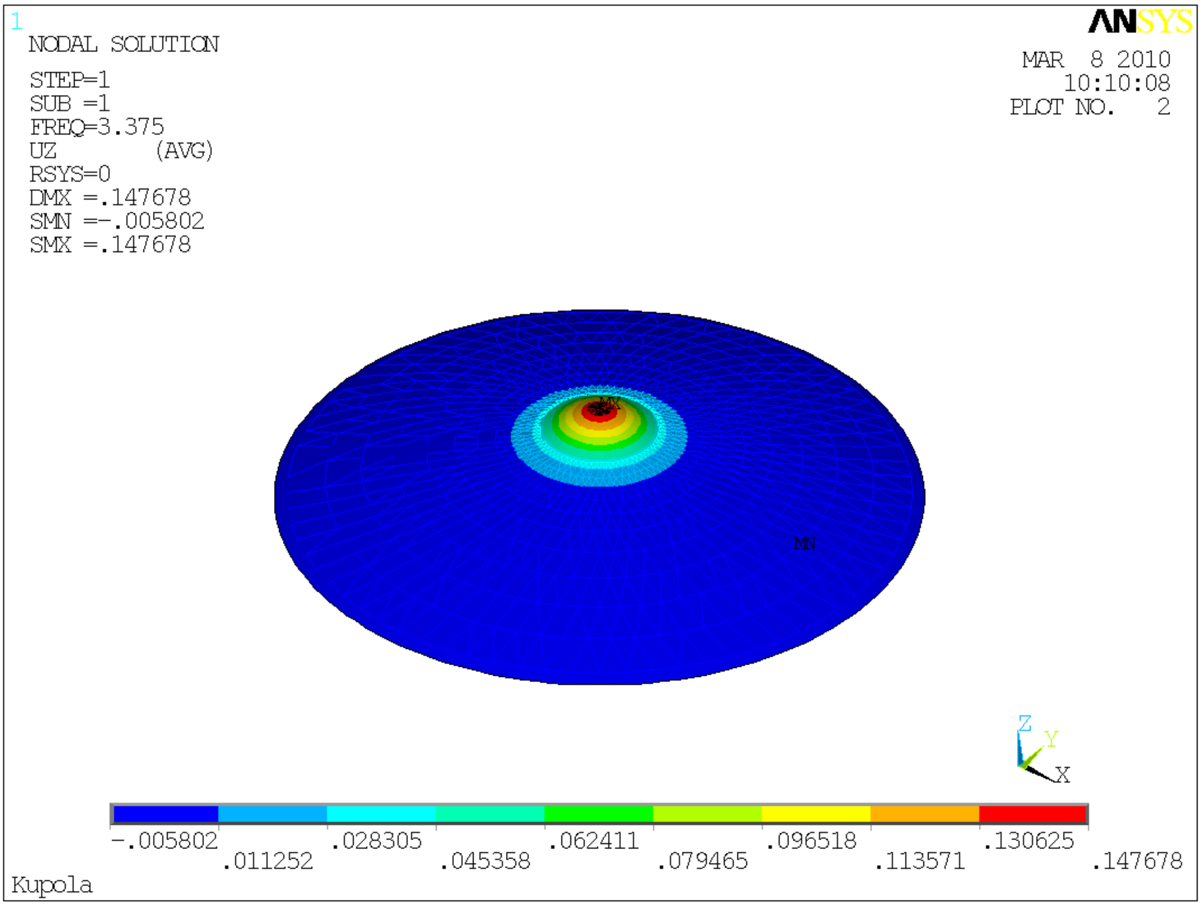
Tab. 5 Vl. frekvencie

Ako je vidieť v Tab. 5 v Modeli A je prvá vlastná frekvencia nižšia ako v ostatných modeloch. Z toho vyplýva, že konštrukcia modelu A je mäkšia.

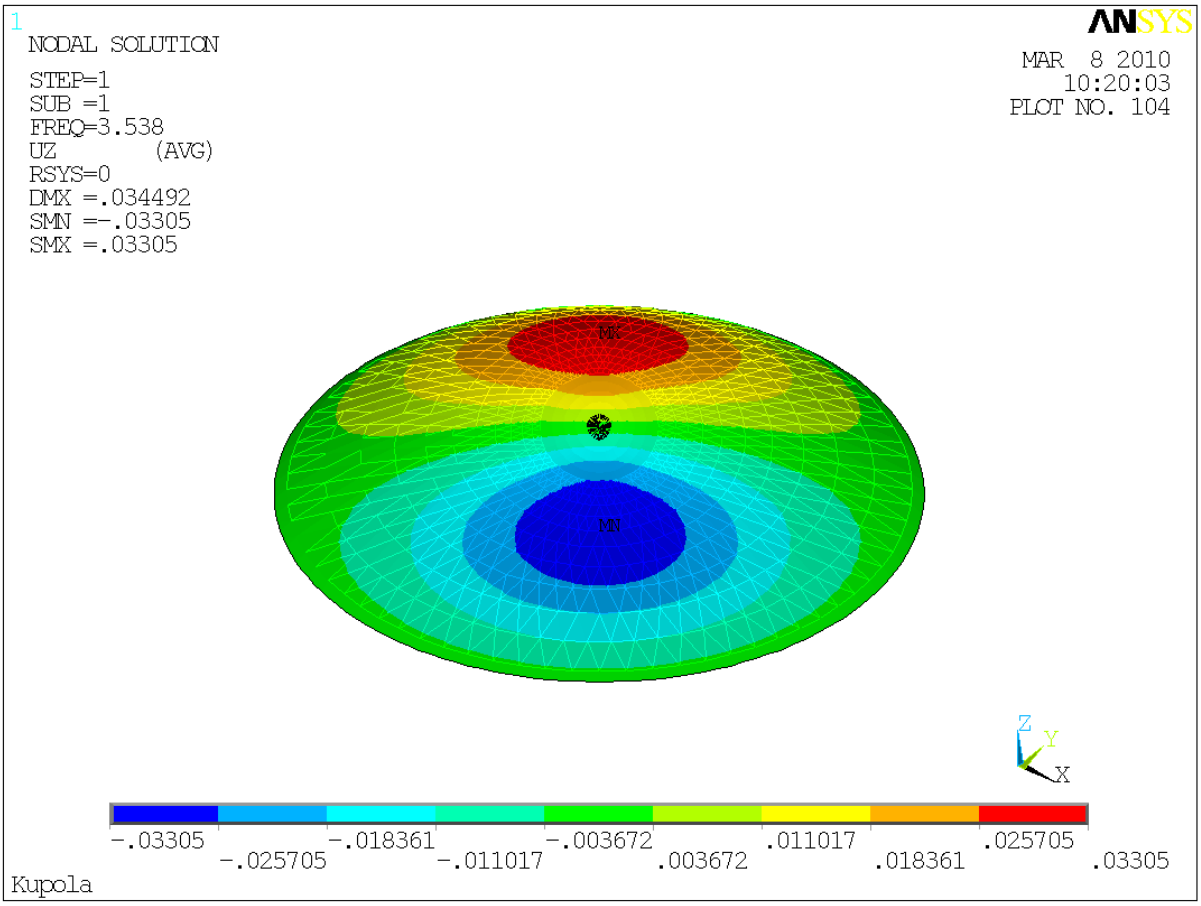
Na obrázkoch nižšie sú znázornené prvé vl. frekvencie pre každý model. Obrázky ďalších vlastných frekvencií viď. Príloha.



Obr. 42 Prvá vl. frekvencia Model A



Obr. 43 Prvá vl. frekvencia Model B



Obr. 44 Prvá vl. frekvencia Model C

Záver

V práci bolo popísané základné rozdelenie škrupinových konštrukcií do základných kategórií a uviedli sme niektoré zo známych konštrukcií. V kapitole 2 bol stručne formulovaný matematický problém a následne popísaný program ANSYS, jeho základné funkcie a použité elementy pri modelovaní konštrukcie. Jadrom práce bolo popísať výpočtový model tenkostennej rebrovej škrupiny auly maxima SPU v Nitre a vytvoriť model pomocou troch modelovacích prístupov. Na troch modeloch bola uskutočnená statická a dynamická analýza. Zo získaných hodnôt zo statickej analýzy boli porovnané posuny vybraných uzlových bodov a napätia vo vybraných prútoch. Pri dynamickej analýze bolo vypočítaných prvých 100 vlastných frekvencii z ktorých bolo vypísaných a porovnaných prvých 10 v tabuľke.

Všetky modely splnili kritérium maximálneho priehybu no v prvom modeli boli vypočítané hodnoty, ktoré mnohonásobne prevyšovali hodnoty vypočítané v ďalších dvoch modeloch ako je možné vidieť v Tab. 6 - Tab. 8 pre jednotlivé zaťažovacie stavy.

Pri porovnávaní napätí na prútoch boli hodnoty v Modeli A o stovky % väčšie ako pri Modeli C. Napätia v Modeli B v porovnaní s modelom C sú rozdielne iba v desiatkach %. Celkové porovnanie vnútorných síl na prútoch je v Tab. 9.

V dynamickej analýze pri porovnaní prvých vlastných frekvencií sme získali poznatok, že Model A predstavuje model pružnejšej konštrukcie a v porovnaní s ďalšími modelmi je táto hodnota o polovicu menšia. Pri porovnaní Modelu B a Modelu C sú prvé vlastné frekvencie rozdielne v desatinách.

Dosiahnuté výsledky možno zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- Bol vytvorený počítačový model tenkostennej rebrovej škrupiny auly maxima SPU v Nitre v programe ANSYS, pri ktorom je možné jednoduchou zmenou zaťažovacích stavov analyzovať konštrukciu podľa potreby.
- Modelovanie mriežkovej škrupiny iba z prútov dáva nepresné výsledky a preto tento modelovací prístup pri tejto konštrukcií neodporúčam.
- Pri modelovaní pomocou nosných prvkov a škrupiny bez a s uvažovaním excentricity dáva výsledky rozdielne v 10%, preto je na uvážení toho kto vytvára model aké presné výsledky chce mať a koľko času na vytvorenie modelu má.

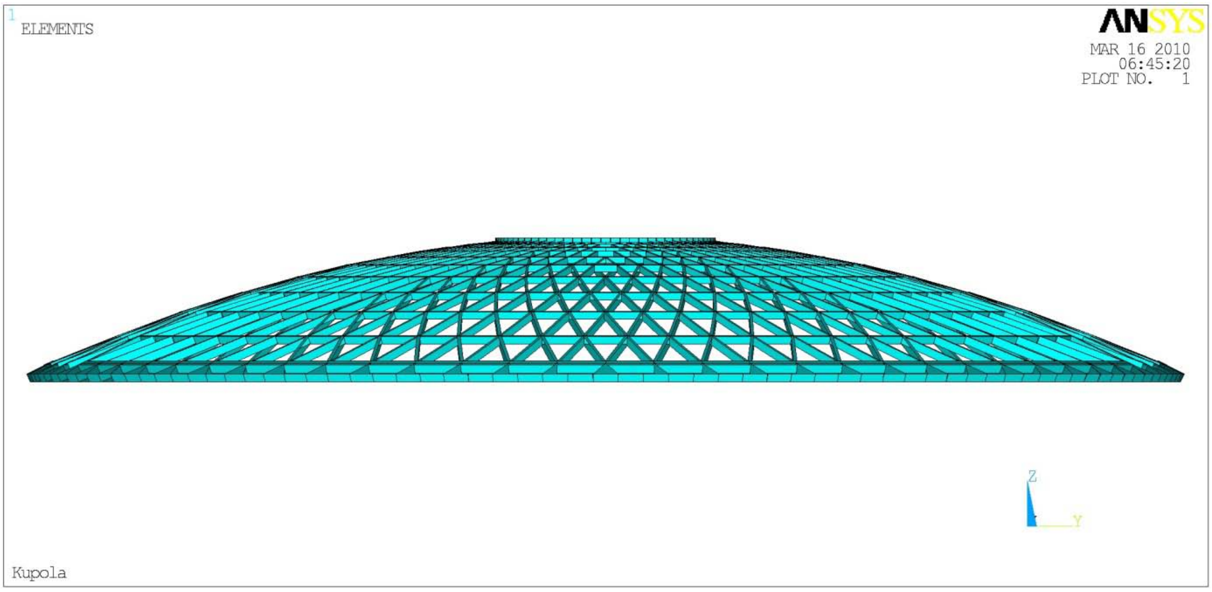
Použitá literatúra

1. **SUMEC, J.** *Regulárne mriežkové dosky a škrupiny.* Bratislava : Veda, 1984. s. 125.
2. *Aplikácia bioniky v stavebníctve – „nematematická optimalizácia" tvaru konštrukcie. In: New Trends in Statics and Dynamics of Buildings.* **Jendželovský, N, a iní.** s.l. : Svf STU Bratislava, 22 - 23. October 2009, s. 227 - 230. ISBN 978-80-227-3170-6.
3. **SUMEC, J.** *Regular Lattice Plates and Shells.* Amsterdam, NY : Elsevier, 1990. s. 528.
4. http://commons.wikimedia.org. [Online]
5. http://en.wikipedia.org/wiki/National_Centre_for_the_Performing_Arts_(China). [Online]
6. http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=678936. [Online]
7. http://www.benoy.com/ferrariWorld.cfm. [Online]
8. **Králik, Juraj.** *Modelovanie v MKP.* Bratislava : Svf STU, 2007. s. 62.
9. **Wilson, Edward L.** *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures.* Berkeley, California, USA : CSI, 2002. s. 423. 0-923907-00-9.
10. **Benča, Š.** *Výpočtové postupy MKP.* Bratislava : STU Sjf, 2006. ISBN 80-227-2404-1.
11. *ANSYS, Inc. Theory.* 9.0. Southpointe, 2004. ANSYS, Inc. Theory.
12. http://www.rovart.com/sknew/news_view.php?akcia=view&id=630. [Online]
13. *http://www.register.ustarch.sav.sk/.* [Online]
14. *http://www.vivo.sk/photos/76570/Odfotil-som-UFO-3D.* [Online]
15. **Baťa, M; a iní.** *Dynamika stavebních konstrukcií.* Bratislava : SNTL- Alfa, 1987. L17-C3-IV-41f/78290.

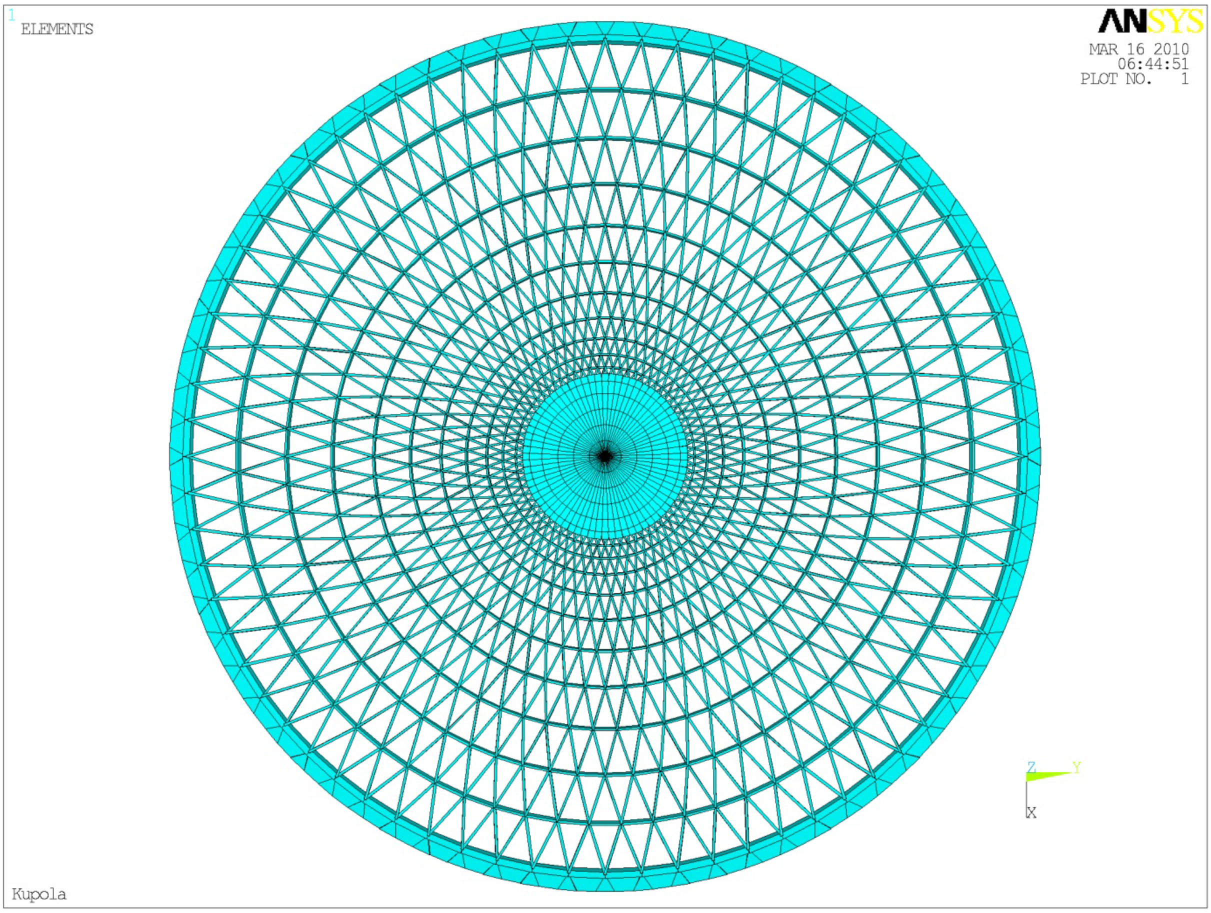
Prílohy

Nepresnosti vo vykresľovaní niektorých obrázkov sú spôsobené chybou renderovania v programe ANSYS 11.0.

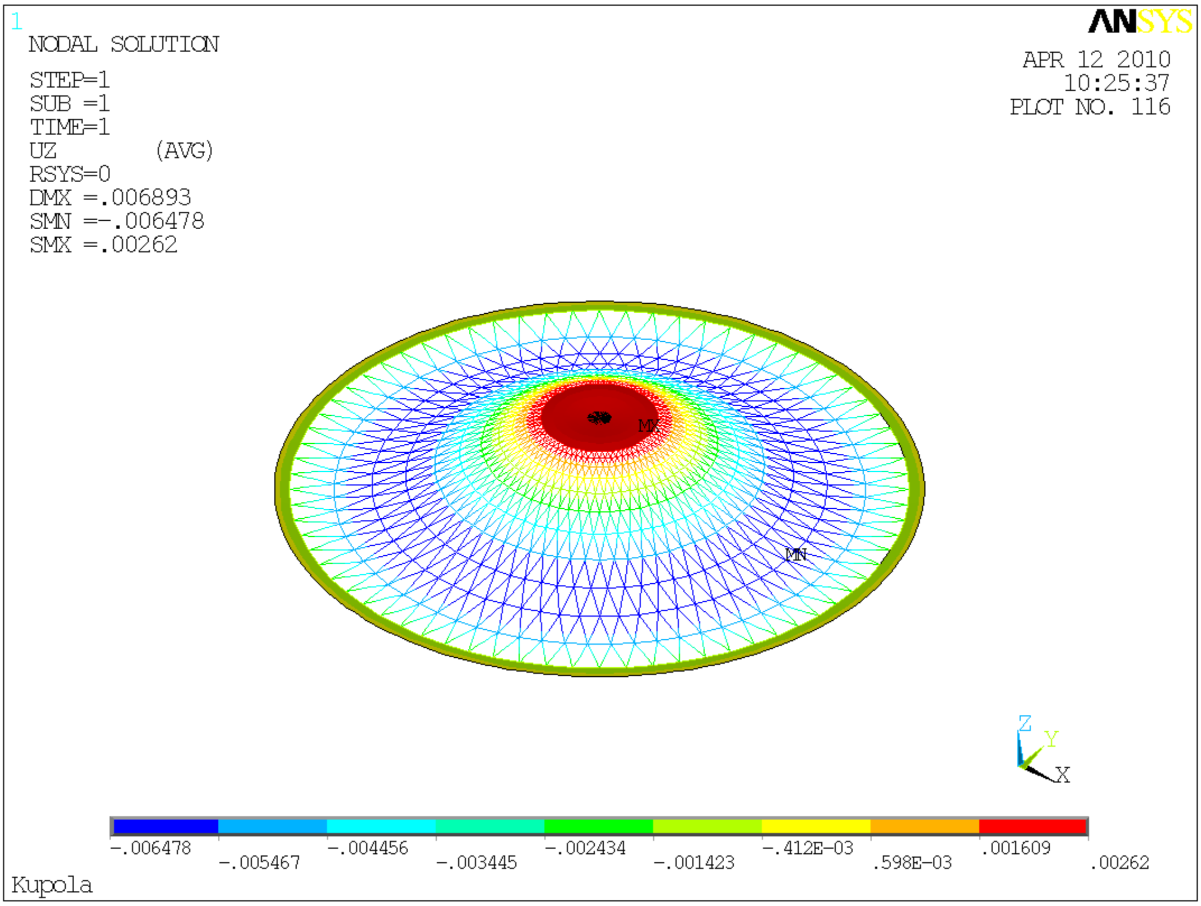
a) Príloha model A



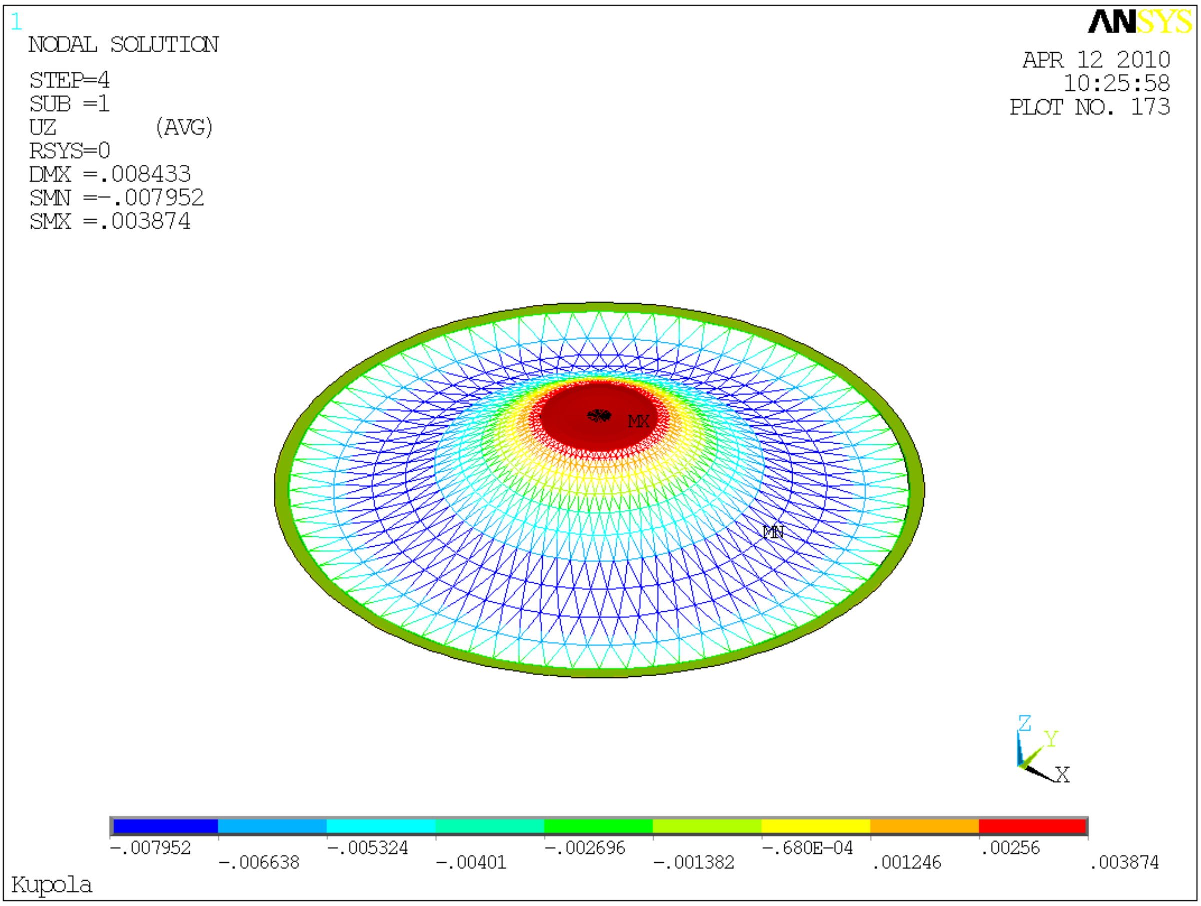
Obr. 45 . Pohľad v rovine XZ



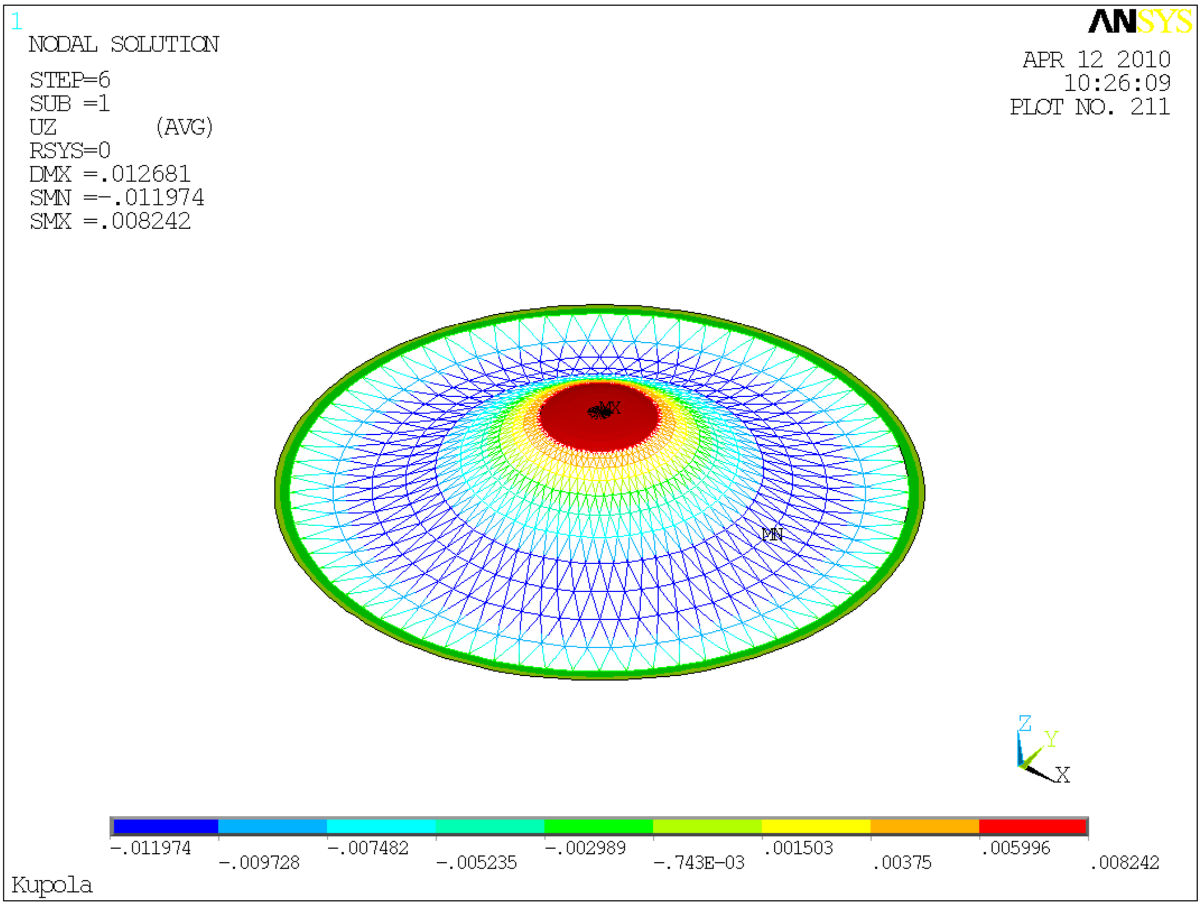
Obr. 46 . Pohľad v rovine XY



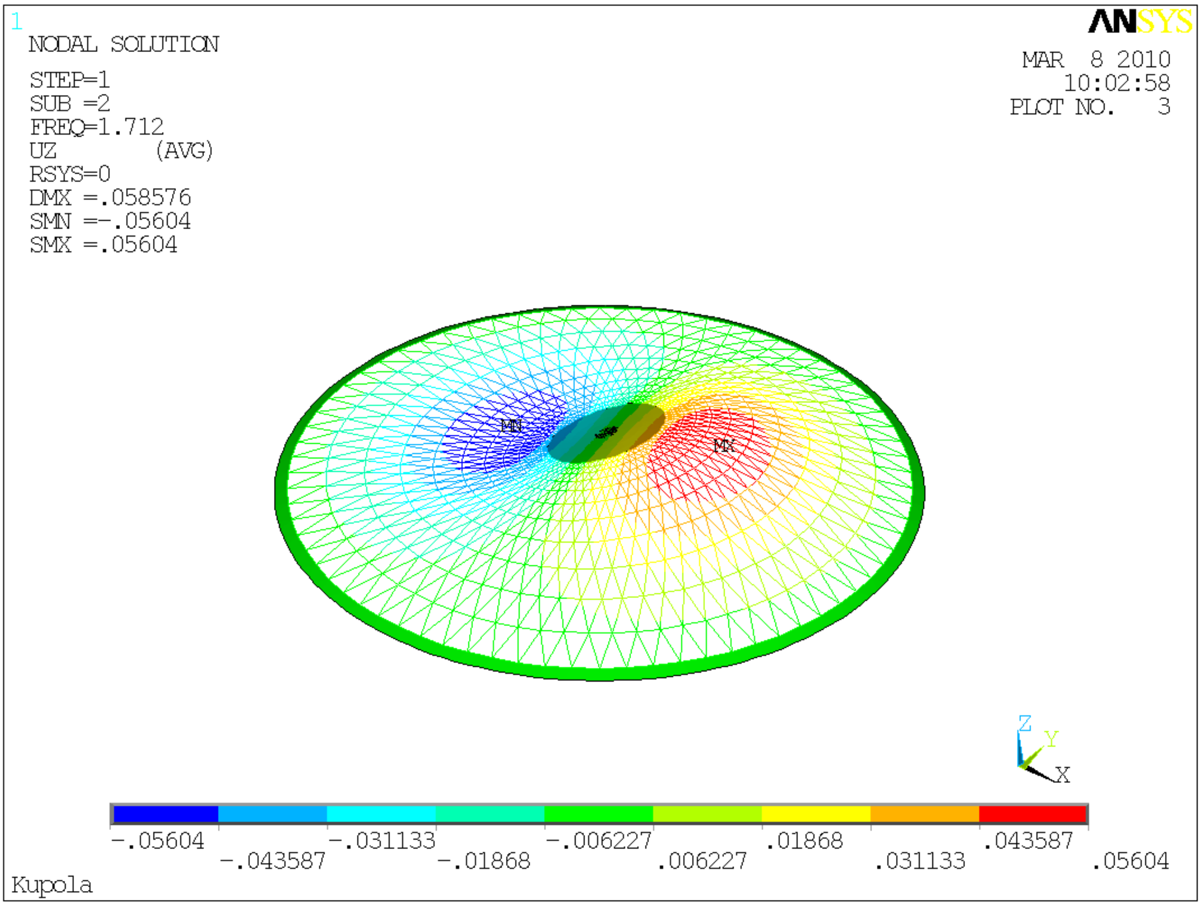
Obr. 47 Pohľad v rovine XYZ na posuny uzlov pre Model A od vlastnej tiaže



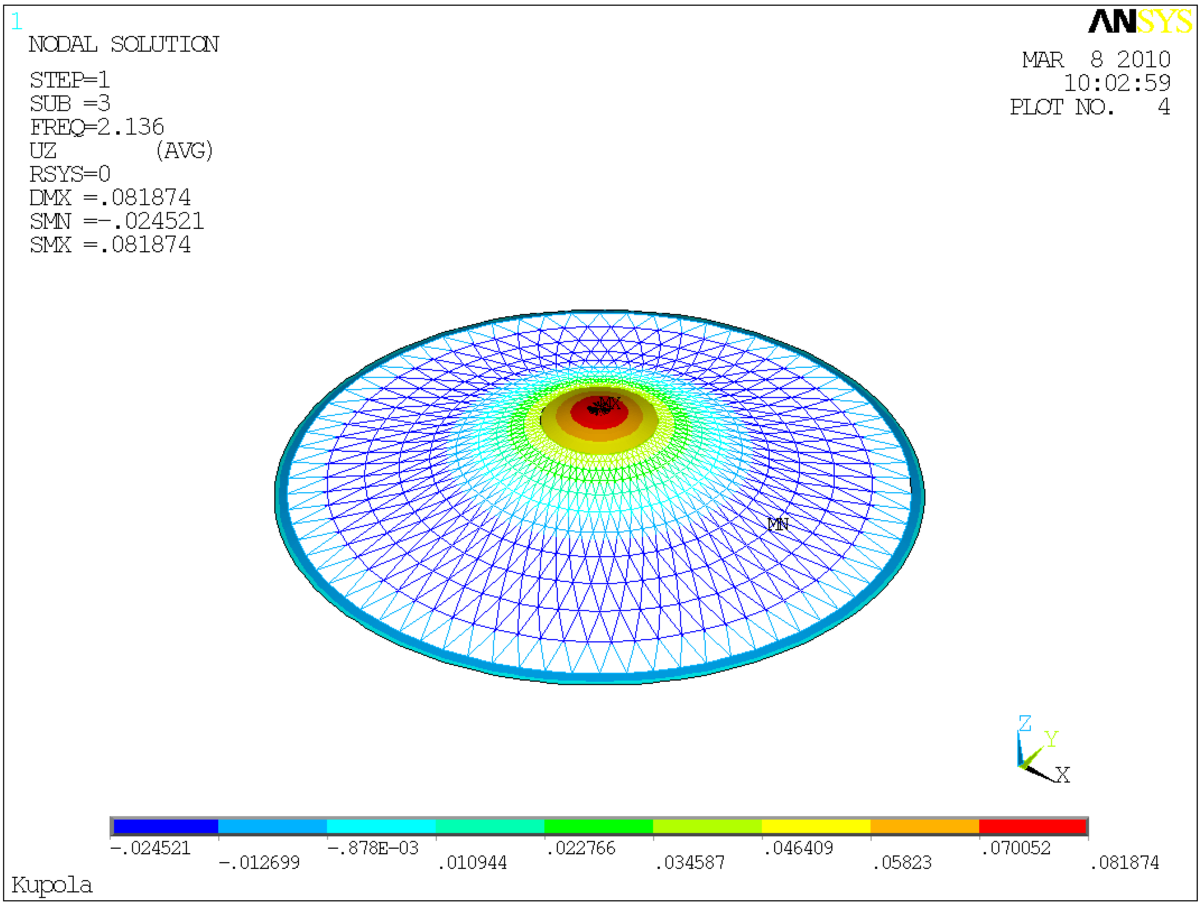
Obr. 48 Pohľad v rovine XYZ na posuny pre Model A od zaťaženia vrstvami strešného plášťa



Obr. 49 Pohľad v rovine XYZ na posuny uzlov pre Model A od kombinácii zaťažení

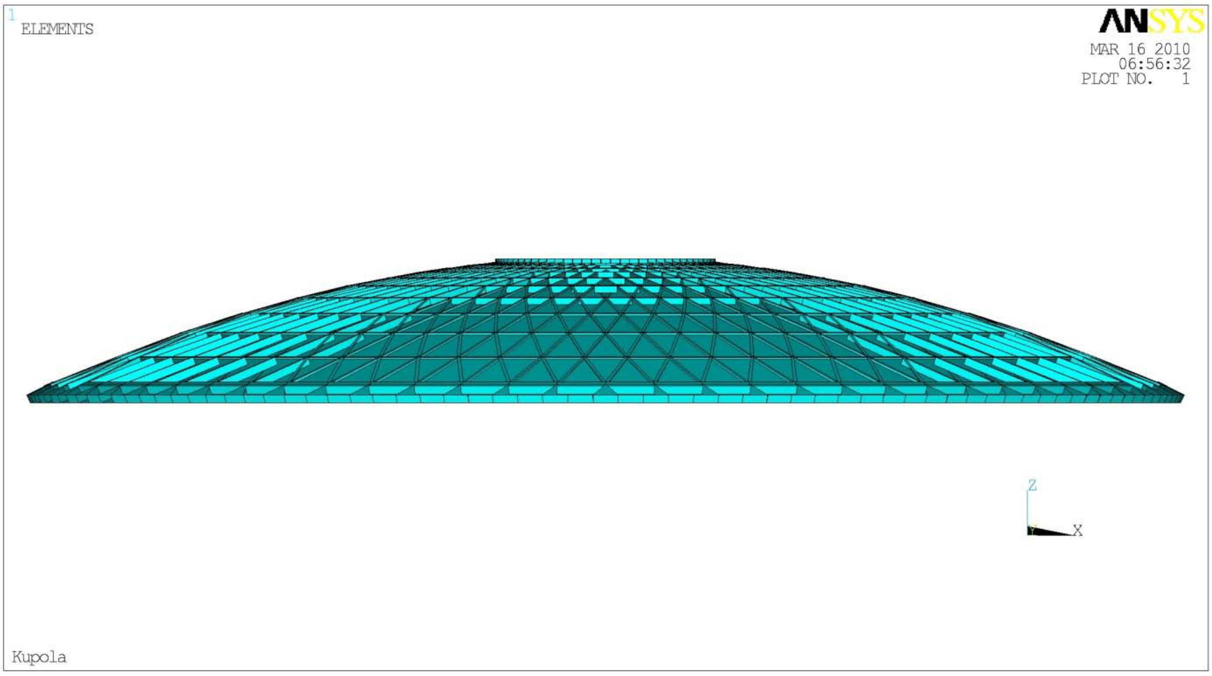


Obr. 50 Druhá vl. frekvencia Model A

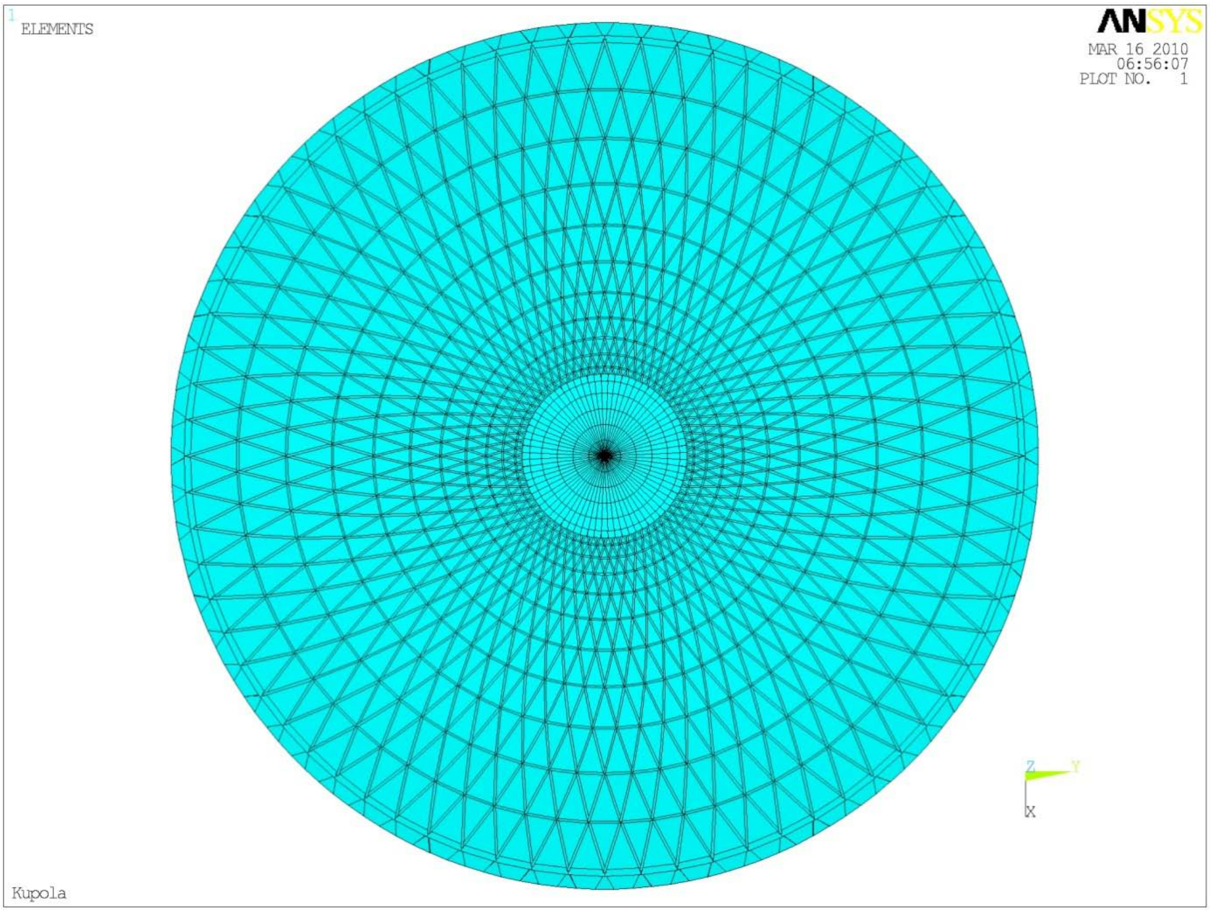


Obr. 51 Tretia vl. frekvencia Model A

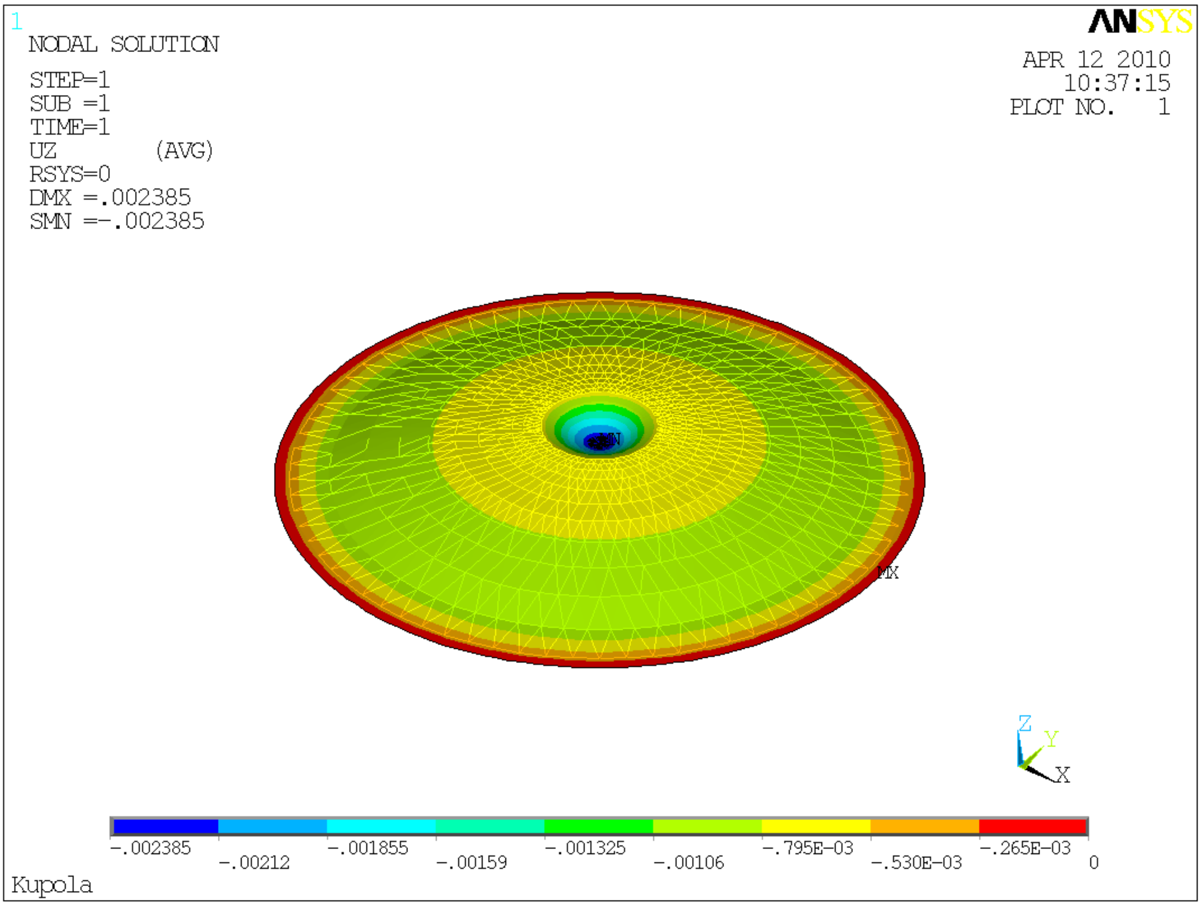
b) Príloha model B



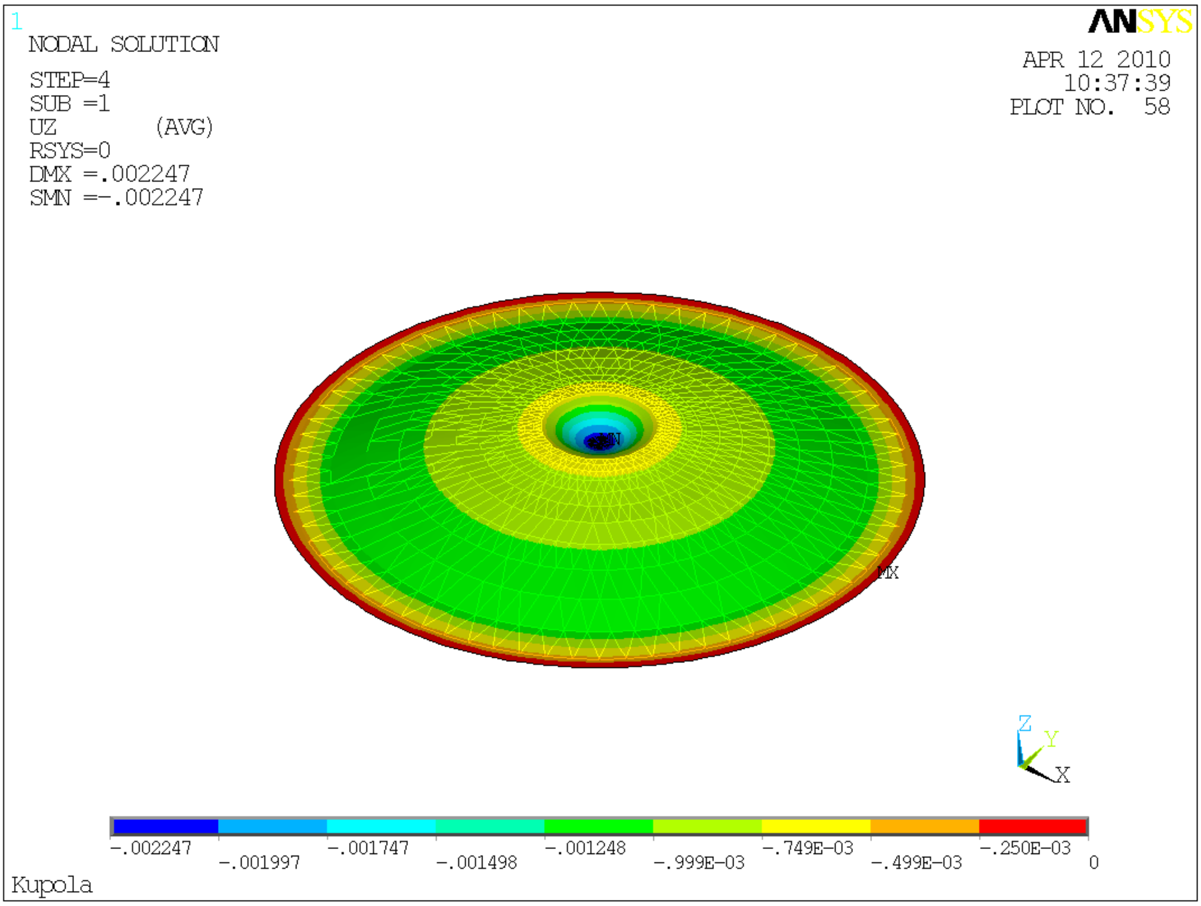
Obr. 52. Pohľad v rovine XZ



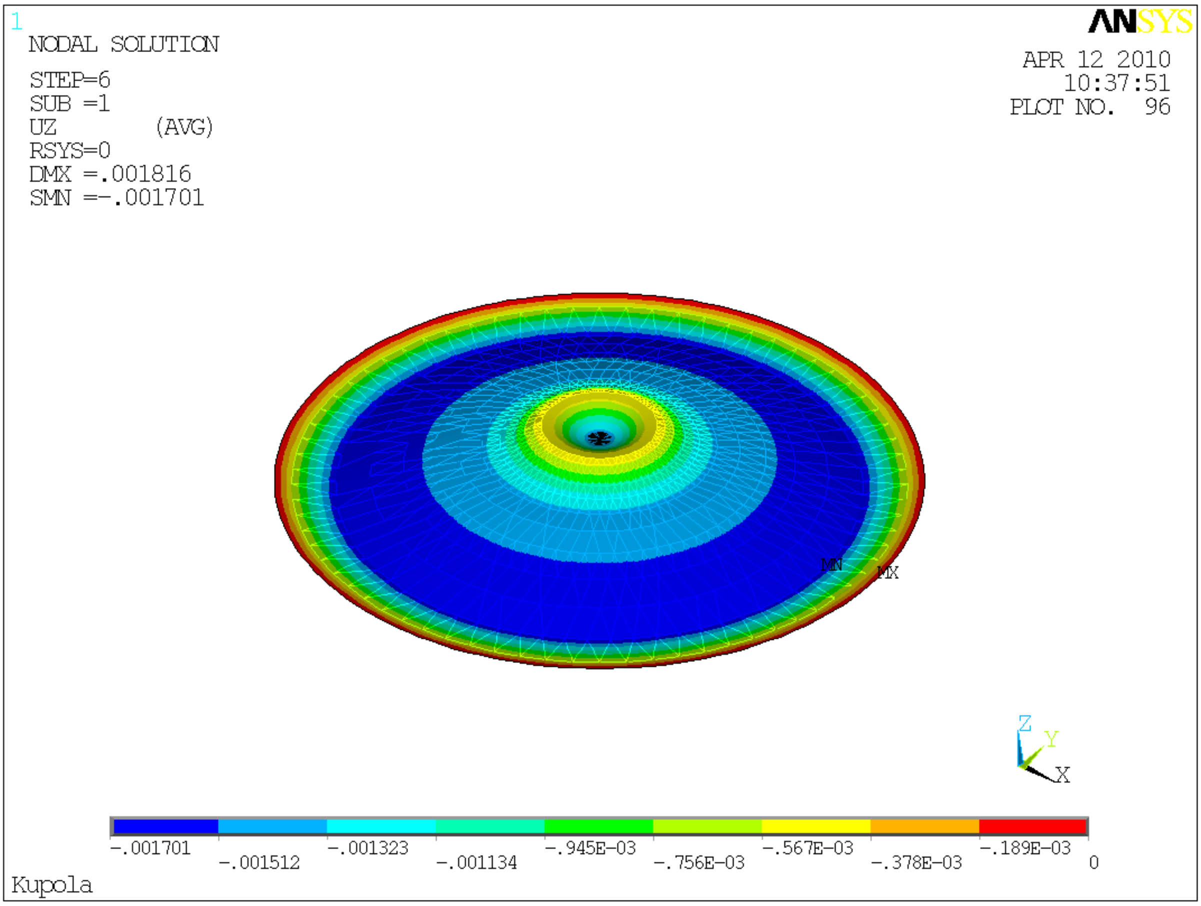
Obr. 53. Pohľad v rovine XY



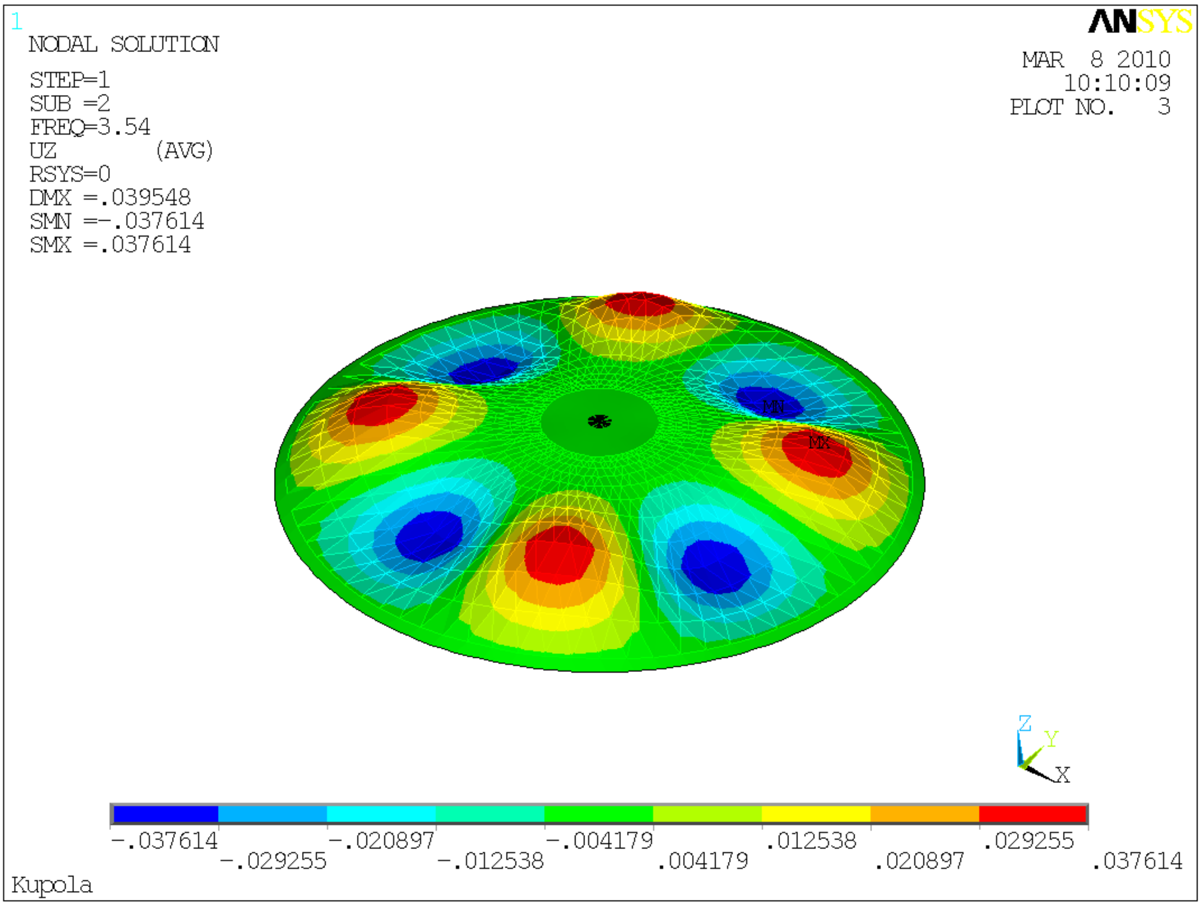
Obr. 54 Pohľad v rovine XYZ na posuny uzlov pre Model B od vlastnej tiaže



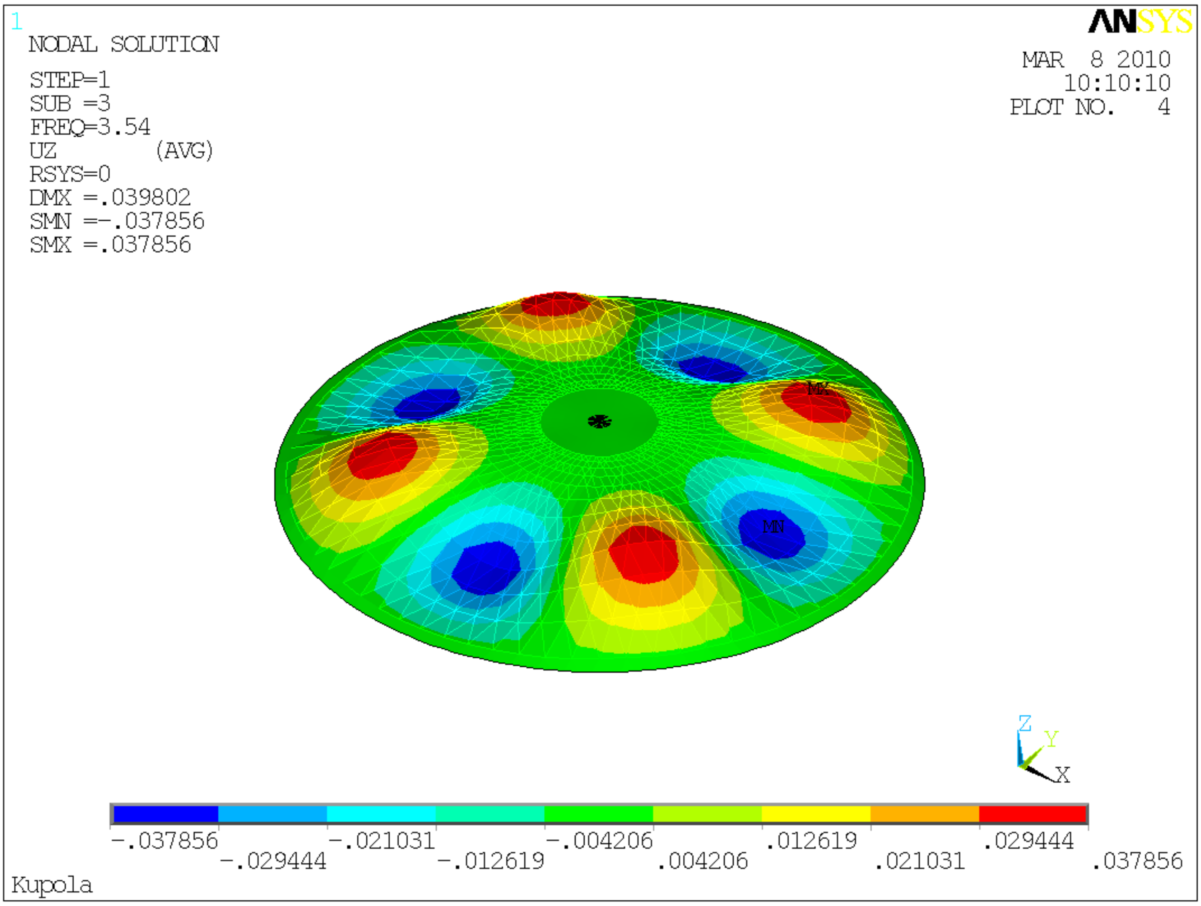
Obr. 55 Pohľad v rovine XYZ na posuny pre Model B od zaťaženia vrstvami strešného plášťa



Obr. 56 Pohľad v rovine XYZ na posuny uzlov pre Model B od kombinácii zaťažení

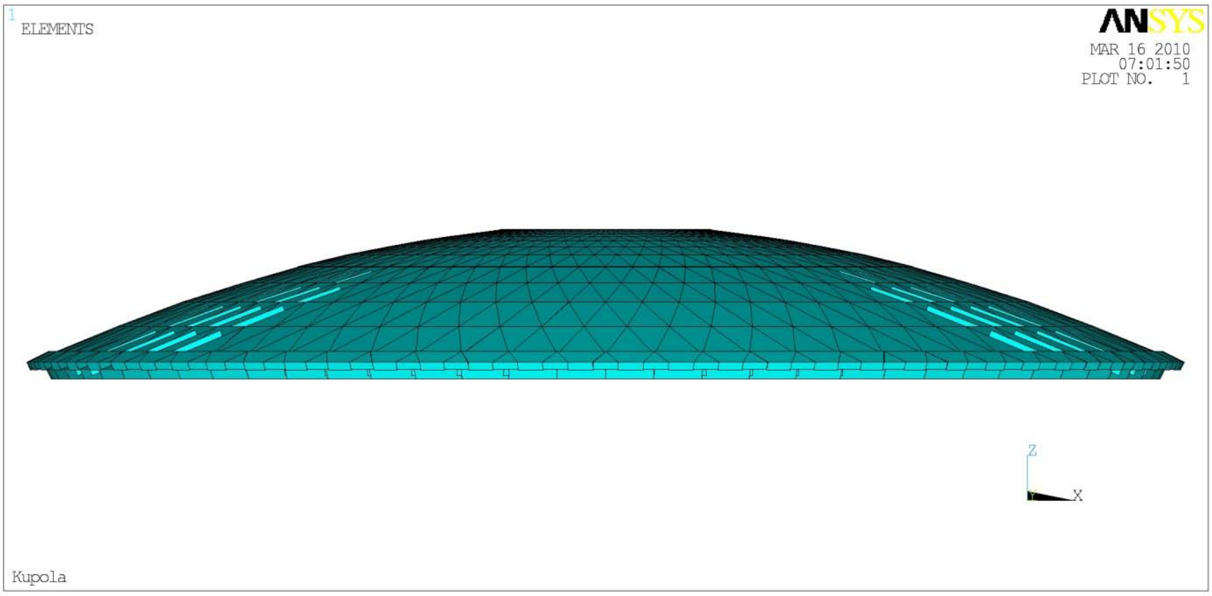


Obr. 57 Druhá vl. frekvencia Model B

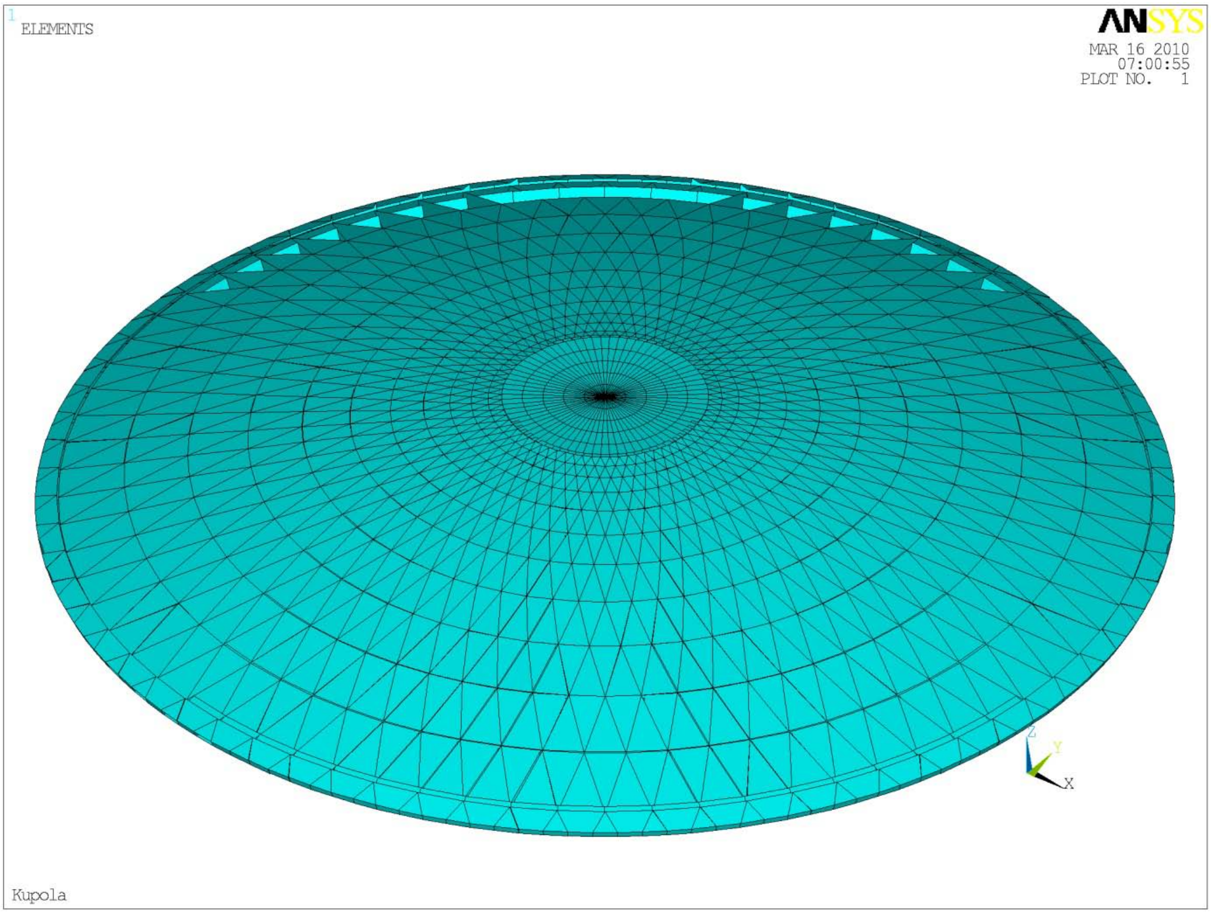


Obr. 58 Tretia vl. frekvencia Model B

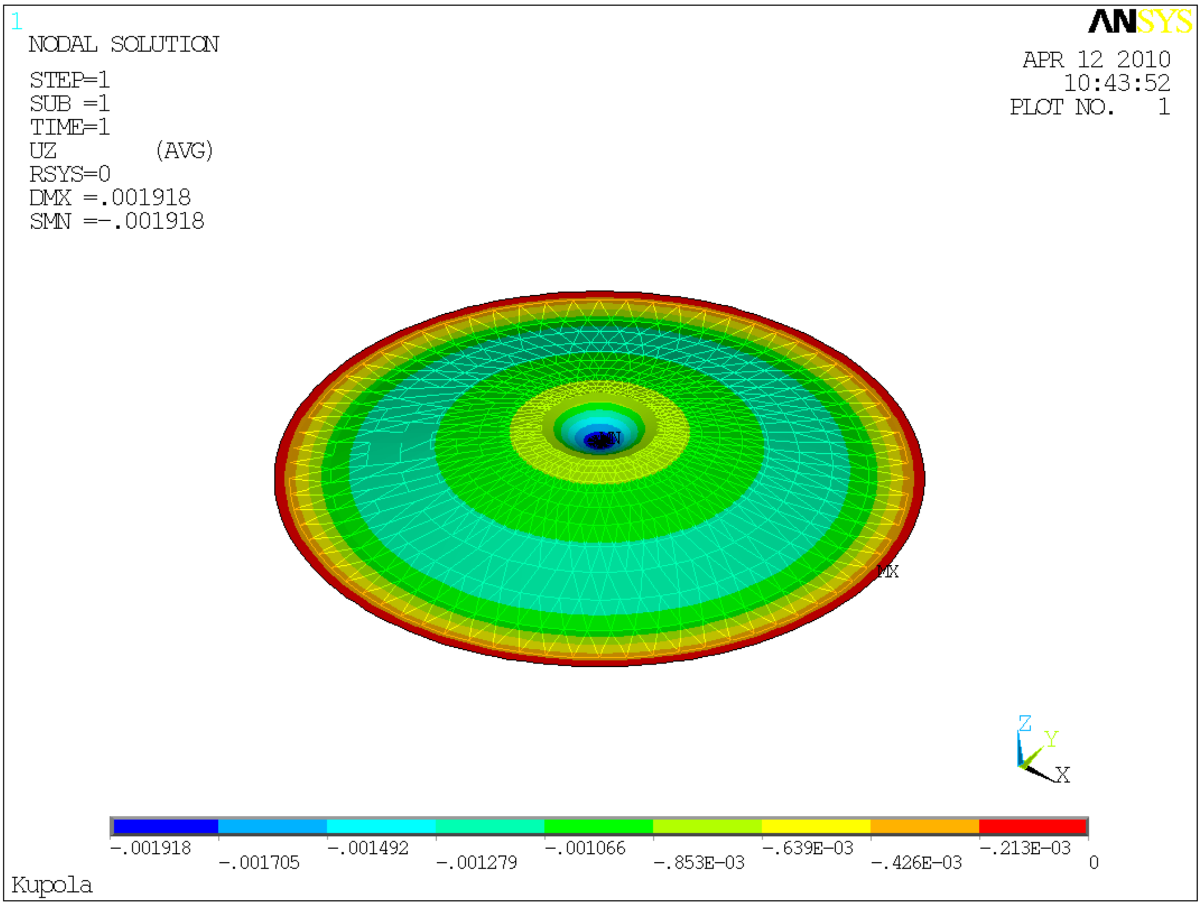
c) <u>Príloha model C</u>



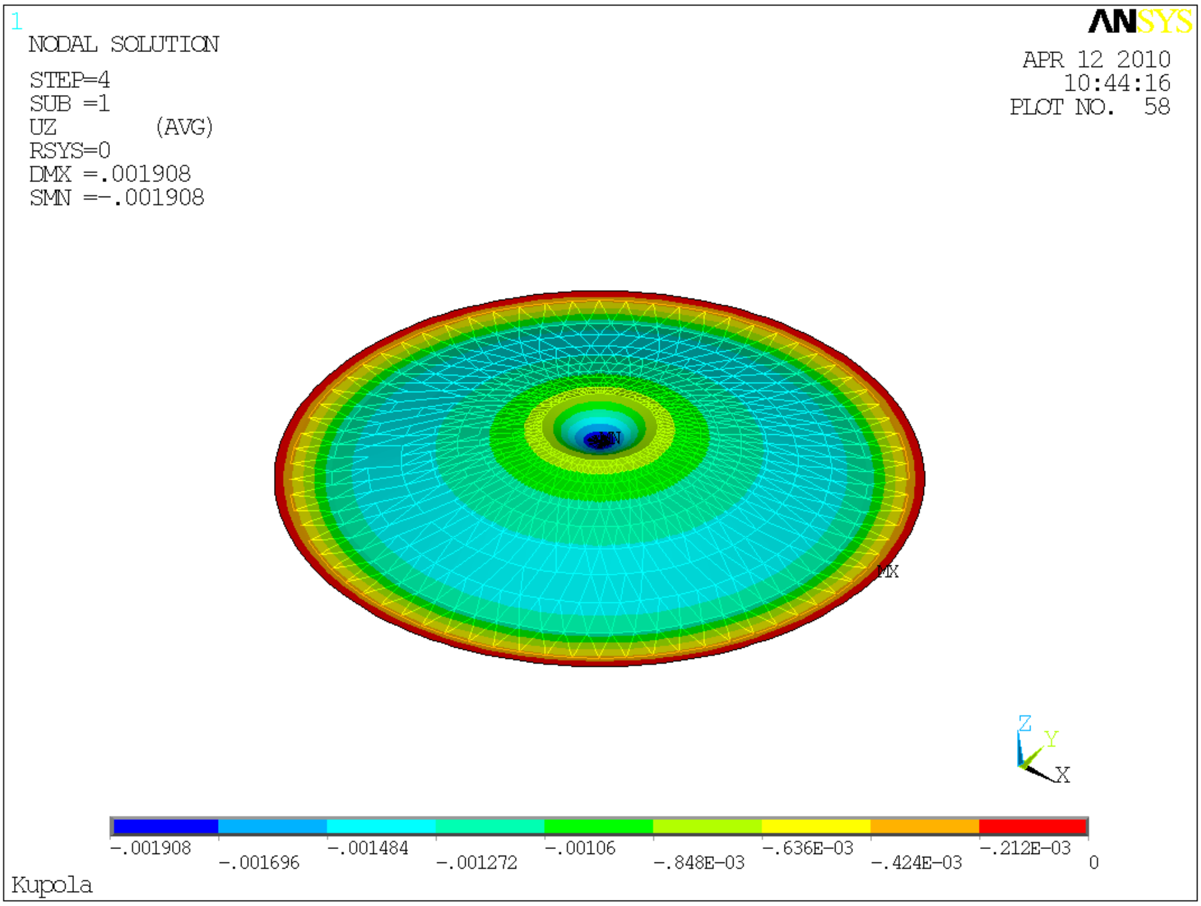
Obr. 59. Pohľad v rovine XZ



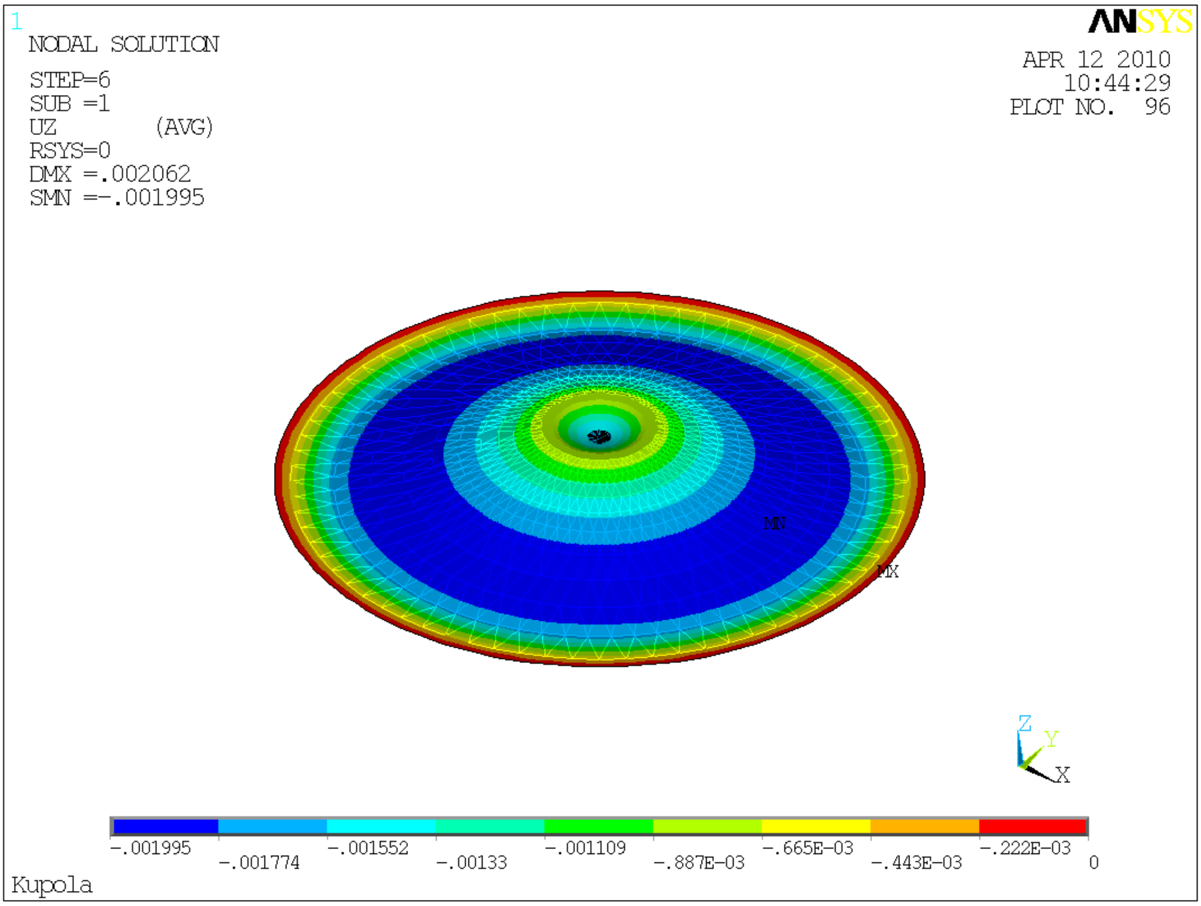
Obr. 60 . Axonometrický pohľad na Model C



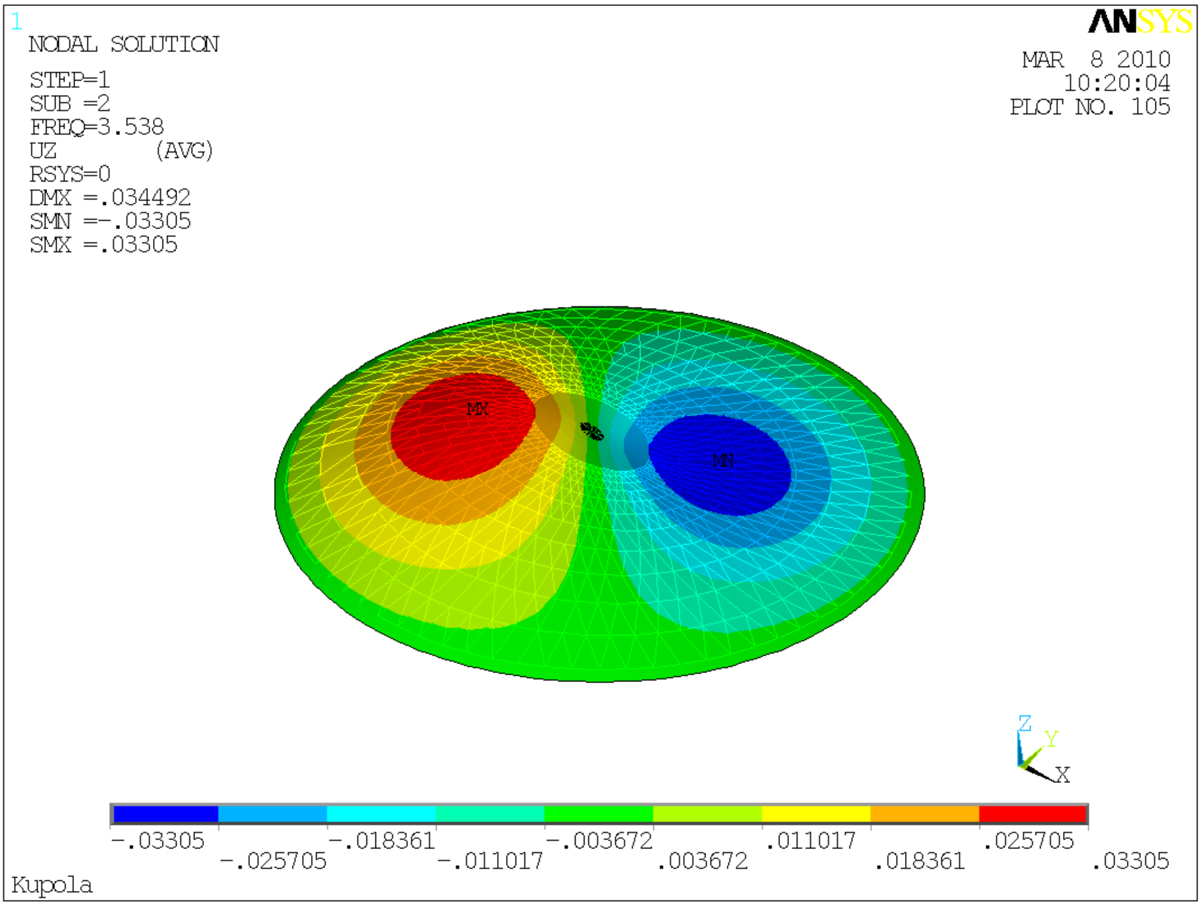
Obr. 61 Pohľad v rovine XYZ na posuny uzlov pre Model C od vlastnej tiaže



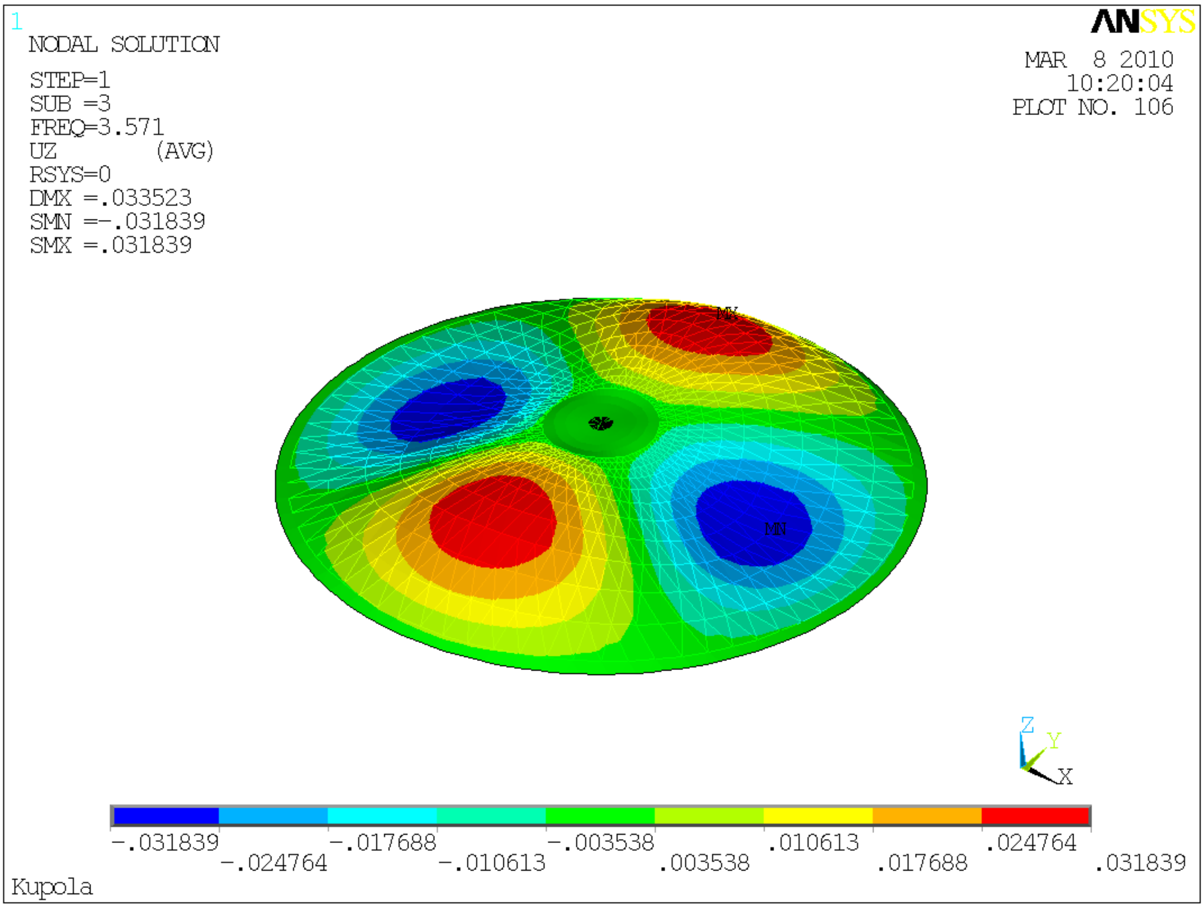
Obr. 62 Pohľad v rovine XYZ na posuny pre Model C od zaťaženia vrstvami strešného plášťa



Obr. 63 Pohľad v rovine XYZ na posuny uzlov pre Model C od kombinácii zaťažení



Obr. 64 Druhá vl. frekvencia Model C



Obr. 65 Tretia vl. frekvencia Model C

d) Príloha Tabuľky

Modely boli porovnané s relatívnou chybou oproti Modelu C.

Model Uzol	Posuny v uzloch Model A [m]	Relatívna chyba v modeli A	Posuny v uzloch Model B [m]	Relatívna chyba v modeli B	Posuny v uzloch Model C [m]
1801	2,108E-03	209,86%	-2,385E-03	24,30%	-1,918E-03
1701	2,173E-03	219,54%	-2,264E-03	24,58%	-1,818E-03
1601	2,339E-03	251,17%	-1,936E-03	25,15%	-1,547E-03
1501	2,529E-03	314,02%	-1,475E-03	24,82%	-1,182E-03
1401	2,620E-03	409,58%	-1,006E-03	18,82%	-8,464E-04
1301	2,438E-03	440,98%	-7,021E-04	1,80%	-7,149E-04
1201	2,075E-03	378,05%	-6,476E-04	13,23%	-7,464E-04
1101	1,408E-03	279,13%	-6,529E-04	16,92%	-7,859E-04
1001	4,097E-04	148,67%	-7,095E-04	15,71%	-8,418E-04
901	-8,493E-04	4,96%	-7,586E-04	15,11%	-8,936E-04
801	-2,313E-03	140,93%	-7,871E-04	18,00%	-9,598E-04
701	-3,819E-03	281,48%	-7,566E-04	24,43%	-1,001E-03
601	-5,344E-03	394,86%	-7,998E-04	25,94%	-1,080E-03
501	-6,454E-03	458,17%	-8,717E-04	24,60%	-1,156E-03
401	-6,478E-03	479,34%	-9,195E-04	17,76%	-1,118E-03
301	-4,979E-03	391,97%	-1,035E-03	2,27%	-1,012E-03
201	-1,329E-03	308,63%	-3,903E-04	20,01%	-3,252E-04
1	0	0,00%	0	0,00%	0

Tab. 6 Porovnanie posunov pre zaťaženie vlastnou tiažou

Model Uzol	Posuny v uzloch Model A [m]	Relatívna chyba v modeli A	Posuny v uzloch Model B [m]	Relatívna chyba v modeli B	Posuny v uzloch Model C [m]
1801	3,621E-03	289,80%	-2,247E-03	17,77%	-1,908E-03
1701	3,667E-03	302,88%	-2,130E-03	17,81%	-1,808E-03
1601	3,777E-03	345,45%	-1,811E-03	17,66%	-1,539E-03
1501	3,874E-03	428,90%	-1,366E-03	15,98%	-1,178E-03
1401	3,831E-03	550,09%	-9,226E-04	8,39%	-8,513E-04
1301	3,472E-03	571,29%	-6,578E-04	10,70%	-7,366E-04
1201	2,958E-03	476,96%	-6,376E-04	18,75%	-7,847E-04
1101	2,062E-03	343,71%	-6,883E-04	18,66%	-8,462E-04
1001	7,553E-04	181,19%	-7,946E-04	14,59%	-9,303E-04
901	-8,811E-04	13,06%	-8,860E-04	12,58%	-1,014E-03
801	-2,767E-03	148,31%	-9,429E-04	15,39%	-1,114E-03
701	-4,696E-03	296,40%	-9,226E-04	22,12%	-1,185E-03
601	-6,605E-03	411,59%	-9,811E-04	24,01%	-1,291E-03
501	-7,952E-03	474,21%	-1,069E-03	22,84%	-1,385E-03
401	-7,922E-03	493,57%	-1,116E-03	16,38%	-1,335E-03
301	-6,005E-03	402,41%	-1,217E-03	1,80%	-1,195E-03
201	-1,574E-03	316,63%	-4,416E-04	16,90%	-3,777E-04
1	0	0,00%	0	0,00%	0

Tab. 7 Porovnanie posunov pre zaťaženie strešnými vrstvami

Model Uzol	Posuny v uzloch Model A [m]	Relatívna chyba v modeli A	Posuny v uzloch Model B [m]	Relatívna chyba v modeli B	Posuny v uzloch Model C [m]
1801	8,242E-03	599,04%	-1,501E-03	9,14%	-1,652E-03
1701	8,220E-03	625,31%	-1,408E-03	10,01%	-1,565E-03
1601	8,126E-03	708,89%	-1,161E-03	13,03%	-1,335E-03
1501	7,888E-03	863,12%	-8,311E-04	19,59%	-1,034E-03
1401	7,387E-03	1045,92%	-5,384E-04	31,05%	-7,809E-04
1301	6,458E-03	971,77%	-4,470E-04	39,66%	-7,408E-04
1201	5,492E-03	754,17%	-5,486E-04	34,66%	-8,396E-04
1101	3,933E-03	506,42%	-7,482E-04	22,68%	-9,676E-04
1001	1,747E-03	253,83%	-1,008E-03	11,26%	-1,136E-03
901	-9,469E-04	27,86%	-1,226E-03	6,64%	-1,313E-03
801	-3,999E-03	163,98%	-1,363E-03	10,03%	-1,515E-03
701	-7,075E-03	323,57%	-1,370E-03	17,98%	-1,670E-03
601	-1,001E-02	439,75%	-1,466E-03	20,93%	-1,854E-03
501	-1,197E-02	500,11%	-1,593E-03	20,18%	-1,995E-03
401	-1,179E-02	516,29%	-1,640E-03	14,24%	-1,912E-03
301	-8,743E-03	419,76%	-1,701E-03	1,09%	-1,682E-03
201	-2,227E-03	330,82%	-5,787E-04	11,95%	-5,169E-04
1	0	0,00%	0	0,00%	0

Tab. 8 Porovnanie posunov pre kombináciu zaťažení

Model Prút	Vnútorné sily Model A [kPa]	Relatívna chyba v modeli A	Vnútorné sily Model B [kPa]	Relatívna chyba v modeli A	Vnútorné sily Model C [kPa]
784	-198,7	719,21%	-24,936	2,81%	-24,255
785	-200,84	701,98%	-22,38	10,63%	-25,043
786	-178,87	675,24%	-19,549	15,27%	-23,073
787	-146,89	612,33%	-17,562	14,83%	-20,621
788	-118,4	518,34%	-17,242	9,95%	-19,148
789	-86,563	410,82%	-15,437	8,90%	-16,946
790	-61,384	304,19%	-13,064	13,98%	-15,187
791	-36,227	180,50%	-9,7208	24,73%	-12,915
792	-20,692	86,28%	-7,429	33,12%	-11,108
793	-64,237	37,18%	-49,97	51,13%	-102,26

Tab. 9 Porovnanie vnútorných síl

e) CD nosič

Príloha CD obsahuje pre každý model zdrojový súbor pre spustenie v programe ANSYS, výsledky zo statickej a dynamickej analýzy spracované do programu EXEL a obrázky zo statickej a dynamickej analýzy.