SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

STAVEBNÁ FAKULTA

MODELOVANIE VEŽOVÉHO VODOJEMU DIPLOMOVÁ PRÁCA

Svf-5343-36008

Bratislava 2011

Bc. Marcel Haladej

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

STAVEBNÁ FAKULTA

MODELOVANIE VEŽOVÉHO VODOJEMU DIPLOMOVÁ PRÁCA

Svf-5343-36008

Študijný program :	Matematicko-počítačové modelovanie
Pracovisko :	katedra stavebnej mechaniky
Vedúci záverečnej práce :	prof. Ing. Norbert Jendželovský, PhD.
Bratislava 2011	Bc. Marcel Haladej

Slovenská technická univerzita v Bratislave Katedra stavebnej mechaniky Stavebná fakulta Akademický rok: 2010/2011 Evidenčné číslo: SvF-5343-36008



ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Študent:	Bc. Marcel Haladej
ID študenta:	36008
Študijný program:	matematicko-počítačové modelovanie
Študijný odbor:	9.1.9 aplikovaná matematika
Vedúci práce:	prof. Ing. Norbert Jendželovský, PhD.
Miesto vypracovania:	Bratislava

Názov práce: Modelovanie vežového vodojemu

Špecifikácia zadania:

Teoretický rozbor valcových škrupín naplnených vodou Modelovanie vežového vodojemu Analýza výsledkov statického a dynamického riešenia vodojemu

Rozsah práce: 60

Zoznam odbornej literatúry:

- 1. JENDŽELOVSKÝ, N. *Modelovanie základových konštrukcií v MKP*. Bratislava: STU v Bratislave, 2009. 94 s. ISBN 978-80-227-3025-9.
- JENDŽELOVSKÝ, N. SUMEC, J. Stress-Strain Fields of the Reinforced Water Tower under Seismic Loads. In 9th International scientific conference VSU 2009. Vol. 1 : Proceedings, Sofia, Bulgaria, 4.-5. 6.2009. Sofia: L.Karavelov Civil engineering higher school Sofia, 2009, s. 76–79. ISBN 978-954-331-023-4.

Riešenie zadania práce od:	14.02.2011
Dátum odovzdania práce:	20. 05. 2011

L. S.

Bc. Marcel Haladej Študent Stavebná fakulta Katedra stavebnej mechaniky Slovenská technická univerzita v Bratislave

laurage

prof. Ing. Norbert Jendželovský, PhD. Jedúci pracoviska

prof. RNDr. Magdaléna Komorníková, PhD. Garantka študijného programu

Poďakovanie

Poďakovanie patrí predovšetkým môjmu vedúcemu diplomovej práce prof. Ing. Norbertovi Jendželovskému, PhD. za jeho ochotu, čas a cenné rady k tejto diplomovej práci. Rovnako ďakujem svojim rodičom za podporu počas celého štúdia a svojej priateľke za trpezlivosť a porozumenie v dňoch strávených písaním tejto práce.

Abstrakt

V diplomovej práci sa zaoberáme modelovaním vodojemu a riešením dynamickej odozvy štruktúry v interakcii s tekutinou. Riešenie tohto problému je možné použitím metódy konečných prvkov v systéme ANSYS . Úvodný prehľad sa zameriava na rozdelenie vodných nádrží. Následne sú priblížené matematické predpoklady pre riešenie interakcie štruktúra - tekutina. Prvý krok v praktickej časti je overenie numerických výsledkov jednoduchej nádrže s analytickým riešením. Hlavnou časťou tejto diplomovej práce je modelovanie trnavského vodojemu a jeho následná analýza. V tejto kapitole popisujeme štruktúru, okrajové podmienky a rôzne zaťaženia vodojemu. V poslednej kapitole sú prezentované výsledné deformácie vodojemu, vlastné tvary a frekvencie.

Kľúčové slová :Vodojem, FLUID30, ANSYS, MKP, dynamická analýza

Abstract

This diplom thesis deals with a modeling of a water tower and solution to the dynamic response of this structure in the interaction with fluid. Using finite element method (FEM) in system ANSYS it is possible to solve this problem. Brief overview focuses on a separation of water tanks. Then mathematical basis for dealing with fluid-structure interaction are introduced. First step in the practical part is verification of simple water tank, when we compare our numerical results with analytical solution. The main part of this diplom thesis is modeling and analysis of Trnava water tower. This chapter describes the structure, boundary conditions and different loads of the water tank. And finally the resultant deformations of water tower, mode shapes and frequencies are presented in last capitol.

Keywords : Water tank, FLUID30, ANSYS, FEM, dynamic analysis

Obsah

1. Úvod	1
2.Funkcia a rozdelenie nádrží	2
2.1 Podzemné nádrže	3
2.2 Vežové vodojemy	4
2.3 Príklady realizovaných konštrukcií vodojemov	5
3. Matematické predpoklady riešenia úlohy	7
3.1 Diskretizácia pohybovej rovnice	8
3.2 Modálna analýza nesymetrického zväzku rovníc	9
4. Systém ANSYS	10
4.1 Použité elementy	11
5. Cieľ práce	16
6.Zadanie úlohy	17
6.1 Rozbor zadania	17
6.2 Analytické riešenie	18
6.3 Analytické riešenie danej úlohy	21
6.4 Numerické riešenie pomocou MKP	24
6.5 Numerické riešenie hydrostatickým trojuholníkom	24
6.5.1 Sieť konečných prvkov nádrže	24
6.5.2 Okrajové a počiatočné podmienky modelu valcovej nádrže	24
6.6 Analýza dosiahnutých výsledkov	25
6.7 Numerické riešenie pomocou prvku FLUID30	26
6.7.1 Sieť konečných prvkov modelu nádrže a tekutiny	26
6.7.2 Okrajové a počiatočné podmienky modelu valcovej nádrže a tekutiny	27
6.7.3 Vzájomné okrajové podmienky medzi štruktúrou a tekutinou	27
6.8 Analýza dosiahnutých výsledkov	28
6.9 Analýza dosiahnutých analytických a numerických výsledkov	29
7. Modálna analýza	29
7.1 Numerické riešenie pomocou prvku FLUID30	30

7.2 Matematický predpoklad impulzívnej frekvencie	L
7.3 Analytické riešenie impulzovej frekvencie danej úlohy	L
7.4 Numerické riešenie impulzovej frekvencie danej úlohy	2
7.5 Zhodnotenie verifikačného príkladu 32	2
8. Trnavský vodojem	3
8.1 Lokalita	1
8.2 Konštrukčné riešenie	1
8.3 Analýza vežového vodojemu35	5
8.4 Zjednodušenie modelu	5
8.5 Technika modelovania	5
8.6 Solid modeling	5
8.6.1 Výpočtový model pomocou solid modeling	7
8.6.2 Podstava vodojemu	7
8.6.3 Podstava nádrže a nosné stĺpy38	3
8.6.4 Vstupná hala vodojemu)
8.7 Konečno-prvkový model40)
8.8 Direct modeling	L
8.8.1 Dvojkomorová nádrž41	L
8.8.2 Model tekutiny	2
8.8.3 Vonkajšia stena a strecha nádrže42	2
8.9 Konečný výpočtový model vodojemu43	3
8.9.1 Okrajové a počiatočné podmienky 44	1
8.9.2 Zviazanie časti konštrukcie modelovaných odlišnými technikami	1
8.9.3 Zhodnotenie modelu	1
9. Analýza dosiahnutých výsledkov45	5
9.1 Statická analýza 45	5
9.2 Dynamická analýza49)
10. Záver	3
Použitá literatúra	1

1 Úvod

Štíhla konštrukcia nádrží a predovšetkým vežových vodojemov je vďaka tenkostennej charakteristike náchylná na výrazné zmeny svojich dynamických vlastností spôsobených hmotnosťou kvapaliny v nich obsiahnutej. Táto znalosť odozvy musí byť na úrovni, ktorá bude spoľahlivým predpokladom chovania nádrže. Pri statickej analýze je najnepriaznivejším prípadom úplne naplnená horná nádrž. Z hľadiska dynamickej analýzy je najnepriaznivejší stav vtedy, keď kvapalina kmitá celou svojou hmotou jedným smerom.

Metóda riešenia je predovšetkým metóda konečných prvkov. V súčasnosti sa stretávame s niekoľkými možnými numerickými riešeniami kmitajúcej konštrukcie vodojemu a kvapaliny. Jedným z nich je nahradenie vplyvu kvapaliny prídavnou hmotou. V tomto prípade však narážame na problém stanovenia veľkosti kmitajúcej hmoty kvapaliny. Oveľa presnejšie výsledky získame tiež modelovaním kvapaliny. Tu sa stretávame s Lagrangeovským a Eulerovským prístupom. V prípade postupu podľa Lagrange-a sledujeme posuny v uzlových bodoch, v Eulerovom prípade sledujeme rozloženie tlakového poľa vo výpočtovej oblasti. Systém ANSYS obsahuje vo svojej databáze oba typy týchto prvkov. V našej práci sa budeme zaoberať Eulerovým prístupom.

2 Funkcia a rozdelenie nádrží

Potreba systému uchovávania vody pre ľudskú spotrebu je stará ako ľudstvo samo. S odstupom času a so stúpajúcimi požiadavkami na kvalitu životnej úrovne a starostlivosť o vodu sa stretávame s rôznorodými nádržami na vodu a na iné kvapaliny. Nádrže môžeme rozdeliť podľa niekoľkých kritérií, ktoré priamo vplývajú na typ konštrukcie, funkciu a charakter výstavby nádrže. V našej práci sa budeme zaoberať predovšetkým nádržami, ktorých účelom je akumulácia pitnej vody.

Rozdelenie nádrží vzhľadom na polohu voči terénu :

- podzemné nádrže zapustené do terénu, pričom nadzemná časť je chránená zemnými násypmi
- nadzemné nádrže uložené na povrchu terénu a založené v nezamŕzajúcej hĺbke
- vežové nádrže s prevládajúcim výškovým rozmerom, podopreté nosnou konštrukciou

Pri návrhu nádrže, vzhľadom na konfiguráciu terénu, majú podzemné nádrže viac priaznivých parametrov pred nadzemnými nádržami, predovšetkým ich výstavba je lacnejšia, chránia vodu pred nepriaznivými účinkami počasia a teplotnými výkyvmi . Vežové nádrže sa budujú predovšetkým v rovinatých oblastiach. Dôležitými hľadiskami pri umiestňovaní vodojemu sú predovšetkým bezpečnosť zásobovania a kvalita vody, náklady na stavbu, prevádzku a údržbu, taktiež aj integrácia do systému zásobovania vodou.

Rozdelenie nádrží vzhľadom na pôdorys:

- kruhový
- obdĺžnikový
- štvorcový
- iný tvar

Nádrže na vodu majú najčastejšie kruhový alebo obdĺžnikový pôdorys s rovným dnom. Nádrže sú kryté predovšetkým rovnými alebo kupolovitými stropmi, ktoré musia byť navrhnuté tak, aby nedochádzalo k zamŕzaniu vody na ich povrchu.

2.1 Podzemné nádrže

Podzemné vodojemy sú zložené z jednej alebo viac podzemných nádrží a z manipulačnej komory, v ktorej sa nachádzajú potrebné uzatváracie, signalizačné a meracie zariadenia. Do nádrží sa vstupuje zväčša prostredníctvom dverí, ktoré sú na úrovni dna nádrže a nad úrovňou maximálnej hladiny vody v nádrži.

Podzemné vodojemy z hľadiska použitého materiálu pri výstavbe delíme na :

- monolitické železobetónové
- monolitické predpäté
- montované
- murované z betónových tvárnic
- z nehrdzavejúcej ocele

Betón je pre stavbu nádrží najčastejšie používaným materiálom. Môžeme sa stretnúť aj s podzemnými oceľovými nádržami, ktoré sú dodávané ako kompletná dodávka. Hlavnou konštrukčnou požiadavkou podzemných betónových nádrží je ich vodotesnosť. Zabezpečenie tejto vlastnosti sa vykonáva prostredníctvom rôznych prísad do betónu a povrchovou úpravou vnútorného povrchu nádrže. Stropná doska musí byť navrhnutá tak, aby voda presakujúca z povrchu terénu cez zeminu, odtekala a nezamŕzala v zemine.

Pozornosť pri výstavbe podzemného vodojemu sa taktiež sústreďuje na okolité svahy, na krytie stropu, taktiež aj na sadové úpravy drevín s ohľadom na minimálnu údržbu. Vodojem sa umiestňuje na menej hodnotnej pôde pozemku a nemá sa umiestňovať v prašnom prostredí a v oblasti, kde sa nachádzajú trvalé skládky, hnojiská a cintoríny. Pozemok vodojemu sa chráni oplotením.

Pre podzemný vodojem musí byť preukázaná statická bezpečnosť a stabilita pre rôzne kombinácie zaťažovacích stavov. Pri statickom riešení je potrebné sledovať najmä únosnosť konštrukcie nádrže. Zohľadniť musíme rozličné stabilné vplyvy ako vlastná váha konštrukcie, jej sadanie, vplyv podzemnej vody alebo tlak zeminy. Medzi pozorované parametre počas prevádzky patria: tlak vody, skúška vodotesnosti alebo zmena teploty medzi vonkajším a vnútorným prostredím.

3

2.2 Vežové nádrže

Vežová nádrž - vodojem s akumulačnou nádržou umiestnenou na podpornej konštrukcii. Slúži na krátkodobú akumuláciu pitnej vody, čím zabezpečuje hospodárnosť a bezpečnosť zásobovania vody. Tým sa radí medzi základné články vodárenského systému. Vežový vodojem sa snažíme umiestniť čo najviac do centra spotrebnej oblasti s ohľadom na tlakové straty v sieti. Dlhodobá akumulácia vody sa uskutočňuje prostredníctvom vodných nádrží, riečnych zdrží, prípadne prostredníctvom rybníkov.

Podľa funkcie v systéme zásobovania vodou delíme vodojemy na :

- akumulačné- vyrovnávajú rozdiely medzi rovnomerným prítokom vody do vodojemu a nerovnomerným odberom v dobe maximálnej dennej spotreby stanovenej výpočtom
- regulačné- zaisťujú minimálny hydrodynamický pretlak v sieti, potrebný na dopravu vody
- pre mimoriadne potreby- zabezpečujú potrebný objem vody v prípade poruchy a požiaru alebo pre iné

Delenie vodojemov podľa účelu :

- hlavný vodojem akumuluje vodu pre ďalšie podradené vodojemy
- rozdeľovací vodojem zabezpečuje rozdelenie vody v sústave
- prerušovací vodojem znižuje pretlak na požadovanú hodnotu
- zásobný vodojem zásobuje oblasť spotreby na jej čele, v ťažisku, alebo na jej konci
- kombinovaný vodojem s viacero funkciami

Vodojemy podľa typu materiálu nádrže :

– nadzemné vodojemy so železobetónovými nádržami sú najčastejšie charakterizované valcovitým, kužeľovitým alebo pravouhlým tvarom nádrže. Valcové nádrže bývajú podopreté zväčša po celej ploche dna alebo upnuté do prstencových nosníkov. Tvar ich dna býva najčastejšie rovný, prípadne je v tvare kužeľa, ktorý prechádza v hornej časti do valca. nadzemné vodojemy s predpätými betónovými nádržami môžu mať
 podobný tvar nádrže ako železobetónové, avšak výhodný je vďaka
 použitému materiálu a úspore stavebného materiálu.

 nadzemné vodojemy s montovanými nádržami majú oproti menovaným takú výhodu , že tu nie je potrebné lešenie ani debnenie pri stavbe.
 Montovaná môže byť nosná časť aj vodná nádrž, poprípade celý vodojem ako celok. Ich tvar býva väčšinou valcovitý alebo v podobe mnohostenu.

 vežové vodojemy s oceľovými nádržami sú v súčasnosti relatívne často používané pre svoje výhody ľahkej a rýchlej montáže. Použitie ocele umožňuje vytvoriť nádrž s najvýhodnejším tvarom. Ich ďalšou výhodou je aj dobrá mrazuvzdornosť a vodotesnosť.

Podporná konštrukcia vodojemu môže byť železobetónová, murovaná alebo oceľová. Nosná konštrukcia, v poslednom menovanom prípade, býva často pre svoju subtílnosť stabilizovaná kotviacimi oceľovými lanami. Zriedkavo sa môžeme stretnúť s riešením podpornej konštrukcie ako obytný vežový dom, ktorého architektonické začlenenie do prostredia je veľmi priaznivé. Jedno takéto zaujímavé riešenie môžeme nájsť v meste Šaľa.

Objekt vežového vodojemu je výrazným krajinotvorným prvkom, ktorý dotvára jej celkový ráz. Často sa stávajú neodmysliteľnou súčasťou siluety mesta. Z obdobia rozkvetu slovenskej medzivojnovej architektúry sa do výkladnej skrine európskej architektonickej moderny zaradil trnavský vodojem od slovenského, významného architekta Emila Belluša.

2.3 Príklady realizovaných konštrukcií vodojemov

Vodojem v Šali - je jedným z pozoruhodných, architektonicky stvárnených vežových vodojemov s pravouhlou nádržou, ktorej podporná konštrukcia je obytný vežový dom. Objem vodojemu je 900 kubických metrov vody a slúži ako vyrovnávacia nádrž vodovodu v meste. Obytný dom pozostáva z bytov a kancelárskych priestorov. Vybodovaný bol približne pred 40 rokmi.



Obrázok 1. Vodojem v Šali

Vodojem vo Višňovej je typickým predstaviteľom celokovového vodojemu, tzv. hydroglóbus. Stabilita subtílnej konštrukcie je zabezpečená kotviacimi oceľovými lanami. Ich najväčší rozmach nastal v minulých dobách. V súčasnosti sa často využívajú aj ako reklamné plochy.



Obrázok 2. oceľový vodojem vo Višňovej

Trnavský vodojem slovenského architekta Emila Belluša, patrí medzi najznámejšie slovenské vodojemy, ktoré boli vybudované v medzivojnovom období. Vežový vodojem bude popísaný v kapitole 5, ktorý je vlastne predmetom skúmania tejto diplomovej práce.



Obrázok 3. trnavský vodojem

3. Matematické predpoklady riešenia úlohy

V terminológií matematického numerického modelovania daného dynamického procesu je pohyb konštrukcie popísaný vektorom *n* zovšeobecnených premiestnení *u*. Inerciálne, elastické a disipatívne vlastnosti (disipácia energie) konštrukcie sú popísané štvorcovými maticami hmotnosti *M*, tuhosti *K* a tlmenia *C*. Zaťaženie je popísané vektorom zovšeobecnených síl *f*, ktorého prvky f_i sú definované zložitými funkciami času a zovšeobecnenými premiestneniami, rýchlosti a zrýchlenia. Na základe experimentov môžeme predpokladať, že tieto funkcie f_i môžeme v prvom priblížení po linearizácií definovať ako súčet času $f_i(t)$ a lineárnej funkcie zovšeobecnených zrýchlení $f_i(\ddot{u}_i ... \ddot{u}_i)$, ktorú môžeme vyjadriť ako súčin vektoru \ddot{u} zovšeobecnených zrýchlení a štvorcovej matice M_w konštantných súčiniteľov.

Pohyb konštrukcie môžeme teda popísať lineárnou maticovou pohybovou rovnicou s príslušnými okrajovými podmienkami s odvolaním sa na článok [1] :

$$(M + M_w)\ddot{u} + C\dot{u} + K u = f(t)$$
(3.1)

M - matica súčiniteľov hmotnosti diskretizovanej konštrukcie

$$M_w$$
 - matica súčiniteľov hmotnosti časti diskretizovanej kvapaliny

- K matica súčiniteľov tuhosti diskretizovanej konštrukcie
- C matica súčiniteľov tlmenia diskretizovanej konštrukcie
- f(t) vektor zovšeobecnených síl pôsobiacich na konštrukciu
- u vektor zovšeobecnených premiestnení

Pohybová rovnica (3.1) je v súčasnosti základnou rovnicou pre výpočet dynamickej odozvy typu vibrácia konštrukcie pri styku s kvapalinou, ktorá je založená na prídavnej hmotnosti kvapaliny M_w . Pri tomto postupe sa dynamická odozva konštrukcie rieši modálnou analýzou alebo metódou priameho integrovania pohybových rovníc konštrukcie, s použitím modelu konštrukcie s maticou hmotnosti. Matica hmotnosti je vytvorená špeciálnym pripočítaním matice prídavnej hmotnosti kvapaliny k matici hmotnosti konštrukcie.

Matica prídavnej hmotnosti kvapaliny vyjadruje najvýraznejší vplyv neprúdiacej kvapaliny na kmitanie modelovanej konštrukcie - tlak kvapaliny na povrch konštrukcie. Spôsoby stanovenia prídavnej hmotnosti kvapaliny sú rôzne - od jednoduchého, silne zjednodušeného modelu konštrukcie s kvapalinou až po špecializované numerické riešenia problému s rešpektovaním skutočnej geometrie.

3.1 Diskretizácia pohybovej rovnice

Odvodenie diferenciálnej akustickej vlnovej rovnice [3.2] je založené na vete o zachovaní hybnosti a na rovnici kontinuity, pri zohľadnení požadovaných podmienok :

- kvapalina je stlačiteľná, izotropná a homogénna
- kvapalina je lineárna a dokonale pružná
- priemerná hustota a tlak sú stále v celej kvapalinovej oblasti
- nedochádza k prúdeniu kvapaliny
- kvapalina je v kontakte s konštrukciou

platí diferenciálna rovnica

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 p \tag{3.2}$$

Diferenciálnu rovnicu diskretizujeme pre danú kvapalinovú oblasť. Do diskretizovanej pohybovej rovnice musíme zaviesť člen predstavujúci tlmenie sústavy. Po zavedení konštrukcie väzby medzi kvapalinou a konštrukciou dostaneme pohybovú rovnicu v úplnom diskrétnom tvare :

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ M_c & M_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{p} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K & K_c \\ 0 & K_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(t) \\ w(t) \end{pmatrix}$$
(3.3)

M - matica súčiniteľov hmotnosti diskretizovanej konštrukcie

K - matica súčiniteľov tuhosti diskretizovanej konštrukcie

C - matica súčiniteľov tlmenia diskretizovanej konštrukcie

 M_p - matica súčiniteľov hmotnosti kvapaliny

K_p - matica súčiniteľov tuhosti kvapaliny

C_p - matica súčiniteľov tlmenia v kvapaline

 M_p - matica súčiniteľov hmotnostných (inerciálnych) interakcií

K_c - matica súčiniteľov elastických interakcií

f(t) - vektor zovšeobecnených síl pôsobiacich na konštrukciu

w(t) - vektor zovšeobecneného zaťaženia v bodoch kvapalinovej oblasti

Rovnica (3.1) a (3.3) je pri riešení doplnená o okrajové a počiatočné podmienky. Sústava pohybových rovníc sa najčastejšie rieši pomocou metódy priamej integrácie. Systém ANSYS poskytuje jeden z možných postupov integrácie - Newmarková metóda.

3.2 Modálna analýza nesymetrického zväzku rovníc

Zovšeobecnený problém vlastných čísiel nesymetrického zväzku (K^*, M^*) [3] vychádza zo sústavy homogénnych rovníc (3.3) s nulovou pravou stranou.

Za predpokladu nízkej úrovne tlmenia môžeme v rovnici zanedbať prostredný člen tlmenia, na ľavej strane rovnice. Za predpokladu harmonického pohybu vlastného kmitania dostaneme rovnicu popisujúcu zovšeobecnený problém vlastných čísiel :

$$\begin{pmatrix} \begin{bmatrix} K & K_c \\ 0 & K_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & 0 \\ M_c & M_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_s \\ \phi_p \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(3.4)

Matice K^*, M^* odpovedajúce matici tuhosti a matici hmotnosti sústavy môžu byť nesymetrické. Vektor ϕ_i je vlastný vektor odpovedajúci vlastnému číslu λ_i . Vlastnú uhlovú frekvenciu získame zo vzťahu $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$. Úpravou vlastného vektoru získame vlastný tvar kmitu.

4. Systém ANSYS

K výpočtovej analýze statických a dynamických vlastností vežového vodojemu bol určený výpočtový systém ANSYS, univerzálny programový balík, ktorý je založený na metóde konečných prvkov, vyvíjaný firmou ANSYS, Inc. v priebehu posledných 40 rokov. Je určený na riešenie rozsiahlych lineárnych aj nelineárnych úloh zo širokého spektra kategórií : štrukturálne, teplotné, teplotno-mechanické, akustické, elektromagnetické, mechanika tekutín , rozličné multidisciplinárne analýzy ,kontaktné problémy atď.

Ako jeden z referenčných systémov v USA, v krajinách EU je nasadzovaný v štátnych, vojenských a rozličných oblastiach priemyslu, aby sa zabránilo nákladným a zdĺhavým vývojovým cyklom. Z pomedzi množstva firiem, v ktorých je systém nasadený spomenieme napríklad Boeing, BMW, Caterpillar, Ford, Audi, Siemens atď.



Obrázok 4. Prostredie systému ANSYS

Systém je založený na geometrickom jadre Parasolid a pomocou otvoreného pre- a post- procesora môže komunikovať s rôznymi CAD systémami. V základnom balíku obsahuje systém viac ako 100 základných konečných prvkov, prvkov s vyššou presnosťou p-prvkov alebo pipe elementov na riešenie potrubných systémov. Výhodou systému ANSYS je prehľadná a obsiahla dokumentácia v elektronickej podobe a možnosť využívania databanky výsledkov experimentálnych meraní fyzikálnych vlastností materiálov.

4.1 Použité elementy

SOLID187 - 3D priestorový prvok

Priestorový kvadratický desaťuzlový tetraeder je vhodný na modelovanie nepravidelných konštrukcií (vytvorené napríklad v CAD systéme). V každom z desiatich uzlov je definovaný posun UX, UY, UZ. Prvok je modelovaný na namáhanie plastické, elastické, zmrašťovaním, dotvarovaním a počiatočnými napätiami, počiatočnými deformáciami a veľkými deformáciami.



Obrázok 5. SOLID187 Element

Element je definovaný desiatimi uzlami a ortotropickými, anizotropickými vlastnosťami, ktoré zodpovedajú súradnicovému systému elementu. Geometriu elementu, pozíciu uzlov, ako aj súradnicový systém môžeme vidieť na obrázku 9.

Vstupné údaje elementu :

Názov :	SOLID187
Uzly :	I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R
Stupne voľnosti :	UX, UY, UZ
Reálne konštanty :	-
Materiálové konštanty :	EX, EY, EZ, ALPX, ALPY, ALPZ ,PRXY, PRYZ, PRXZ, DENS, GXY,
	GYZ, GXZ, DAMP
Povrchové zaťaženie :	Tlak (na povrchoch 1, 2, 3, 4)
Objemové zaťaženie :	Teploty : T(I), T(J), T(K), T(L), T(M), T(N), T(O), T(P), T(Q), T(R)

Špeciálne vlastnosti : Tlakové vystuženie, veľké deformácie, plastické, elastické namáhanie, počiatočné deformácie

Výstupné hodnoty zviazané s elementom sú :

uzlové posuny

– ďalšie výstupne hodnoty (napríklad napätie na obr.6.) môžeme získať
 pomocou príkazu ETABLE, z tabuľky výsledkov elementu.



Obrázok 6. SOLID187, zobrazenie výstupných hodnôt napätia

FLUID30 - 3D priestorový prvok

Fluid30 je osemuzlový priestorový prvok v tvare šesťstenu, ktorý slúži na modelovanie tekutiny. Prvok existuje v dvoch variantoch. V základnom variante ide o prvok, ktorý má v každom uzle len jeden parameter, a to tlak p. Tento prvok sa využíva na modelovanie kvapaliny bez kontaktu s poddajným telesom. V prípade interakcie s poddajným telesom musíme použiť variant prvku majúci v každom uzle štyri stupne voľnosti, a to tlak p a posunutia UX, UY, UZ. V kontaktných uzloch, na rozhraní kvapalina – teleso, musíme zviazať ich stupne voľnosti posunutia. V uzloch, ktoré nie sú v kontakte s poddajným telesom sa stupne voľnosti odpovedajúce posunutiam odoberú. Pre zadanie vlastností kvapaliny je dostačujúce zadať hustotu kvapaliny ρ a rýchlosť šírenia zvuku v kvapaline c, ktoré sú ovplyvňované množstvom obsiahnutého vzduchu v kvapaline.

Vstupné údaje elementu :

Názov :	FLUID30
Uzly :	I, J, K, L, M, N, O, P
Stupne voľnosti :	UX, UY, UZ, Tlak
Reálne konštanty :	Tlak
Materiálové konštanty :	DENS,SONC,MU
Povrchové zaťaženie :	Označenie interakcie teleso- tekutina
Objemové zaťaženie :	Teploty : T (I), T (J), T (K), T (L), T (M), T (N), T(O), T(P)
Špeciálne vlastnosti :	-



Obrázok 7. FLUID30 element

Obmedzenia elementu :

Nulový objem elementu nie je povolený. Číslovanie uzlov musí byť v správnom poradí (podľa obrázka 7.), pričom plochy IJKL a MNOP sú vzájomne zameniteľné. Tlak v tekutine je podmienený vlnovou rovnicou s nasledujúcimi predpokladmi:

- tekutina je stlačiteľná, izotropická, lineárna a dokonale pružná
- tekutina je v pokoji , nedochádza k prúdeniu
- hustota a tlak sú v tekutine rovnomerné

Výstupné hodnoty zviazané s elementom sú :

- uzlové posuny
- ďalšie výstupné hodnoty môžeme získať pomocou príkazu ETABLE z tabuľky výsledkov elementu .

SHELL43 - 3D škrupinový prvok

Je štvoruzlový, trojrozmerný prvok, ktorý umožňuje v každom uzle definovať posuny a pootočenia UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ. Prvok je modelovaný na namáhanie plastické, dotvarovaním a veľkými deformáciami. Vďaka svojim dobrým ohybovým a membránovým vlastnostiam je predovšetkým vhodný na modelovanie tenkostenných konštrukcií.



Obrázok 8. SHELL43 element

Element je definovaný štyrmi uzlami (i, j, k, l), štyrmi hrúbkami a ortotropickými vlastnosťami materiálu, pričom ortotropické vlastnosti zodpovedajú súradnicovému systému elementu. Geometria prvku je zobrazená na obrázku 8. Element môžeme natočiť podľa osi x o uhol THETA. Hrúbku elementu môžeme definovať ako konštantnú zadaním reálnej konštanty TK (I). V prípade, keď hrúbka konštantná nie je, musíme ju zadať v každom uzle.

Vstupné údaje elementu :

Názov :	SHELL43
Uzly :	I, J, K, L
Stupne voľnosti :	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
Reálne konštanty :	ТК (I), ТК (J), ТК (K), ТК (L), EFS, THETA,
	RMI, CTOP, CBOT, ADMSUA
Materiálové konštanty :	EX, EY, EZ, (PRXY, PRYZ, PRXZ, alebo NUXY, NUYZ, NUXZ),
ALPX,	ALPY, ALPZ, DENS, GXY, DAMP
Povrchové zaťaženie :	Tlak

Objemové zaťaženie :	Teploty : T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8
Špeciálne vlastnosti :	Tlakové vystuženie, veľké deformácie

Obmedzenia elementu :

Nulová plocha elementu nie je povolená, takisto aj hrúbka elementu a postupné zúženie hrúbky na nulovú hodnotu. Uzly elementu musia ležať v jednej rovine, pričom malá odchýlka je povolená. Prekročenie tolerancie vyústi k chybovej správe systému ANSYS.

Výstupné hodnoty zviazané s elementom sú :

uzlové posuny

šmyk , napätie, vnútorné sily (vyobrazené na Obrázku 9.) a ďalšie
 môžeme získať pomocou príkazu ETABLE z tabuľky výsledkov elementu.





Príklad použitia príkazu ETABLE , čerpaný z [4] :

ETABLE, mx, SMIS, 1 ETABLE,my, SMIS, 2 ETABLE,mxy, SMIS, 3 PRETAB PLETAB,mx,AVG definovanie premennej "mx" definovanie premennej "my" definovanie premennej "mxy" výpis definovaných premenných vykreslenie momentu síl "mx"

5. Cieľ práce

Doposiaľ sme popísali úvodnú problematiku a predpoklady na riešenie daného problému, tiež sme zvolili softvér, popísali jeho základné vlastnosti a prvky, ktorými budeme problematiku riešiť. Avšak s aplikáciou prvkov FLUID30 v systéme ANSYS, zatiaľ nemáme skúsenosti, preto priamo riešiť vplyv tekutiny na statické a dynamické vlastnosti konštrukcie vodojemu by nebolo vhodné. Zvolením jednoduchého príkladu, na ktorom si môžeme otestovať vlastnosti sústavy tekutina - konštrukcia a porovnať numerické výsledky s analytickými výsledkami, vytvoríme vhodný základ pre riešenie zložitejšej analýzy vežového vodojemu.

6. Zadanie úlohy

V nasledujúcej časti budeme vychádzať z príkladu 9.1, čerpaného z učebnice [5]. Valcová škrupina vodojemu s polomerom r = 5,0m a výškou h = 6m má konštantnú hrúbku steny t = 0,2m a je na spodnom konci votknutá do dna v tvare kruhovej dosky. Stena i dno nádrže vytvárajú pri osovo symetrickom zaťažení tlakom náplne ohybovú plochu podľa obrázka 12. Kruhová nádrž je naplnená vodou s hustotou γ = 10kNm⁻³ .Materiál nádrže železobetón : Youngov modul pružnosti E = 2,1 . 10⁷ kNm⁻², Poissonov súčiniteľ priečnej deformácie μ = 1/6.



Obrázok 10. Geometria analyzovanej nádrže

6.1 Rozbor zadania

Našim cieľom je porovnanie analytického riešenia s dvoma variantmi numerického riešenia v systéme ANSYS. Hľadané veličiny sú vypočítané tromi spôsobmi :

- analytickým riešením
- tzv. hydrostatickým trojuholníkom v systéme ANSYS
- použitím prvku fluid30 (FSI analýza MKP) v systéme ANSYS [6]

6.2 Analytické riešenie

Analytické riešenie pre ohybovú napätosť uzavretých valcových škrupín pri osovo symetrickom zaťažení, vychádza z jednoduchej predstavy o vzájomnom spolupôsobení vodorovných prstencov a zvislých pásov vyobrazených na obrázku 11.





Obrázok 11. Vzájomné spolupôsobenie vodorovných prstencov a zvislých pásov

Obrázok 12. Vedľajšie vodorovné momenty

Zvislé pásy môžeme považovať za konzolové nosníky pružne votknuté do dna nádrže. Tieto konzoly sa značne ohýbajú, čo badať na obrázku 13. Z tohto dôvodu musíme okrem obvodovej ťahovej sily N, vo vodorovných prstencoch, uvážiť aj vplyv ohybových momentov M v konzolách. V súvislosti s ohybovými momentmi vznikajú v konzolách aj priečne sily Q. Pôsobenie kladných veličín je vyobrazené na obrázku 11. Pri danom rotačnom, symetrickom zaťažení sa nemôžu bočné zvislé steny na konzolách vzájomne pootočiť, preto pri ohybe konzol vznikajú v súvislosti s ohybovými momentmi M aj vedľajšie vodorovné momenty μM , naznačené na obrázku 12.



Obrázok 13. Ohyb konzolových nosníkov valcovej škrupiny

Pri statickom riešení nádrže zavedieme tieto označenia :

- t hrúbka steny
- r stredný polomer nádrže
- h výška hladiny
- γ objemová hmotnosť kvapaliny
- x vzdialenosť prierezu od dna nádrže
- w priehyb steny kladný smerom von z nádrže
- θ uhol pootočenia dotyčnice k ohybovej ploche od zvislice
- M ohybový moment v zvislej konzole na jednotku dĺžky obvodovej kružnice
- N obvodový ťah na vodorovnom prstenci na jednotku výšky steny nádrže

Pri výpočte ohybu steny musíme vychádzať aj z podmienok spojitosti deformácií. Preto si najskôr odvodíme diferenciálnu rovnicu pre ohybovú čiaru valcovej steny [5]. Ohybová čiara s poradnicami w(x) je po celom obvode rovnaká a určuje ohybovú plochu. Poznatok priebehu ohybovej čiary nám umožní určiť všetky vnútorné sily :

a) Obvodový ťah N vo vodorovných prstencoch je závislý len od zväčšenia polomeru r vodorovného prstenca, pričom zväčšenie Δr sa rovnajú priehybom w = Δr .

$$N = \frac{Et}{r}w\tag{6.1}$$

b) Ohybový moment M v zvislej konzole sa podľa náuky o pružnosti rovná násobku prierezovej tuhosti konzoly EJ a krivosti $\frac{d^2w}{dx^2}$. Ak uvážime aj vplyv priečnej deformácie, treba tuhosť EJ pri konzole jednotkovej šírky (ds=1) nahradiť hodnotou:

$$D = \frac{EJ}{1-\mu^2} = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$$
(6.2)

Potom pre ohybový moment platí :

$$M = D \frac{d^2 w}{dx^2} \tag{6.3}$$

c) Priečna sila Q v zvislej konzole sa vyjadrí z momentovej podmienky rovnováhy síl, pôsobiacich na element $dx \cdot ds$ podľa obrázku 11. S prihliadnutím na hornú hranu elementu má momentová podmienka tvar:

$$M \cdot ds - (M + dM) \cdot ds + Q \cdot ds \cdot dx + p \, ds \cdot dx \frac{dx}{2} = 0 \tag{6.4}$$

Z tejto rovnice, po dosadení ds $= r. d\beta$ a po zanedbaní malých veličín vyššieho rádu ,dostaneme Schwendlerovu-Žurvského vetu :

$$Q = \frac{dM}{dx} \tag{6.5}$$

Po dosadení hodnoty M získame rovnice, ktoré určujú vzťahy medzi vnútornými silami vo valcovej stene a priehybmi w. Teraz zostavíme súčtovú podmienku rovnováhy pre vodorovné sily, ktoré pôsobia na element z obr.14., v smere tlaku p :

$$p \cdot ds \cdot dx + [Q - (Q + dQ)]ds - 2Ndx \sin \frac{d\beta}{2} = 0$$
(6.6)

Dosadíme

$$ds = r d\beta \qquad sin \frac{d\beta}{2} \approx \frac{d\beta}{2}$$
 (6.7)

a po úprave dostaneme

$$\frac{dQ}{dx} + \frac{N}{r} = p \tag{6.8}$$

Dosadením hodnoty p, N a Q dostaneme hľadanú *diferenciálnu rovnicu ohybovej čiary* pre valcovú stenu

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \frac{Et}{r^2 w} = \gamma (h - x)$$
(6.9)

Ak má stena nádrže konštantnú hrúbku t, môžeme diferenciálnu rovnicu pre ohybovú čiaru valcovej steny napísať v tvare

$$\frac{d^4w}{dx^4} + \frac{Et}{Dr^2} \cdot w = \frac{1}{D}\gamma(h-x)$$
(6.10)

Riešenie diferenciálnej rovnice sa skladá z dvoch častí :

- w₀ je partikulárny integrál nehomogénnej rovnice
- w₁ je všeobecný integrál homogénnej rovnice

Keď porovnáme poslednú rovnicu s rovnicou

$$\Delta r = \frac{r^2}{Et} \gamma(h - x) \tag{6.11}$$

zistíme, že w_0 sa rovná priehybu steny nádrže za membránového stavu. Teda partikulárne riešenie je totožné s membránovým stavom a reprezentuje stav na staticky určitej základnej sústave. Homogénna rovnica

$$\frac{d^4w}{dx^4} + \frac{Et}{Dr^2}w = 0$$
(6.12)

sa upraví tak, že označíme

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{r^2 \cdot t^2}} \tag{6.13}$$

homogénna rovnica potom nadobudne tvar

$$\frac{d^4w}{dx^4} + 4\lambda^4 \cdot w = 0 \tag{6.14}$$

Výsledná rovnica je úplne podobná diferenciálnej rovnici ohybovej čiary nosníka na pružnom podklade. Pri valcovej stene môžeme totiž považovať zvislé konzoly za nosníky na pružnom podklade, ktoré tvoria vodorovné prstence.

6.3 Analytické riešenie danej úlohy

Podľa rovnice (6.13) máme

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{3.(1-\mu^2)}{r^2.t^2}} = \sqrt[4]{\frac{3.(1-\frac{1^2}{6^2})}{5^2.0.2^2}} = 1,3068$$

Ohybový moment a priečna sila na spodnom okraji nádrže (vo votknutí) je :

$$M = \frac{\gamma \cdot h}{2\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\lambda h} \right) = \frac{10 \cdot 6}{2.1,7077} \left(1 - \frac{1}{7,4808} \right) = 15,33kNm^{-1} = 15330kNcm^{-1}$$
$$Q = -\frac{\gamma \cdot h}{2\lambda} \left(2 - \frac{1}{\lambda h} \right) = \frac{10 \cdot 6}{2.1,3068} \left(1 - \frac{1}{7,4808} \right) = -42,99kNm^{-1} = -429,9Ncm^{-1}$$

Tieto hodnoty sú znázornené na obrázku 14.

Priehyby a obvodové ťahy N sú :

$$w = \frac{r^{2}\gamma}{Et}(h-x) - \frac{r^{2}\gamma}{Et}h(\xi_{1} - \frac{1}{\lambda h}\xi_{2})$$
(6.15)

$$N = r \cdot \gamma (h - x) - r \cdot \gamma \cdot h(\xi_1 - \frac{1}{\lambda h} \xi_2)$$
(6.16)

Pomocné veličiny preberieme z 327. strany učebnice [5]. Výpočet priehybov *w* a obvodových ťahov *N* je sumarizovaný v tabuľke 1, poradnice stanovíme vo vzdialenostiach 0,1....6m :

x	h - x	$\xi_1 - \frac{1}{\lambda \cdot h} \xi_2$	w [m]	$N[kNm^{-1}]$
0	6	1,000	0	0
1	5	0,299	191.10 ⁻⁶	160,4
2	4	-0,031	249.10 ⁻⁶	209,3
3	3	-0,026	188.10 ⁻⁶	157,9
4	2	-0,002	120.10^{-6}	100,8
5	1	0,002	59.10 ⁻⁶	49,5
6	0	0	0	0

Priehyby a obvodové ťahy N

Tabuľka 1. Analytické riešenie priehybov a obvodových ťahov

Priebeh ohybovej čiary a obvodových ťahov vo vodorovných prstencoch je vyznačený na obrázku 14. Pre porovnanie je prerušovane zakreslený aj lineárny priebeh, platný pre membránový stav.



Obrázok 14. Priebeh ohybovej čiary a obvodových ťahov

Ohybové momenty M a priečne sily Q sú :

$$M = \frac{\gamma h}{2 \lambda^2} \left(\xi_3 - \frac{1}{\lambda h} \xi_4 \right)$$
(6.17)

$$Q = -\frac{\gamma h}{2\lambda} \left(2\xi_4 - \frac{1}{\lambda h} \xi_1 \right) \tag{6.18}$$

Výpočet ohybových momentov M a priečnych síl Q za použitia pomocných veličín z učebnice [5] je sumarizovaný v tabuľke 2:

x	$\xi_3 - \frac{1}{\lambda \cdot h} \xi_4$	$2\xi_4 - \frac{1}{\lambda \cdot h}\xi_1$	$M [kNm m^{-1}]$	$Q \; [kN \; m^{-1}]$
0	0,872	1,872	15,33	-42,99
1	-0,200	0,099	-3,51	-2,27
2	-0,092	-0,123	-1,62	2,84
3	0,001	-0,025	0,02	0,58
4	0,007	0,006	0,12	-0,13
5	0,001	0,003	0,02	-0,07
6	0	0	-0,01	0

Ohybové momenty M a priečne sily Q

Tabuľka 2. Analytické riešenie ohybových momentov a priečnych síl

Priebeh ohybových momentov M a priečnych síl Q, ktoré pripisujeme ako vnútorné sily zvislým konzolám, je vyobrazený na obr. 15. Moment vo votknutí je podľa zavedenej konvencie o znamienkach kladný, z dôvodu namáhania ťahom vnútorného vlákna. Priečna sila Q je vo votknutí záporná. Priechodné body na čiare Q sú zároveň miestami dosahovaných maxím ohybových momentov, čo je zároveň kontrolou správnosti výsledkov.



Obr.15.Priebeh ohybových momentov M a priečnych síl Q

6.4 Numerické riešenie pomocou MKP

V predchádzajúcej časti sme odvodili riešenie nádrže naplnenej tekutinou pomocou analytického riešenia. V tejto podkapitole je uvedené jedno z možných riešení určenia vlastností nádrže v systéme ANSYS. Uvažujeme nad dvoma variantmi výpočtového modelu. V prvom variante modelujeme len samotnú nádrž, v druhom variante aj kvapalinovú oblasť.

6.5 Numerické riešenie hydrostatickým trojuholníkom

Pri tomto spôsobe hľadania výsledných veličín, bez modelovania oblasti tekutiny, sme vychádzali z pôsobenia hydrostatického tlaku vody na steny a dno nádrže. Voda v danej nádrži siaha až po jej okraj, teda jej maximálna výška h = 6,0m. Materiál plášťa nádrže je železobetón s vlastnosťami uvedenými v zadaní úlohy. Hustota vody je $\gamma_v = 10kNm^{-3}$. Výsledný hydrostatický tlak vody na dne nádrže je $p_v = h.\gamma_v = 6,0.10 = 60kNm^{-2}$. Pôsobiaci tlak na steny nádrže lineárne narastá s hĺbkou, pričom na dno pôsobí konštantou hodnotou.

6.5.1 Sieť konečných prvkov modelu nádrže

Podľa uvedeného zadania sme vytvorili konečno-prvkový model nádrže, ktorý je zložený z jedného prvku SHELL43. Nádrž bola generovaná metódou direct modeling, teda model bol vytvorený priamo zadávaním uzlových bodov a elementov.

6.5.2 Okrajové a počiatočné podmienky modelu valcovej nádrže

Valcová škrupina nádrže je jednostranne votknutá do dna, to znamená že vo všetkých uzloch votknutia sú posuvy rovné nule (UX=0, UY=0, UZ=0). Dno nádrže je podopreté po celej svojej ploche - posunutia sú nulové. Na steny nádrže pôsobí s hĺbkou, lineárne narastajúci hydrostatický tlak. Okrajové a počiatočné podmienky sú zobrazené na obrázku 16.



Obrázok 16. Okrajové a počiatočné podmienky nádrže zaťaženej hydrostatickým trojuholníkom

6.6 Analýza dosiahnutých výsledkov

V tejto podkapitole sú prezentované dosiahnuté numerické hodnoty posunutí, obvodových ťahov, ohybových momentov a priečnych síl v tabuľke 3. Na obrázkoch 17, 18, 19 a 20 sú zobrazené dosiahnuté výsledky.

х	h - x	w [m]	$N [kNm^{-1}]$	$M [kNm m^{-1}]$	$Q [kN m^{-1}]$
0	6	0	0	10,53	-35,44
1	5	209.10 ⁻⁶	181,1	-3,76	-0,123
2	4	261.10 ⁻⁶	218,5	-1,29	2,53
3	3	189.10 ⁻⁶	156,3	0,09	0,37
4	2	122.10 ⁻⁶	99,8	0,11	-0,14
5	1	61.10 ⁻⁶	49,3	0,06	-0,05
6	0	0	0	-0,01	0

Tabuľka 3. Tabuľka výsledkov numerického riešenie pomocou hydrostatického trojuholníka



6.7 Numerické riešenie pomocou prvku FLUID30

V tejto podkapitole sa budeme venovať numerickému riešeniu v systéme ANSYS. Modelujeme nielen konštrukciu nádrže, ale aj kvapalinovú oblasť za použitia prvku FLUID30.

6.7.1 Sieť konečných prvkov modelu nádrže a tekutiny

Podľa uvedeného zadania sme vytvorili konečno-prvkový model, zložený z dvoch odlišných prostredí, štruktúry a tekutiny. Prvky boli generované metódou direct modeling. Pre vytvorenie siete konečných prvkov pre teleso nádrže sme zvolili škrupinový prvok SHELL43. Sieť konečných prvkov kvapalinovej oblasti je vytvorená osemstenovým prvkom FLUID30. Odvodenie prvkov a ich charakteristiku môžeme nájsť v [7]. Modelované kvapalinové médium je voda. Hustota čistej vody $\rho = 1000 kgm^{-3}$ a rýchlosť šírenia zvuku vo vode pri teplote 20° C je $c_w = 1482 m. s^{-1}$. Materiál plášťa nádrže je železobetón s vlastnosťami uvedenými v zadaní úlohy.





Obr.21 výpočtový model nádrže - zvislý rez

Obr.22 Okrajové a počiatočné podmienky

Na obrázku 21 sú zobrazené použité elementy, a to prvok škrupiny nádrže SHELL43, ktorý je vyobrazený tyrkysovou farbou. Prvok Fluid30, ktorý tvorí prostredie tekutiny je znázornený červenou farbou. Posledný prvok je Fluid30, tvoriaci rozhranie medzi tekutinou a stenou nádrže je vyobrazený fialovou farbou.

Typ prvku	Umiestnenie prvku	Stupne voľnosti	Počet elementov
SHELL43	Plášť nádrže	UX, UY, UZ	3792
FLUID30a	Tekutina bez kontaktu s nádržou	Р	3744
FLUID30b	Tekutina - kontakt s nádržou	UX, UY, UZ, P	50976
	58512		

Tabuľka 4. : Zoznam použitých prvkov

6.7.2 Okrajové a počiatočné podmienky modelu valcovej nádrže a tekutiny

Valcová škrupina nádrže je jednostranne votknutá do dna, to znamená, že vo všetkých uzloch votknutia sú posuvy rovné nule (UX=0, UY=0, UZ=0). Dno nádrže je podopreté po celej svojej. Tekutina sa nachádza vo valcovej nádrží s voľným povrchom, na ktorý pôsobí nulový tlak. Okrajové a počiatočné podmienky sú vyobrazené na obrázku 22.

6.7.3 Vzájomné okrajové podmienky medzi štruktúrou a tekutinou

Základnou požiadavkou prenosu energie medzi štruktúrou a tekutinou je ich rozdelenie na samostatné objemy, ktorých povrchy sa musia v miestach vzájomného kontaktu dotýkať. Sieť konečných prvkov nádrže zdieľa v miestach kontaktu so sieťou prvkov tekutiny, uzlové body. Rozhranie je definované špeciálnymi okrajovými podmienkami v týchto uzlových bodoch pre štruktúru aj tekutinu.

6.8 Analýza dosiahnutých výsledkov

V tejto podkapitole sú prezentované dosiahnuté numerické hodnoty posunutí, obvodových ťahov, ohybových momentov a priečnych síl v tabuľke 5. Na obrázkoch 23, 24, 25 a 26 sú postupne znázornené posunutia v smere osi y, obvodové ťahy a ohybové momenty nádrže.

х	h - x	w [m]	$N [kNm^{-1}]$	$M \left[kNm m^{-1} \right]$	$Q[kN m^{-1}]$
0	6	0	0	10,60	-35,69
1	5	210.10^{-6}	178,9	-3,79	-0,118
	4	262.10 ⁻⁶	216,1	-1,31	2,55
3	3	189.10 ⁻⁶	153,8	0,09	0,37
4	2	121.10 ⁻⁶	97,3	0,11	-0,13
5	1	60.10 ⁻⁶	46,8	0,01	-0,04
6	0	0	0	-0,01	0

Tabuľka 5. Tabuľka výsledkov numerického riešenie pomocou prvku FLUID30



STEP=1 SUB =1 TIME=1









28

6.9 Analýza dosiahnutých analytických a numerických výsledkov

Na základe porovnania dosiahnutých výsledkov v tabuľke 6 je zrejmé, že oba nami využité spôsoby interakcie tekutiny s nádržou dosahujú porovnateľné výsledky. Nami zvolené delenie konečných prvkov nádrže a kvapalinovej oblasti dosahuje relatívne malé výchylky od analytického riešenia. Najvýraznejšiu odchýlku sme lokalizovali v bodoch votknutia steny nádrže do dna. Problémom bolo nedostatočné vertikálne delenie konečných prvkov nádrže v týchto miestach, čo je jedno zo slabých miest MKP.

Experimentovanie ukázalo, že zjemňovaním siete konečných prvkov sa hodnoty ohybových momentov v problematickej oblasti votknutia približovali k analytickým hodnotám, zatiaľ čo výpočtový čas a pamäťové nároky na systém sa razantne zvyšovali.

Riešenie	Analytické	Hydrostatický	FLUID30
	riešenie	trojuholník	
	Bod maximálr	neho priehybu	
w [m]	249.10 ⁻⁶	261.10^{-6}	262.10^{-6}
$N [kNm^{-1}]$	209,3	218,5	216,1
$M [kNm m^{-1}]$	-3,51	-1,29	-1,31
$Q [kN m^{-1}]$	-2,27	-2,53	-2,55
	Votknuti	e do dna	
w [m]	0	0	0
$N [kNm^{-1}]$	0	0	0
$M [kNm m^{-1}]$	15,33	10,53	10,60
$Q \; [kN \; m^{-1}]$	-42,99	-35,44	-35,69

Tabuľka 6. : Tabuľka výsledkov analytického a numerického riešenie

7 Modálna analýza

Pri statickom riešení predpokladáme, že konštrukcia sa nachádza v pokoji alebo rovnomernom priamočiarom pohybe. Pri tenkostenných konštrukciách musíme overiť citlivosť konštrukcie aj na dynamické zaťaženie. V statickej analýze bolo možné nahradiť kvapalinu hydrostaticky pôsobiacim tlakom na dno a steny nádrže, avšak z hľadiska dynamickej analýzy je náhrada kvapaliny omnoho komplikovanejšia, preto budeme uvažovať nad riešením len s použitím prvku FLUID30.

7.1 Numerické riešenie pomocou prvku FLUID30

Prevedením rovníc (1) a (3) pri zanedbaní útlmu na úlohu o vlastných číslach získame nesymetrickú sústavu rovníc (4). Výpočet vlastných tvarov v systéme ANSYS sme uskutočnili pre prípad prázdnej nádrže a plnej nádrže. V prípade plnej nádrže bola kvapalinová oblasť modelovaná pomocou prvku FLUID30. V oboch prípadoch sme hľadali 50 vlastných tvarov vo frekvenčnom rozsahu 0,1-35 Hz. Na riešenie bol použitý nesymetrický riešič.

Vlastný tvar	Prázdna nádrž	Nádrž s tekutinou
Poradie	Frekvencia [Hz]
1.	20,377	11,996
2.	21,490	13,363
3.	28,959	15,828
4.	29,294	19,024



Tabuľka 7 : Vlastné tvary nádrže

Obrázok 27. Prvé štyri vlastné tvary nádrže naplnenej kvapalinou

7.2 Matematický predpoklad impulzívnej frekvencie

V prípade impulzívnej frekvencie je našim cieľom nájsť frekvenciu, kedy je tekutina v nádrži unášaná jedným smerom. Uvažujeme nad valcovou nádržou, kde sa budeme zaoberať len účinkom tekutiny na steny nádrže -impulzívnou zložkou odozvy [8] a [9]. Impulzová perióda pre valcovú nádrž je daná

$$T_i = C_i \frac{H\sqrt{\rho}}{\sqrt{\frac{t}{R}\sqrt{E}}}$$
(7.1)

kde H je výška naplnenia kvapalinou, R je polomer nádrže, t je hrúbka steny nádrže, ρ objemová hmotnosť nádrže , E modul pružnosti a C_i je bezrozmerná veličina závislá od štíhlosti $\gamma = H/R$. Frekvenciu získame pomocou vzťahu $f = 1/T_i$

7.3 Analytické riešenie impulzovej frekvencie danej úlohy

Požadované koeficienty pre našu úlohu, s pomerom výšky a steny nádrže rovnej 1,2, získame lineárnou aproximáciou najbližších tabuľkových hodnôt, pre koeficienty impulzívnej a konvektívnej zložky.

H/r	C _i	C _c	m _i /m	m_c/m	h _i /H	h _c /H	h' _i /H	h' _c /H
1	6,36	1,52	0,548	0,452	0,419	0,616	0,721	0,785
1,2	6,18	1,496	0,6032	0,3692	0,427	0,6456	0,6214	0,7544
1,5	6,06	1,48	0,686	0,314	0,439	0,69	0,555	0,734

Tabuľka 8 : Koeficienty pre vlastné frekvencie

Po dosadení tabuľkových hodnôt získame periódu

$$T_i = 6,18 \frac{6\sqrt{1000}}{\sqrt{\frac{0,2}{5}}\sqrt{21e9}} = 0,040457s$$

Prevrátením tejto hodnoty získame prvú vlastnú frekvenciu nádrže

$$f = \frac{1}{T_i} = \frac{1}{0,040457s} = 24,717 \, Hz$$

7.4 Numerické riešenie impulzovej frekvencie danej úlohy

Hodnotu impulzovej frekvencie nádrže naplnenej vodou získame modálnou analýzou za rovnakých okrajových podmienok, ako v prípade statickej analýzy. Vypočítaná impulzová frekvencia nádrže je 23,678 Hz. Zobrazená je na obrázku 17.



Obrázok 28. Impulzová frekvencia nádrže

7.5 Zhodnotenie verifikačného príkladu

Cieľom štúdie bolo overenie numerických výsledkov danej nádrže, ktoré boli počítané pomocou programu ANSYS s analytickým riešením. Zvolený prvok FLUID30 sa ukázal ako optimálny kandidát na riešenie zložitejších statických a dynamických úloh interakcie konštrukcie s neprúdiacou kvapalinou. Presnosť numerického riešenia sa aj pri pomerne hrubom delení siete uzlových bodov približovala k analytickému riešeniu. Problematickým miestom sa stalo votknutie steny nádrže do dna, kde sme narazili na najväčšie odchýlky numerického od analytického riešenia. Dôvodom bolo vypočítanie hľadaných hodnôt v strede elementov pomocou príkazu ETABLE. Možným riešením by bola extrapolácia hodnôt zo stredu elementu do uzlových bodov tvoriacich počítaný element. Vytvorili sme predpoklad, ktorý využijeme pri modelovaní a analýze trnavského vodojemu.

8 Trnavský vodojem

Za hlavný výpočtový model diplomovej práce sme zvolili vežový vodojem v Trnave, významné architektonické dielo slovenského funkcionalizmu. Autorom projektu je popredný medzivojnový architekt, zakladateľ predchodkyne dnešnej Fakulty architektúry Slovenskej technickej univerzity, Emil Belluš.

Statiku vodojemu riešil zakladateľ betonárskej školy na Slovensku, prof. Karel Havelka. Pri výpočtoch využil teóriu lineárnej redukcie plošných konštrukcií, ktorú pred publikovaním aplikoval na návrh zložitého trnavského vodojemu s dvojvrstvovým opláštením. Najväčšia časť stavebných prác je datovaná do prevažne vojnových rokov 1942-1946, avšak do prevádzky bol uvedený až v roku 1954. Vodou zásobuje nielen Trnavu, ale napojením na významne vodné zdroje v regióne, aj okolité obce.



Obrázok 29 : Vežový vodojem mesta Trnavy

8.1 Lokalita

Nadzemný vodojem s niekoľkými studňami, bazénom a čerpacou stanicou sa nachádza vo východnej časti mesta Trnava, na mieste prvého zdroju pitnej vody v Trnave, kde tvorí hlavnú dominantu mesta, pri vstupe z východnej časti. Oplotený areál vodojemu s plochou 5,37*ha* je zároveň ochranným pásmom vodného zdroja.



Obrázok 30. Vybrané časti konštrukcie vodojemu

8.2 Konštrukčné riešenie

Podstavu vodojemu tvoria komôrkové kruhové základy, ktorých použitie sa ukázalo ako hospodársky najvýhodnejšie. Šesť železobetónových nosných stĺpov zviazaných skružami, nesie dvojkomorovú koncentrickú nádrž vežového vodojemu s objemom $1200m^3$, ktorá sa nachádza vo výške 40m nad terénom. Valec uprostred stĺpov skrýva technické schodisko a vodovodné potrubia. Celá stavba so základmi a vežičkou, ktorá slúži na vetranie a osvetlenie je vysoká 65m. Spotreba materiálu na vybudovanie vodojemu bola približne $4000m^3$ betónu a 40 vagónov oceli.

8.3 Analýza vežového vodojemu

V tejto časti popíšeme tvorbu samotného zjednodušeného modelu vežového vodojemu. Pri vytváraní modelu sú všetky rozmery prevzaté z výkresovej dokumentácie trnavského vodojemu . Konkrétne sa jedná o jeden technický výkres celého vodojemu [10] a jeden detailný výkres dvojkomorovej nádrže [11]. Výpočtový model je vytvorený v niekoľkých krokoch, ktoré budú podrobnejšie popísané v nasledujúcich podkapitolách.



Obrázok 31. Technický výkres trnavského vodojemu

8.4 Zjednodušenie modelu

Prvotné zváženie jemnosti geometrie modelu bolo pre celý výpočet veľmi zásadné. Hlavným cieľom, vzhľadom k rozsiahlosti konštrukcie bolo navrhnúť primerané zjednodušenie celej sústavy tak, aby aj zjednodušený model v priebehu statickej a dynamickej analýzy, čo najviac zohľadňoval reálne zaťaženie. Našou úlohou bolo znížiť počet prvkov, čo vedie k znižovaniu potrebného výpočtového času a hardwarovej náročnosti. Zjednodušenie obsahovalo odstránenie nepodstatných častí konštrukcie ako sú technické schodisko, technické rebríky, vodovodné potrubia, okná, ako aj vežičku na vrchole vodojemu - laternu, slúžiacu na vetranie a osvetlenie hornej časti nádrže.

8.5 Technika modelovania

Pre vytvorenie výpočtového modelu bol podobne ako v prípade jednoduchej nádrže, použitý systém ANSYS 11.0. Vodojem bol modelovaný nepriamo, prostredníctvom textového editora s využitím makier. V makre je pritom zapísané poradie príkazov, ktoré má systém ANSYS vykonať. Pri vytváraní týchto súborov sme využili aj možnosti jazyka APDL (Ansys Parametric Design Language), ktorý nám umožnil využiť príkazy priradenie, cyklu, čítania a zápisu do súborov. Tento spôsob modelovania sa ukázal ako veľmi efektívny a spoľahlivý, keďže užívateľské prostredie systému ANSYS nepatrí v porovnaní s konkurenciou medzi najprívetivejšie.

Výpočtový model bol vytvorený pomocou kombinácie dvoch základných filozofií tvorby modelu v systéme ANSYS : direct a solid modeling.

8.6 Solid modeling

Pri tomto spôsobe, model vytvárame pomocou generovania cez základné geometrické telesá ich transformáciami, boolovskými operáciami a modifikáciami. Postupovať môžeme dvoma cestami :

- Teleso (Solid) -> Plocha (Area) -> Čiara (Line) -> Kľúčové body (Keypoints) > Konečné prvky (Element) -> Uzly (Node)
- Kľúčové body (Keypoints) > Čiara (Line) -> Plocha (Area) -> Teleso (Solid) ->
 Konečné prvky (Element) -> Uzly (Node)

Tento spôsob modelovania nám umožňuje predovšetkým v prípade vytvárania pomocou telies, v pomerne krátkom čase vytvoriť zložité objekty. Vytvorenie konečnoprvkovej siete môžeme ponechať na automatickom generovaní systémom ANSYS s preferenciou kvadratických šesťstenových elementov alebo na generovaní štvorstenových prvkov v prípade telesa, ktorého zložitý tvar neumožňuje aproximáciu výhradne pomocou šesťstenových elementov. V našom prípade sme prostredníctvom tohto modelu vytvorili geometriu základne vodojemu, podporných stĺpov, skruží a podstavy hornej časti vodojemu.

8.6.1 Výpočtový model pomocou solid modeling

V tejto podkapitole si popíšeme spôsob modelovania jednotlivých častí výpočtového modelu pomocou solid modeling, ich transformáciu a boolové operácie. V záverečnej časti podkapitoly si ukážeme výsledný konečno-prvkový, výpočtový model.

8.6.2 Podstava vodojemu

Šesť železobetónových nosných stĺpov je usadených v pätke vodojemu, ktorá bola vytvorená boolovými operáciami zlúčenia troch valcov s polomermi a výškami zoradenými v smere od podložia nahor :

	Polomer [m]	Výška [m]
Valec 1	8	1
Valec 2	14,5	1
Valec 3	15	0,5

Tabuľka 9. Rozmery valcov podstavy

Valec 1 bol vystužený 18 podperami v tvare trojuholníka so základňou na valci 2. Táto vytvorená podstava vodojemu je v skutočnosti chránená zemným násypom. Geometria výsledného modelu je zobrazená na obrázku 32.



Obrázok 32. Geometria podstavy vodojemu

8.6.3 Podstava nádrže a nosné stĺpy

Ako najzložitejšiu časť konštrukcie môžeme označiť podstavu dvojkomorovej nádrže. Teleso podstavy je definované ako rotačné teleso, ktoré má v miestach podporných stĺpov značne odlišný prierez ako v časti mimo stĺpov. Pri tvorbe počítačovej reprezentácie sme vytvorili dve plochy, ktoré reprezentujú podstavu nádrže v dvoch rezoch : rez cez a mimo nosných stĺpov. Následne sme z nich vytvorili rotačné objemy. Ďalej sme v prípade podstavy mimo stĺpov od nich boolovými operáciami odčítali pomocný objem, reprezentujúci nosné stĺpy a v prípade geometrie podstavy, v mieste nosných stĺpov, sme vytvorili prienik s pomocnými telesami. Následne sme tieto dva objemy zlúčili do jedného celku. Popísaný postup je vyobrazený na obrázku 33.



Obrázok 33. Postup pri vytvorení geometrie podstavy nádrže

Nosné stĺpy boli vytvorené jednoduchým spôsobom pomocou extrudovania krivky, ktorá reprezentuje prierez stĺpu o hodnote 1,6m. Následne sme tento vytvorený objem skopírovali 6x okolo osi Z o uhol 60 stupňov. Skruže sme získali rotáciou uzavretej krivky, ktorá predstavuje prierez skruže okolo osi Z. Na obrázku môžeme vidieť uvedený postup spolu so zlúčením s podstavou nádrže.



Obrázok 34. Nosné stĺpy vodojemu

8.6.4 Vstupná hala vodojemu

Vstupná hala, spoločne s valcom uprostred nosných stĺpov, v ktorom sa nachádza schodisko a vodovodné potrubie, bola vytvorená jednoduchým spôsobom rotácie úsečky okolo osi Z. Strecha vstupnej miestnosti bola vytvorená rezom valca, od ktorého boolovými operáciami odčítali objem stĺpov a stredného valca.



Obrázok 35. Vstupná hala vodojemu

8.7 Konečno-prvkový model

Na vytvorenie siete konečných prvkov sme použili automatickú generáciu v systéme ANSYS s použitím štvorstenových elementov, keďže pre zložitosť konštrukcie, vytvorenie siete pomocou šesťstenov neprebehlo úspešne. Pre objemové prvky sme použili prvok Solid187 s vlastnosťami železobetónu, ktoré sú rovnaké ako v prípade jednoduchej nádrže v kapitole 6. Na tenkostenné konštrukcie strechy vstupnej haly a stredného valca bol použitý prvok SHELL43 s hrúbkou 30cm, v prípade steny vstupnej haly s hrúbkou 20cm.



Obrázok 36. Konečno-prvkový model vytvorený pomocou solid modelingu

8.8 Direct modeling

Spôsob modelovania pomocou priameho generovania konečných prvkov obchádza nutnosť modelovania geometrie telesa a umožňuje nám priamo vytvárať sieť konečných prvkov. V tomto prípade sa postupuje v smere : Uzol (Node) -> Konečné prvok (Element) -> Vlastnosti (Properties). Prístup modelovania pomocou priameho generovania konečných prvkov je v porovnaní so solid modelingom časovo náročnejší, avšak výhodou je úplná kontrola nad sieťou konečných prvkov.

8.8.1 Dvojkomorová nádrž

Pri konštrukcii výpočtového modelu dvojkomorovej koncentrickej nádrže a tekutiny bolo dôležité vytvoriť sieť uzlových bodov, ktorá nám umožní vytvoriť v ďalšom kroku sústavu konečných prvkov - elementov. Pri jej vytváraní sme sa riadili jedinou podmienkou a to tou, že chceme, aby bola dosiahnutá kompatibilita konečno-prvkovej siete nádrže a tekutiny v uzloch, teda aby tieto dve siete zdieľali na rozhraní spoločné uzlové body. Počet uzlových bodov sme sa snažili udržať na rozumnej hranici, ktorá je vhodným kompromisom medzi presnosťou výpočtu a potrebným strojovým časom. Prvok použitý na modelovanie nádrže bol SHELL43. Hrúbka plášťa nádrže na dne a vonkajšej plášťovej stene a vnútorného plášťa je 30cm. Stredný plášť nádrže má hrúbku 18cm.



Obrázok 37. Výpočtový model dvojkomorovej nádrže

8.8.2 Model tekutiny

Pri vytváraní elementov tekutiny sme museli zohľadniť potrebu vytvorenia dvoch variantov tekutiny. Prvý variant tekutiny nie je v kontakte s konštrukciou a má jeden stupeň voľnosti - tlak P. Druhý variant, v kontakte s konštrukciou slúži na prenos energie medzi konštrukciou a tekutinou a má tri stupne voľnosti - posuny v smere osí UX, UY, UZ a tlak P. Modely geometrie nádrže a tekutiny sú samostatné objemové modely, ktorých povrchy sa v mieste vzájomnej interakcie dotýkajú. Do uzlových bodov, ktoré tvoria rozhranie (interface) medzi tekutinou a konštrukciou sme zaviedli špeciálne okrajové podmienky FLUID-STRUCTURAL INTERFACE (FSI) umožňujúce prenos energie cez rozhranie.



Obrázok 38. Výpočtový model tekutiny

Typ prvku	Umiestnenie prvku	Stupne voľnosti	Počet elementov
SHELL43	Plášť nádrže	UX, UY, UZ	3276
FLUID30a	Tekutina bez	Р	3312
FLUID30b	Tekutina s	UX, UY, UZ, P	3888
	10476		

Tabuľka 10. Tabuľka prvkov nádrže

8.8.3 Vonkajšia stena a strecha nádrže

Tieto časti konštrukcie sme vytvárali jednoduchým vytvorením siete uzlových bodov, pomocou ktorých sme vytvorili konečné elementy za použitia prvku SHELL43. Keďže ide o tenkostennú konštrukciu s nízkym vplyvom na statické a dynamické vlastnosti, odstránili sme vetraciu vežičku na jej vrchole - laternu.

8.9 Konečný výpočtový model vodojemu

Na obrázku 39 môžeme vidieť výpočtový konečno-prvkový model trnavského vodojemu v systéme ANSYS, takisto aj jeho prierez . V tabuľke 11. môžeme vidieť celkový počet elementov, ktoré boli použité na modelovanie konštrukcie.



Obrázok 39. Konečný výpočtový model vodojemu

Typ Prvku	SOLID187	SHELL42	FLUID30a	FLUID30b
Počet elementov	26065	4182	3312	3888
Ci	37447			

Tabuľka 11. Tabuľka počtu elementov

8.9.1 Okrajové a počiatočné podmienky

Vodojem je podopretý po celej ploche svojej podstavy. Stupne voľnosti sú v týchto uzlových bodoch podstavy nulové (UX=0, UY=0, UZ=0). Na voľnú hladinu tekutiny v dvojkomorovej nádrži sme aplikovali nulový tlak (P=0). Tieto podmienky sú rovnaké pre statickú, ako aj dynamickú analýzu.

8.9.2 Zviazanie častí konštrukcie modelovaných odlišnými technikami

Konštrukcia výpočtového modelu pomocou dvoch odlišných filozofií nám prináša problém ako tieto časti modelu, s navzájom nesúvisiacou sieťou uzlových bodov, zviazať. Riešením je použitie príkazu CPINTF,LAB,TOLER v systéme ANSYS. Zviazané budú vybrané uzlové body, ktoré sa nachádzajú vo vzdialenosti menšej ako hodnota premennej TOLER a vybrané stupne voľnosti definované v premennej LAB. Výsledok príkazu je zobrazený na obrázku.



Obrázok 40. Zviazanie častí konštrukcie

8.9.3 Zhodnotenie modelu

Výpočtový model aproximuje pomerne presne celú riešenú konštrukciu trnavského vodojemu. Modelované boli predovšetkým nosné elementy konštrukcie. Časti vodojemu nenosného charakteru sme zanedbali. Vlastná tvorba modelu bola pomerne časovo náročná, a to predovšetkým z dôvodu použitia metódy direct modelling. Počet elementov, vzhľadom na rozmer celého objektu sa nám podaril udržať na rozumnej úrovni, čo priaznivo ovplyvnilo výpočtový čas.

9. Analýza dosiahnutých výsledkov

Táto časť je venovaná získaným výsledkom a ich zhodnoteniu. Rozdelená je do dvoch kapitol, v ktorých analyzujeme statickú a dynamickú odozvu vodojemu.

9.1 Statická analýza

Konštrukcia bola v systéme ANSYS zaťažená vlastnou tiažou. Výsledky analýzy dopadli podľa očakávania. Najväčšie posunutia vo vertikálnej osi sme zaznamenali v hornej časti vodojemu. Táto deformácia sa postupným približovaním k podstave vodojemu znižuje k nulovej hodnote, ktorá je spôsobená pevným podopretím podstavy vodojemu. Hydrostatický tlak tekutiny spôsobuje postupný nárast tlaku na steny nádrže.





Obrázok 42. Deformácia nádrže



Obrázok 43. Rez konštrukciou

V nasledujúcej tabuľke sú vypísané posunutia vybraných uzlových bodov. Z výpočtového modelu sme vybrali 20 uzlových bodov, ktoré tvoria rez konštrukciou. Prvých 10 uzlových bodov prislúcha konštrukcii vodojemu, uzlové body 11 a 12 pripadajú modelu nádrže. Pre tieto uzlové body sledujeme posunutie v smere osi Y (vertikálna os).

Uzlové posuny v smere osi Y (vertikálna os) [m]					
Poradie	Číslo uzlového bodu	Vodojem naplnený kvapalinou	Prázdny vodojem		
1	2073	-1,98E-07	-1,90E-07		
2	3992	-1,93E-05	-1,71E-05		
3	102011	-7,93E-05	-6,76E-05		
4	12329	-1,48E-03	-1,15E-03		
5	11011	-2,20E-03	-1,68E-03		
6	18526	-2,78E-03	-2,07E-03		
7	8992	-3,34E-03	-2,42E-03		
8	15420	-3,81E-03	-2,76E-03		
9	100820	-3,95E-03	-2,91E-03		
10	102000	-4,58E-03	-3,53E-03		
11	1000127	-3,91E-03	-2,60E-03		
12	1030091	-3,78E-03	-2,53E-03		

Tabuľka 12. Sledované uzlové body vodojemu

Uzlové body 13 až 20 prislúchajú modelu nádrže, v ktorých sledujeme maximálne posunutie v horizontálnej osi (os X).

Uzlové posuny v smere osi X (horizontálna os) [m]					
Poradie	Číslo uzlového bodu	Vodojem naplnený kvapalinou	Prázdny vodojem		
13	1021199	-2,06E-07	-6,82E-06		
14	1016199	-1,39E-03	-1,50E-06		
15	1006199	-1,38E-03	1,36E-05		
16	1000199	-3,70E-03	-5,17E-05		
17	1081055	-3,47E-03	-1,32E-05		
18	1064055	-3,46E-03	-9,00E-06		
19	1060055	-3,44E-03	-5,91E-05		
20	1032199	-3,83E-03	-5,61E-06		

Tabuľka 13. Sledované uzlové body nádrže

Na obrázkoch 44. a 45. môžeme vidieť deformáciu nádrže vodojemu v smere osi X pri dvoch stavoch, kedy je stredný plášť medzi dvoma nádržami zaťažený jednostranne. Tento prípad nastáva pri čistení nádržiek, pričom jedna nádrž je vypustená a druhá plne napustená pitnou vodou.



Obrázok 44. Napustená vonkajšia nádrž



Obrázok 45. Napustená vnútorná nádrž

9.2 Dynamická analýza

Dynamická analýza je riešená s použitím rovnakých podmienok, ako v prípade statickej analýzy. Pri dynamickom výpočte sme počítali prvých 30 vlastných frekvencií pre dve výpočtové varianty vodojemu, prvý s plne napustenou nádržou a druhý s vypustenou nádržou. Vybrali sme prvých 10 vlastných tvarov, ktoré sme spracovali do tabuľky 14.

Vlastný tvar	Prázdny vodojem		Vodojem n	aplnený tekutinou
Poradie	Mode	Frekvencia[Hz]	Mode	Frekvencie [Hz]
1	1	0,905	1	0,788
2	3	4,326	3	4,143
3	5	5,470	5	5,470
4	6	7,679	12	7,554
5	8	8,922	17	8,478
6	9	8,974	18	8,499
7	10	9,453	19	9,397
8	12	10,551	23	10,450
9	13	11,548	25	11,141
10	16	12,514	28	12,462

Tabuľka 14. Vlastné frekvencie a tvary vodojemu

V nasledujúcej tabuľke môžeme vidieť rozhodujúce frekvencie pre jednotlivé súradnicové osi, kedy kvapalina kmitá celým svojím objemom jedným smerom.

Rozhodujúce frekvencie pre vodojem naplnený tekutinou					
V smere	Frekvencia [Hz]	Faktor [m]	Ratio		
х	7.553	-0.917E+06	1.0000		
Y	8.478	-0.177E+07	1.0000		
Z	7.673	0.944E+06	1.0000		

Tabuľka 15. Rozhodujúce frekvencie vodojemu



Obrázok 46. Prvé štyri vlastné tvary vodojemu



Obrázok 47. Vybrané vlastné tvary vodojemu



Obrázok 48. Vybrané vlastné tvary vodojemu



Obrázok 49. Vybrané vlastné tvary nádrže

Pre zaujímavosť môžeme na obrázku 46. vidieť prvé štyri vlastné tvary odpovedajúce vlastným frekvenciám modelu vodojemu v interakcii s tekutinou. Obrázok 47 a 48 zobrazuje vybrané zaujímavé dvojice vlastných tvarov vodojemu, zatiaľ čo na obrázku 49 sú vyobrazené štyri zaujímavé vlastné tvary dvojkomorovej nádrže vodojemu.

Záver

V diplomovej práci sme riešili statickú a dynamickú analýzu trnavského vežového vodojemu. V prvej časti sme vytvorili predpoklad na riešenie zložitej konštrukcie vežového vodojemu pomocou jednoduchého verifikačného príkladu. Uviedli sme teoretické postupy pre výpočet statiky nádrže naplnenej tekutinou s pôsobiacim hydrostatickým tlakom a porovnali analytické s numerickými výsledkami. Systém ANSYS sa stal vhodným nástrojom pre riešenie interakcie konštrukcie vodojemu s kvapalinou. Výpočtový program nám umožnil v pomerne krátkom čase riešiť rozsiahle sústavy rovníc bez zásadných problémov s numerickou stabilitou. Pomocou prvku FLUID30 sme dosiahli uspokojivé výsledky, ktoré sa približujú analytickému riešeniu.

V praktickej časti bolo naším cieľom popísať statické a dynamické správanie vežového vodojemu. V statickej časti sme sa zaoberali dvoma variantmi výpočtového modelu, s plne napustenou a vypustenou dvojkomorovou nádržou. Následne sme dosiahnuté výsledky porovnali v dvadsiatich sledovaných uzlových bodoch, ktoré prislúchajú rezu konštrukciou vodojemu a nádrže. Sledovali sme taktiež deformáciu vodojemu pri plne napustenej vnútornej nádrži a vypustenej vonkajšej nádrži a naopak, čo sa stáva pri údržbe a čistení vodojemu. Modálna analýza viedla k stanoveniu dynamických vlastností konštrukcie vodojemu od kmitajúcej konštrukcie a tekutiny, a k určeniu impulzovej frekvencie vodojemu.

Dosiahnutými výsledkami môžeme len potvrdiť, že v danej dobe išlo o výnimočné dielo nielen z architektonického pohľadu, ale aj z pohľadu statiky a vtedajších dostupných metód riešenia dynamickej odozvy takto zložitej konštrukcie.

53

Použitá literatúra

1. Vlastislav Salajka, Michal Mrózek, Possible solutions to the Dynamic Response of Fluid Filled Tanks in the ANSYS System, 15. ANSYS Users' Meeting, Lednice

2.Kinsler, L., E., and Frey, A. R. Fundamentals of Acoustics, John Wiley & Sons, Inc., 1962.

3.Michal Mrózek, Fluid region influence on modal characteristics of rotary tank, Juniorstav 2008

4. Juraj Králik, Modelovanie konštrukcií v metóde konečných prvkov , Systém ANSYS, str. 131, Bratislava 2009

5. Prof.Ing. Ján Sobota, Csc. Stavebná mechanika 2, str. 317-329 vydavateľstvo ALFA, 1980

6. Release 11 Documentation for ANSYS, SAS IP, INC., 2007

7. Kohnke, P.C. ANSYS Theoretical Manual, Revision 4.3. Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, Pennsylvania 1987

8. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 4: Silos, tanks and pipelines

9. JENDŽELOVSKÝ, N. -- SUMEC, J. Stress-Strain Fields of the Reinforced Water Tower under Seismic Loads. In 9th International scientific conference VSU 2009.Vol. 1 : Proceedings,Sofia,Bulgaria,4.-5.6.2009. Sofia: L.Karavelov Civil engineering higher school Sofia, 2009, s. 76--79. ISBN 978-954-331-023-4.

10. Matúš Dulla, Moravčíková Henrieta, Architektúra SLovenska v 20.storočí, Slovart, str.165, obr.435-436, Bratislava 2002

11.Karel Havelka, Teória lineárnej redukcie plošných konštrukcií, str. 70,Vydavateľstvo slovenskej akadémie vied, Bratislava, 1956