

ANIMÁCIA AFINITY A KOLINEÁCIE

Martin Knor

SvF STU, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, SR

email: knor@cvt.stuba.sk

Abstrakt. V príspevku popisujeme program na animáciu afinity a kolineácie, ktoré sú základnými zobrazeniami projektívnej roviny na seba v deskriptívnej geometrii.

Obsahom deskriptívnej geometrie je zobrazovanie telies z trojrozmerného Euklidovského priestoru E^3 do dvojrozmerného E^2 . Pri tomto zobrazovaní sú základnými prostriedkami rovnobežné a stredové premietanie. Problémom je, že tieto premietania deformujú rovinné útvary, každé iným spôsobom. Aby študenti získali akútakú predstavu o možných priemetoch telies (rovnobežných, či stredových), musia si v prvom rade osvojiť spôsoby deformácií rovinných útvarov v týchto premietaniach. Z toho dôvodu sú prvé hodiny výuky deskriptívnej geometrie na Stavebnej fakulte Slovenskej Technickej Univerzity venované afinite a kolineácii.

Nech je σ n -rozmerný podpriestor priestoru E^3 , $n \geq 1$. Rozšírením σ o nevlastné body (t.j. smery, čiže spoločné body rovnobežiek zo σ), získame rozšírený n -rozmerný podpriestor, ktorý označujeme $\bar{\sigma}$. Body pôvodného priestoru σ nazývame vlastné a body $\sigma - \bar{\sigma}$ nazývame nevlastné.

Majme v priestore E^3 dve rôznobežné roviny α a α' , pričom $\alpha \cap \alpha' = o$. Nech je S bod taký, že $S \notin \bar{\alpha} \square \bar{\alpha}'$. Ak $S \in E^3$, tak vzťah spôsobený priemetom (projektívnej) roviny $\bar{\alpha}$ do $\bar{\alpha}'$ z bodu S (t.j. bodu $A \in \bar{\alpha}$ priradíme stredový priemet $A' \in \bar{\alpha}'$), nazývame perspektívna kolineácia v priestore. Ak $S \in \bar{E}^3 - E^3$, tak vzťah spôsobený rovnobežným priemetom roviny v smere S nazývame perspektívna afinita v priestore. Afinitu (=perspektívnu afinitu v rovine) a kolineáciu (=perspektívnu kolineáciu v rovine) dostaneme rovnobežným priemetom perspektívnej afinity v priestore, respektíve perspektívnej kolineácie v priestore, do danej priemetne v smere T , pričom $T \notin \bar{\alpha} \notin \bar{\alpha}'$ (pozri tiež [1]).

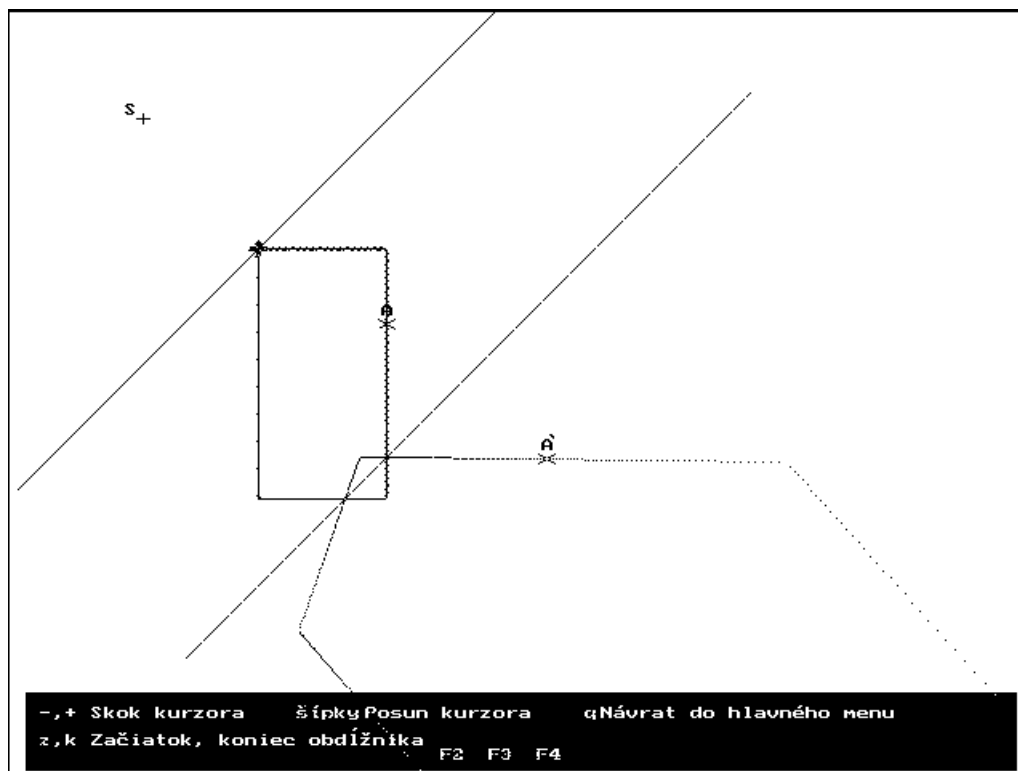
Keďže tu sa budeme zaoberať výlučne (perspektívnu) afinitou (v rovine) a (perspektívnu) kolineáciou (v rovine), tak v ďalšom (keďže nemôže dôjsť k nedorozumeniu) označme priemety priamky o , bodu S a bodov rovín $\bar{\alpha}$ a $\bar{\alpha}'$ α v smere T tými istými symbolmi, ktorými boli tieto body označené v \bar{E}^3 . Takto dostaneme v rovine priamku o (priemet priamky $\alpha \cap \alpha'$), bod S (priemet smeru, respektíve stredú premietania) a systémy A, B, C, \dots nečiarkovaných a A', B', C', \dots odpovedajúcich čiarkovaných bodov.

Z tejto spleti čiarkovaných a nečiarkovaných bodov ide na študenta, prirodzene, hrôza. Chvíľu mu trvá, kým si osvojí spôsob narábania s týmito bodmi v afinite a v kolineácii. V tomto okamihu je pre neho mimoriadne vhodný program, ktorý sa mi podarilo vytvoriť, ktorý okamžite vykresľuje študentovi obraz jednoduchého útvaru v ním zvolenej afinite, či kolineácii.

Program je vytvorený v programovacom jazyku Pascal, obohatenom o príkazy ovládajúce grafiku. Obrazovka je rozdelená na dve časti. V menšej dolnej časti je popis možných volieb a väčšia horná časť je vyhradená afinite, respektíve kolineácii.

Na začiatku práce má študent zadanú špeciálnu afinitu, prípadne kolineáciu, s osou rovnobežnou so súradnicovou osou \mathcal{Y} . Toto však možno ľahko zmeniť. Afinitu si študent určí zadaním dvoch rôznych bodov osi a dvojicou odpovedajúcich si bodov A

a A' . Kolineáciu si určí opäť dvojicou rôznych bodov osi, stredom S a dvojicou odpovedajúcich si bodov A a A' . Program je vytvorený tak, že v kolineácii si študent môže zvoliť len taký bod A' , ktorý leží na priamke SA .



Obrázok 1

V ďalšom si študent vyberie, či si želá zobrazit' bod, úsečku, obdĺžnik (so stranami rovnobežnými so súradnicovými osami, čiže so stranami obrazovky), alebo kružnicu.

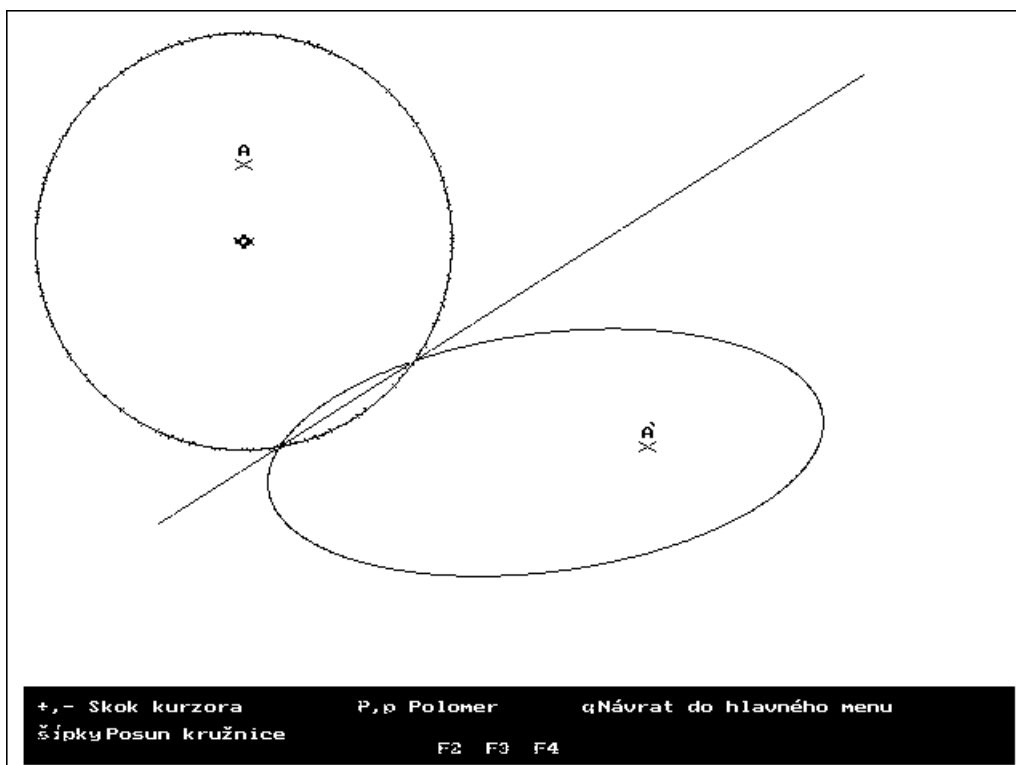
Pri zobrazovaní bodu sa študent prechádza s bodom, indikovaným červeným kurzorom, po obrazovke. Obraz tohoto bodu v zvolenom zobrazení sa indikuje rovnakým kurzorom v zelenej farbe (študent si môže vybrať jeden zo štyroch typov kurzora). Študent takto zistí, ktoré body sa kam zobrazujú a ktoré sú samodružné.

Pri zobrazovaní úsečky si študent overí zachovávanie incidencie v afinite a v kolineácii. Tiež zistí, že odpovedajúce si priamky sa pretínajú na osi (či už vo vlastnom, alebo nevlastnom bode). Úsečka (podobne obdĺžnik a kružnica) sa zobrazuje bodovo. To znamená, že program rovnomerne rozmiestni istý počet bodov na vzore (ich počet závisí od dĺžky úsečky) a tieto zobrazí. Študentovi to dáva možnosť overiť si, že deliaci pomer sa v afinite zachováva, zatiaľ čo v kolineácii sa nezachováva. Ak mu však takáto diskretizácia nevyhovuje, po stlačení klávesu F4 sa namiesto bodov zobrazia celé čiary (či už obraz úsečky, obdĺžnika, alebo kružnice).

Zobrazením obdĺžnika si študent môže overiť, že v afinite sú obrazom rovnobežiek rovnobežky, čo v kolineácii neplatí. Ak však bude jeden vrchol obdĺžnika ležať na úbežnici (t.j. na priamke, ktorej obrazom je nevlastná priamka roviny), tak strany incidentné s týmto vrcholom sa zobrazia na rovnobežné polpriamky (pozri obrázok 1).

Obrazom kružnice v afinite je elipsa (pozri obrázok 2), pričom kružnicu považujeme za špeciálnu elipsu. Na druhej strane v kolineácii je obrazom kružnice elipsa, alebo parabola, či hyperbola, v závislosti od počtu priesečníkov zobrazovanej

kružnice s úbežnicou (0, alebo 1, či 2). Program vykresľuje tieto krivky okamžite a študent môže porovnať, ako sa mu, v závislosti od polohy zobrazovanej kružnice voči úbežnici, mení typ kužeľosečky v obraze.



Obrázok 2

Študenti už mali možnosť vyskúšať si popísaný program na konzultáciách a možno konštatovať, že práca s týmto programom bola pre nich mimoriadne podnetná. Pri prezentácii uvedeného programu na konferencii sa v kolineácii nevykresľovala úbežnica, pretože z hľadiska algoritmu bola nezaujímavá. Po opodstatnených pripomienkach som ešte počas konferencie upravil program tak, že úbežnicu vykresľuje (žltou farbou). Z pedagogického hľadiska je totiž jej vykreslenie veľmi dôležité. Týmto chcem zároveň poďakovať účastníkom konferencie za cennú pripomienku.

Literatúra

[1] V. Medek, J. Zámožik: Konštruktívna geometria pre technikov, Alfa, Bratislava (1978).

Summary

We describe here a computer programm animating affinity and collineation, the basic mappings of a projective plane onto itself in descriptive geometry.