Grafická identifikácia prahovej hodnoty v SETAR modeloch
Grafical identification of the threshold value in SETAR models

Danuša Szőkeová

Abstrakt: V článku sú uvedené spôsoby grafickej identifikácie prahovej hodnoty v dvojrežimových SETAR modeloch. Stanovenie tejto hodnoty predstavuje prvoradý problém pri špecifikácii, odhade a konštrukcii viacrežimových modelov. Okrem možností založených na štatistickom spracovaní údajov, ako sú tvorba histogramov a identifikácia clustrov z daných údajov, je možné použiť jednoduchý algoritmus založený na preusporiadanej autoregresii údajov. Výsledky analýzy sú ilustrované na jednej množine simulovaných dát a jednej množine reálnych dát.
Kľúčové slová: nelineárne časové rady, preusporiadaná autoregresia, SETAR modely
JEL klasifikácia: C22, C24,C52

1. Úvod

V posledných dvoch desaťročiach sa objavilo veľa prác, ktoré sa zaoberajú analýzou časových radov, zameraných na detekciu nelineárnych štruktúr v týchto radoch, obzvlášť na existenciu viacerých režimov. V najjednoduchšom prípade sa jedná o aplikáciu modelov SETAR (Self Exciting Threshold Autoregressive) s prepínaním medzi režimami na základe posunutých hodnôt analyzovaného radu.

So špecifikáciou a odhadom viacrežimových modelov súvisí veľa nových problémov. V prvom rade je potrebné ukázať opodstatnenosť použitia týchto modelov pre konkrétne dáta. V súvislosti s tým sa v literatúre objavuje veľa štatistických testov, v ktorých sa testuje hypotéza H_0 o existencii jedného režimu, voči hypotéze H_1 o existencii viacerých režimov v danom procese.

2. Dvojrežimový SETAR model

Uvažujme jednorozmerný časový rad $\{y_t\}$, ktorý reprezentuje pozorovania v čase t=1,2,…,n. Vo všeobecnosti možno dvojrežimový model SETAR(c;p,d) popísať nasledovne

$$y_t = (\phi_0^1 + \phi_1^1 y_{t-1} + \ldots + \phi_p^1 y_{t-p} + \varepsilon_t^1) I[y_{t-d} \le c] + (\phi_0^2 + \phi_1^2 y_{t-1} + \ldots + \phi_p^2 y_{t-p} + \varepsilon_t^2) I[y_{t-d} > c] \qquad (1)$$

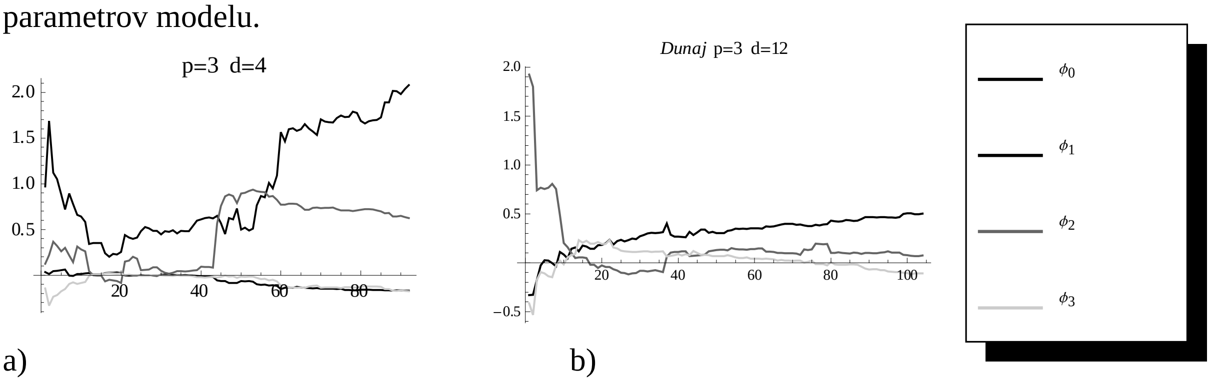
kde

- c je prahová hodnota (reálne číslo, $|c|<\infty$),
- $\mathbf{\Phi}_i = (\phi_0^i, \ldots, \phi_p^i)$, i=1,2, sú autoregresné parametre dvoch režimov,
- I[A] je indikačná funkcia (I[A] = 1, ak A je pravdivý výraz, I[A] = 0 v opačnom prípade),
- d je parameter posunutia (kladné celé číslo, d ≥1),
- $\varepsilon_t^i \approx$ i.i.d $N(0, \sigma_i^2)$, i=1,2, je proces bieleho šumu ($\sigma_i^2 < \infty$ je rozptyl jednotlivých režimov).

3. Algoritmus pre špecifikáciu prahovej hodnoty v SETAR modeloch

Nech n je počet pozorovaní, p je rád autoregresných polynómov v jednotlivých režimoch, $p = \max(p_1,p_2)$. Pri odhade dvojrežimového SETAR(c;p,d) modelu sa môže postupovať tak, že prvým krokom je odhad prahovej hodnoty c, nasleduje určenie autoregresných parametrov $\mathbf{\Phi}_i$, i=1,2, a napokon sa stanoví parameter posunutia d.

Množinu relevantných prahových hodnôt, z ktorej sa vyberie konkrétna hodnota c, možno zistiť na základe regresie založenej na preusporiadaní vektorov regresorov $(y_{t-1},\dots,y_{t-p})$ a závislej hodnoty y_t pre $t = h+d,\dots,n$, $h = \max(1, p-d+1)$, v rastúcom alebo klesajúcom poradí vzhľadom na posunuté hodnoty radu y_{t-d}. Preusporiadaná regresia sa opakuje pre všetky m, m=d+h,…,n, a napokon sa zobrazia postupnosti hodnôt autoregresných parametrov $\phi_0,\phi_1,\dots,\phi_p$ odhadnuté pre jednotlivé m. Na základe grafu sa odhadne prahová hodnota c, prípadne interval, z ktorého sa prahová hodnota vyberie v procese odhadu ďalších parametrov modelu.



a) b)

Obr. 1: Zobrazenie postupností hodnôt autoregresných parametrov $\phi_0,\phi_1,\phi_2,\phi_3$ vyčíslených v preusporiadanej autoregresii pre simulované dáta a priemerné mesačné prietokyDunaja

Uvedený algoritmus sme testovali na jednej množine simulovaných dát a na množine reálnych dát, ktorá reprezentuje priemerné mesačné prietoky na vybranom toku. Výsledky sme porovnali s odhadmi parametra c na základe reprezentácie údajov pomocou histogramov a zhlukov (clustrov). Všetky výpočty boli realizované v počítačovom systéme Mathematica.

Literatúra

[1] Hansen,B.E. 2000. *Sample splitting and threshold estimation*, Econometrica 68, No.3, 575-603

[2] Komorníková,M., Szőkeová,D. 2008. *Analysis of annual average river flows based on application of various classes of modeling procedures*, Anniversary conference FCI STU

[3] Pekár,J. 2004. *Gross domestic product autoregressive models of Slovakia* (*Autoregresné modely hrubého domáceho produktu Slovenska)* (skriptum), Comenium university, Bratislava

[4] Tsay,R.S. 1991. *Detecting and modeling nonlinearity in univariate time series analysis*, Statistica Sinica 1

[5] Wolfram Research: *Time Series Pack* / Reference and User's Guide, Published by Wolfram Research, Illinois

Acknowledgement The support of the grant VEGA 1/0143/11 is kindly announced.

Adresa autora :
Danuše Szőkeová, RNDr.
Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Stavebná fakulta, STU Bratislava
Radlinského 11, 813 68 Bratislava
szoke@math.sk