



---

Súťaž študentov vysokých škôl v matematike a informatike  
22. - 24. máj 2022, Stavebná fakulta STU v Bratislave

---

## ZBORNÍK ABSTRAKTOV

<b>Sekce M1</b>	<b>3</b>
Lipschitz Free Spaces and Subsets of Finite-Dimensional Spaces	
<i>Jan Bíma (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	3
<b>Sekce M2</b>	<b>3</b>
The collapse of quasi-self-adjointness at the exceptional points of a PT-symmetric model with complex Robin boundary conditions	
<i>David Kramár (ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská)</i> .....	3
Stabilita nenormálních úloh	
<i>Ondřej Váša (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	4
<b>Sekce M3</b>	<b>4</b>
Stochastic Besov Sewing Lemma	
<i>František Hendrych (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	4
Stejnoměrný zákon velkých čísel, VC dimenze a strojové učení	
<i>Aibat Kossumov (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	4
Point processes of objects with random lifetime	
<i>Filip Kulla (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	5
Specifické sekvence v náhodných posloupnostech	
<i>Michaela Marčeková (MU, Brno, Přírodovědecká fakulta)</i> .....	5
Existence of Gibbs-Laguerre tessellation with unbounded interaction	
<i>Martina Petráková (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	5
Klasifikace pomocí metod strojového učení	
<i>Tomáš Pompa (MU, Brno, Přírodovědecká fakulta)</i> .....	5
Semiparametric analysis of nested case-control design	
<i>Karla Strachoňová (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	6
Popis interakcií v komplexných systémoch pomocou maximálne entropických funkcionálov	
<i>Katarína Studeničová (ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská)</i> .....	6
<b>Sekce M4</b>	<b>6</b>
Dependent Zeros	
<i>Jan Hanousek (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	6
Modelovanie nákladovosti v poistovníctve	
<i>Alžbeta Jurečková (STU, Bratislava, Stavebná fakulta)</i> .....	7
Kauzalita ve vícerozměrných časových řadách	
<i>Ondřej Kusenda (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	7
Copulae for non-continuous distributions	
<i>Matej Miskovič (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	7
Useknuté náhodné vektory	
<i>Petr Raab (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	7
Operační riziko a značkovany Poissonův proces	
<i>Karla Váchová (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	7
<b>Sekce M5</b>	<b>8</b>
Monotone relations	
<i>Adam Alexaj (STU, Bratislava, Stavebná fakulta)</i> .....	8
Sums of squares in number fields	
<i>Martin Raška (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i> .....	8
Generalised Cantor base systems	
<i>Katarína Studeničová (ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská)</i> .....	8
The Cheeger constant of curved tubes in space forms with constant sectional curvature	
<i>Petr Vlachopoulos (MU, Brno, Přírodovědecká fakulta)</i> .....	8
<b>Sekce M6</b>	<b>9</b>
Vertex-transitive closures of graphs	
<i>Štefánia Glevitzká (UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky)</i> .....	9
Quasirandomness of Permutations	
<i>Martin Kurečka (MU, Brno, Fakulta informatiky)</i> .....	9

Unfolding Some Classes of One-Layer Polycubes	
<i>Josef Minařík (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	9
Kritický exponent balancovaných slov	
<i>Daniela Opočenská (ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská)</i>	9
On off-diagonal ordered Ramsey numbers of nested matchings	
<i>Marian Poljak (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	10
<b>Sekce M7</b>	<b>10</b>
Vlastnosti stínování v numerických metodách pro parciální diferenciální rovnice	
<i>Ondřej Brichta (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	10
Comparison of iterative matrix methods for information retrieval	
<i>Jakub Hercík (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	11
Preconditioning in solution of electron-molecule scattering problems.	
<i>Martina Šarmanová (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	11
Computations of Google's PageRank	
<i>Barbora Smejkalová (Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	11
Možnosti implementácie okrajových podmienok vysšich rádov pre úlohu určovania tiažového poľa Zeme	
<i>Marek Tomka (STU, Bratislava, Stavebná fakulta)</i>	11
<b>Sekce M8</b>	<b>12</b>
Correction of watercourses in maps using airborne laser scanning data	
<i>Tomáš Homola (STU, Bratislava, Stavebná fakulta)</i>	12
Numerical simulations of interaction between fluid flow and rigid particles	
<i>Jan Hruža (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	12
Consistent non-equilibrium thermodynamic modeling of hydrogen fuel cells	
<i>Jakub Jambrich (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	12
Jump Conditions and Dynamic Surface Tension at Non-Material Interfaces	
<i>Peter Kottman (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	12
Methodology for topology optimization of fluid affected device components	
<i>Lucie Kubíčková (VŠCHT, Praha, Fakulta chemicko-inženýrská)</i>	13
Stochastické modelovanie špecifických mier plodnosti vo vybraných krajinách	
<i>Erika Lettrichová (UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky)</i>	13
<b>Sekce I1</b>	<b>14</b>
Bounding twin-width using red potential	
<i>Jakub Balabán, Jan Jedelský (MU, Brno, Fakulta informatiky)</i>	14
Hamiltonovské kružnice v bipartitných kubických planárnych grafoch	
<i>Richard Bíró (UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky)</i>	14
Establishing a Herd Immunity is Hard Even in Simple Geometric Networks	
<i>Michal Dvořák, Šimon Schierreich (ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií)</i>	14
Special classes of P-matrices in the interval setting	
<i>Matyáš Lorenc (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	14
Infinite sequences and symmetries in their languages	
<i>Viola Vavryčuková (ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská)</i>	15
<b>Sekce I2</b>	<b>15</b>
A Constructive Bound on Shallow Neural Network Expressivity	
<i>Vít Fojtík (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	15
Implicitní spolupráce agentů ve více-účastnickém prostředí	
<i>Aleksej Gaj (ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská)</i>	15
Hierarchické řízení rojů při evakuaci	
<i>Kristýna Janovská (ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií)</i>	15
Vektorová reprezentace výzkumných projektů	
<i>Pavel Mikuláš (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta)</i>	16
One Bit at a Time: Impact of Quantisation on Neural Machine Translation	
<i>Marek Petrovič (MU, Brno, Fakulta informatiky)</i>	16
Generatívne súperiace siete a detekcia anomalií v oblasti bankových podvodov	
<i>Laura Vištanová (UPJŠ, Košice, Prírodovedecká fakulta)</i>	16

Multi-agentní hledání cest se spojitým časem založené na celočíselném lineárním programování Yana Zabrodskaya (ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií).....	16
<b>Sekce I3</b>	<b>17</b>
Controlling image synthesis by finding feature representations in latent space of generative model Róbert Belanec (UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky).....	17
Web-based Framework for Edge Sharpening in 3D Scans Martin Gergel (UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky).....	17
Rozpoznávání grafických značek v dokumentech Ivan Hochman (MU, Brno, Fakulta informatiky).....	17
Snímání a následná detekce a klasifikace vad skleněných tyčí Matěj Latka (ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií).....	18
Softvér na lokálne afinnú a globálne laplaceovu transformáciu historických máp Matúš Varhaník, Gabriela Cvečková, Michaela Rohová, Eva Sabatulová (STU, Bratislava, Stavebná fakulta).....	18
<b>Sekce I4</b>	<b>18</b>
Comparing Biological Sequences with Neural Networks Filip Kerák (UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky) .....	18
Zpracování TIL-Script konstrukcí Tomáš Michalovský (SU, Opava, Filozoficko-prírodovedecká fakulta).....	18
Nové nástroje na monitorovanie biotopov Natura2000 v softvéri NaturaSat Ivana Piačková (STU, Bratislava, Stavebná fakulta).....	19
Crypto-currency miner detection from extended IP flow data Richard Plný (CTU, Prague, Faculty of Information Technology).....	19
Podnikové aplikácie s využitím technológie blokových reťazcov Matúš Revický (UPJŠ, Košice, Prírodovedecká fakulta) .....	19
Machine-learning-based self-adaptation of component ensembles Michal Töpfer (UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta) .....	19

## Sekce M1

### Lipschitz Free Spaces and Subsets of Finite-Dimensional Spaces

Jan Bíma

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

The essay is devoted to the geometry of Lipschitz free  $p$ -spaces  $\mathcal{F}_p(\mathcal{M})$  over subsets of finite-dimensional vector spaces, where  $0 < p \leq 1$ . We solve an open problem and show that if  $\mathcal{M}$  is an infinite subset of  $\mathbb{R}^d$  endowed with the Hölder distorted metric  $|\cdot|^\alpha$ , where  $0 < \alpha < 1$ , then  $\mathcal{F}_p(\mathcal{M}, |\cdot|^\alpha) \simeq \ell_p$  for every  $0 < p \leq 1$ . Moreover, we tackle a question due to Albiac et al. and expound the role of  $p, d$  for the Lipschitz constant of a locally coordinatewise affine retraction from  $(K, |\cdot|_1)$ , where  $K = \bigcup_{Q \in \mathcal{R}} Q$  is a union of a collection  $\emptyset \neq \mathcal{R}$  of regularly spaced cubes in  $\mathbb{R}^d$  with equal side length, into the Lipschitz free  $p$ -space  $\mathcal{F}_p(V, |\cdot|_1)$  over their vertices. The last chapter is then dedicated to the Lipschitz extension problem  $\text{Lip}_0(\mathcal{N}, Z) \rightarrow \text{Lip}_0(\mathcal{M}, Z)$ , where  $\mathcal{N}$  is a doubling subspace of a metric space  $\mathcal{M}$  and  $Z$  is a  $p$ -Banach space. As it turns out, the problem can equivalently be stated in terms of a projective relation between the Lipschitz free  $p$ -spaces  $\mathcal{F}_p(\mathcal{N})$  and  $\mathcal{F}_p(\mathcal{M})$ .

## Sekce M2

### The collapse of quasi-self-adjointness at the exceptional points of a PT-symmetric model with complex Robin boundary conditions

David Kramár

ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

I consider non-self-adjoint PT-symmetric operators of Sturm-Liouville type with complex boundary conditions. I study the existence of a similarity transformation to a self-adjoint operator in dependence

on the boundary parameter. I determine the values of the parameter for which the model is quasi-self-adjoint and for such values I find the self-adjoint counterpart in a closed form. In the cases when the similar self-adjoint operator does not exist I construct a generalized similarity transformation by taking the root vectors into account and find the similar operator in the closed form likewise (new result). The present material is an outcome of my bachelor thesis defended in 2021 and was not used in any other competition as SVOČ is.

### Stabilita nenormálních úloh

Ondřej Váša

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Cílem práce bylo vyšetřit globální chování řešení konkrétního systému nelineárních obyčejných diferenciálních rovnic. V práci jsme se nejprve zabývali základními vlastnostmi řešení, tj. existencí, jednoznačností a definičním oborem maximálních řešení. Dále jsme našli stacionární řešení a užitím známých vět rozhodli o jejich stabilitě a typu. Poté jsme dokázali existenci pozitivně invariantní množiny obsahující počátek, která nám umožní vyšetřovat globální chování řešení daného systému. Pomocí věty o stabilní a nestabilní varietě a opakováním použitím vhodných vět z Poincaré-Bendixsonovy teorie jsme následně určili celkový tvar jednotlivých variet. Získané výsledky nám umožnily popsat globální chování libovolného řešení, přičemž jsme ukázali, že stabilní variety nestabilních ekvilibrií rozdělí rovinu na tři množiny tak, že každá množina bude globálním atraktorem konkrétního stabilního ekvilibria.

## Sekce M3

### Stochastic Besov Sewing Lemma

František Hendrych

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

In the standard Riemann-Stieltjes (or Young) integration, an object  $\Xi_{s,t} = Y_s(X_t - X_s)$  can be seen as a good local approximation of increments of the integral  $Z_r = \int_0^r Y_u dX_u$ , meaning that it fully determines the integral  $Z$  via a limiting procedure. Furthermore, we can look at the integral  $Z$  as the image  $I\Xi$  of the approximation  $\Xi$  under some abstract integration mapping  $I$ .

In general, assume that a mapping  $\Xi_{s,t}$  is given for  $s \leq t$  and we ask for a mapping  $Z_t$  playing the role of the integral determined by  $\Xi$ . The procedure of obtaining such a map is called sewing. This approach can be used to give meaning to the so-called rough integral. This integral is an essential tool in Rough Paths Theory when solving pathwise stochastic differential equations if the regularity of the underlying objects is not high enough to use the standard integration.

The Sewing Lemma assuming the Hölder regularity is well-known. Its particular generalization is the so-called Stochastic Sewing Lemma, and it allows us to reduce regularity requirements. This is the motivation for having the stochastic versions of different types of Sewing Lemmas.

Nevertheless, Hölder functions may not always be the best choice for the space of trajectories of a stochastic process. This is the case even for the Wiener process where, for example, the Besov space  $B_{2,\infty}^{1/2}$  is a better choice. The standard Sewing Lemma considering the Besov regularity was published recently. Naturally, we can ask whether there also exists its stochastic version allowing us to reduce regularity requirements in the Besov setting. I proved the stochastic version of the Besov Sewing Lemma in my diploma thesis. That is a new result. Only the essential parts of the obtained results are presented in this paper.

### Stejnoměrný zákon velkých čísel, VC dimenze a strojové učení

Aibat Kossumov

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Matematická teorie strojového učení se opírá o tzv. základní větu statistického učení. Tato věta vznikla z aparátu matematické statistiky, který byl vytvořen v 20. století. Do tohoto aparátu patří například Glivenkovy-Cantelliho třídy funkcí, Vapnikovy-Červonenkisovy třídy funkcí a stejnoměrný zákon velkých čísel. Většina autorů knih o strojovém učení se vyhýbá přesným souvislostem s výše uvedenými pojmy. místo toho se zavádí alternativní (občas zjednodušený z hlediska měřitelnosti) přístup důkazu základní věty statistického učení. V této práci se snažíme dokázat základní větu statistického učení v obec-

nějším smyslu (z hlediska měřitelnosti) a v řeči výše uvedených pojmu. Nejprve vyslovíme zobecněnou Glivenkovu-Cantelliho větu pomocí pokrývacích čísel. Dále zavedeme různé typy Glivenkových-Cantelliho tříd funkcí a uvedeme stejnomořný zákon velkých čísel. Následně se budeme zabývat Vapnikovými-Červonenkisovými třídami funkcí (VC třídami). Dokážeme základní souvislosti VC tříd s Glivenkovými-Cantelliho třídami funkcí. Nakonec popíšeme úlohu strojového učení a uvedeme příklad jedné konkrétní úlohy, kterou se dá `naučiti. Hlavní aplikací bude dokázat základní větu statistického učení. Obvykle tato věta je dokazovaná pro třídy prediktorů, které jsou Probably Approximately Correct learnable. V této práci jsme zobecnili základní větu statistického učení pro obecnější třídy prediktorů. Výsledky prezentované v této práci budou součástí autorovy bakalářské práce. V soutěži SVOČ ani dalších podobných soutěžích dosud žádný z výsledků uplatněn nebyl.

### **Point processes of objects with random lifetime**

Filip Kulla

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

The thesis deals with point processes of objects with random lifetime. The form of the likelihood function of an observed spatial-temporal pattern with random lifetimes is derived, where the formula is subsequently generalised to the case of censored lifetimes. Moreover, some simple parametric models are introduced and conditions under which they are non-explosive are derived. In addition, aspects of our implementation of the algorithm which generates a realisation of a given spatial-temporal point process with random lifetimes and of the likelihood-based estimation are discussed. The thesis contains a simulation study in which the use of the (partial) likelihood on simulated data is demonstrated and properties of resulting estimates are discussed.

### **Specifické sekvence v náhodných posloupnostech**

Michaela Marčeková

*MU, Brno, Přírodovědecká fakulta*

Bakalářská práce se zabývá novějším přístupem ke specifickým sekvencím v posloupnosti náhodných pokusů, který se nazývá integrace do Markovova řetězce. Tento přístup uvádíme pomocí základních definic a vět a ty následně používáme k integraci sekvencí úspěchů dané délky a tzv. success runů při známém počtu úspěchů v posloupnosti. Pro dlouhé posloupnosti formulujeme aproximace pravděpodobnostní funkce a uvádíme příklady aplikací pro obě specifické sekvence. Přínos této práce spočívá v ověření podmínek tzv. FMCI aproximace pro počet sekvencí úspěchů dané délky a v odvození rekurrentních vztahů na výpočet přesného pravděpodobnostního rozdělení počtu success runů za podmínky známého počtu úspěchů v markovský závislých Bernoulliho náhodných pokusech se stejným rozdělením.

### **Existence of Gibbs-Laguerre tessellation with unbounded interaction**

Martina Petráková

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Gibbs particle processes present a family of point processes with interactions among the points prescribed by an energy function. In a bounded window, they are defined using a density with respect to the distribution of a Poisson point process. On the other hand infinite-volume Gibbs processes are defined implicitly using Dobrushin-Lanford-Ruelle equations, that prescribe conditional distributions inside bounded windows for a fixed configuration outside the window. Therefore the existence of such processes is not guaranteed and needs to be proven.

An interesting class of point processes is the class of random tessellations. They can be modelled using the particle processes or, as in our work, using marked point processes with marks specifying the cells. We consider a special class of tessellations, so called Laguerre diagrams with a marked Gibbs point process as their generator. The energy function we work with is the sum of the number of vertices of the Laguerre cells. We prove that under the condition that we almost surely see a point, there exists an infinite-volume Gibbs-Laguerre tessellation in  $\mathbb{R}^2$ .

This text is a part of author's master thesis.

### **Klasifikace pomocí metod strojového učení**

Tomáš Pompa

*MU, Brno, Přírodovědecká fakulta*

Strojové učení zaznamenalo v posledních několika desetiletích významný rozmach zapříčiněný pře-

devším rozvojem informačních technologií a potřebou zpracování a vyhodnocení velkého množství dat. Tato bakalářská práce se věnuje klasifikaci, což je jeden ze základních problémů strojového učení. V teoretické části jsou shrnutý základní pojmy a vybrané klasifikační metody, s jejichž pomocí je následně podrobně představena metoda podpůrných vektorů. Tato metoda si získala značnou oblibu zejména díky využití tzv. jádrového triku, který kombinuje lineární klasifikátor s jádrovou funkcí, což vede obecně k vytvoření nelineární hranice mezi třídami. Cílem praktické části této práce je použití teoreticky popsánych metod a postupů na simulovaných a reálných datech, na nichž je vytvořeno několik klasifikátorů. Výsledné modely jsou následně porovnány a jsou vyhodnoceny ty nejúspěšnější.

### Semiparametric analysis of nested case-control design

Karla Strachoňová

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Studying rare diseases often deals with small percentages of cases requiring a large amount of subjects in the study. The common analysis by the Cox proportional hazards model may be very time-consuming and money inefficient. The nested case-control design presents a sampling method offering fewer data needed for the analysis while keeping the estimator of the Cox model consistent and asymptotic normal. In this thesis for SVOČ, we introduce the nested case-control design, we describe in detail the method for sampling controls for cases, we present the partial likelihood and the maximum partial likelihood estimator of the regression parameter and we present the theoretical foundation, which would be used for the proofs of the consistency and the asymptotic normality of the estimator. Then, we introduce the counter-matching design as an extension of the nested case-control design and we perform a simulation study comparing the three designs. The contribution of this thesis is the detailed introduction to the nested case-control and counter-matching design and their comparison through the simulation study. This thesis is a part of my master thesis written in the same year.

### Popis interakcií v komplexných systémoch pomocou maximálne entropických funkcionálov

Katarína Studeničová

ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálne inženýrská

V práci sa venujeme budovaniu matematického aparátu vhodného na popis multivariátnych interakcií v komplexných systémoch pomocou odhadov maximálnej entropie. Formalizujeme definície piatich konštrukcií maximálnej entropie a spojenej informácie. Skúmame ich základné vlastnosti, ako sú monotonía postupností hodnôt funkcionálov, ograničenosť, podmienky nezávislosti a vzťahy medzi konštrukciami. Časť práce je venovaná otázke presného vzťahu medzi vlastnosťami postupnosti maximálnych entropií a prítomnosťou interakcií medzi zložkami systému. Vyslovujeme a dokazujeme niekoľko viet týkajúcich sa interakcií, ktoré sú jedným z hlavných výsledkov práce. Ďalším prínosom je vybudovanie novej maximalizačnej konštrukcie na informačných diagramoch a dokázanie niektorých jej vlastností a vzťahov ku ostatným konštrukciám. Tvrdenia sú doplnené príkladmi, uvedené sú aj výsledky numerickej optimalizácie v jazyku Julia. Text plne vychádza z bakalárskej práce a časť z neho bola prezentovaná aj v rámci Rektorysovej súťaže ČVUT. Okrem pár priamo citovaných výsledkov z článkov sú formálne definície, vety o vlastnostiach, dôkazy a príklady vlastným prínosom autorky, samozrejme finálna verzia vznikla po korekcii a diskusii so školiteľom a konzultantom.

## Sekce M4

### Dependent Zeros

Jan Hanousek

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

This thesis investigates a specific type of non-negative time series containing a significant proportion of zeros. The goal of this work is to create a stochastic model which would be an appropriate representation of such time series. After examining existing theory about stochastic processes and the estimation of their parameters, we propose our own final models. Their suitability is tested using real-world data and the procedure shows that each model has its own advantages and limitations. Overall, the results are satisfactory, proving the credibility of the models and their applicability in practice and paving the way for possible further research on this topic. This work is a part of the author's bachelor thesis which

is currently under development.

### **Modelovanie nákladovosti v poistovníctve**

Alžbeta Jurečková

*STU, Bratislava, Stavebná fakulta*

Táto práca sa zaoberá analýzou dát pochádzajúcich z vybranej slovenskej zdravotnej poisťovne. Ide o anonymizované údaje ambulancí všeobecných lekárov zbierané mesačne od roku 2015 po rok 2019. V prvej časti sa venujeme teoretickej časti práce. Ide najmä o regresnú analýzu a analýzu bodu zmeny. Druhá časť vysvetľuje dôležité pojmy z poisťovníctva a následne popisuje jednotlivé charakteristiky lekárov v datasete. Obsahom tretej časti je praktická časť práce, kde využívame teoretické poznatky na vytvorenie regresného modelu v štatistickom softvéri R. Hlavným cieľom práce je analýza vývoja kmeňa zdravotnej poisťovne, detekcia vybočujúcich hodnôt v nákladoch jednotlivých všeobecných lekárov a odhad nákladov pomocou lineárneho regresného modelu. Tieto analýzy môžu pre poisťovnu slúžiť ako prostriedok na identifikáciu poskytovateľov na kontrolu a prípadné odhalenie dôvodov ich zvláštneho správania.

### **Kauzalita ve vícerozměrných časových řadách**

Ondřej Kusenda

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Práca popisuje kauzalitu vo viacrozmných časových radoch. Viacrozmné časové rady sú vyjadréné pomocou vektorových autoregresných modelov (VAR), pričom sú popísané základné vlastnosti modelov VAR. Tvorba modelu zahrňa určenie stupňa modelu VAR, odhadnutie jeho parametrov a diagnostiku vlastností modelu VAR. V práci sú zadefinované základné pojmy Grangerovej a okamžitej Grangerovej kauzality a vety na klasifikaciu týchto vzťahov. Na vhodných modeloch je popísané testovanie Grangerovej a okamžitej Grangerovej kauzality. Následne sú teoretické poznatky aplikované na reálne dátá vybraté z databázy programu R. Praktická časť práce je spracovaná v programe R. Vlastným prínosom práce je vytvorenie uceleného súboru poznatkov pre testovanie Grangerovej a okamžitej Grangerovej kauzality. Poznatky sú aplikované na reálne dátá, ktoré vychádzajú z aktuálnej situácie. Práca je časťou bakalárskej práce.

### **Copulae for non-continuous distributions**

Matej Miskovič

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

The author introduces the basics of copula theory based on the cited literature. The main focus of this work is to introduce the reader to the field of non-continuous copula modelling and highlight all major issues. At the same time, empirical evidence is gathered suggesting that copula modelling and inference may be a viable option when additional care and caution is applied. Author's contribution consists of providing a unified notation of concepts collected from the cited literature, several rigorous proofs of simpler lemmas and theorems devised by the author himself, and compact and easy-to-follow structure of the discussion about issues and possible remedies in non-continuous copula modelling, which may serve as a starting point for an interested reader. The body of this works will be used as the theoretical part of author's undergraduate thesis. This work has not been submitted to SVOČ nor any other similar competition before.

### **Useknuté náhodné vektory**

Petr Raab

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Tato práce se zabývá useknutými náhodnými vektory, jejich pravděpodobnostním rozdělením a vlastnostmi. Teorie okolo useknutých náhodných vektorů je následně aplikována na problém opožděného hlášení škod v neživotním pojišťovnictví. Na konci jsou ukázány vlastnosti a chování odhadů z této práce na skutečných datech z havarijního pojištění.

### **Operační riziko a značkovaný Poissonův proces**

Karla Váňová

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Předmětem této soutěžní práce s názvem "Operační riziko a značkovaný Poissonův proces" je modelování operačního rizika s využitím Poissonova značkovaného procesu. Poissonův proces je typem bodového procesu a modeluje náhodně rozmístěné body v nějakém nosném prostoru. Díky jeho matematickým vlastnostem je poměrně často využíván v biologii, astronomii, ekologii nebo ekonomii. Přínosem této práce je ucelený popis základních vlastností a následná aplikace poznatků při sestavení modelu výší a počtu škod spadajících pod operační riziko banky. Tato soutěžní práce je také částí autorovy bakalářské práce.

## Sekce M5

### **Monotone relations**

Adam Alexaj

*STU, Bratislava, Stavebná fakulta*

Kategória  $\text{RelPos}$  čiastočne usporiadaných množín a monotónnych relácií doplnená o štruktúru súčinu  $\otimes$  a jednoprvkovú množinu  $I$  je symetrická monoidálna kategória. Hlavným cieľom tejto práce je dokázať, že každý objekt tejto kategórie  $(\text{RelPos}, \otimes, I)$  má duálny objekt, preto je táto kategória kompaktnie uzavretá.

### **Sums of squares in number fields**

Martin Raška

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

The goal of this thesis is to study real quadratic number fields  $\mathbb{Q}(\sqrt{D})$  such that, for a given rational integer  $m$ , all  $m$ -multiples of totally positive integers are sums of squares. We prove quite sharp necessary and sufficient conditions for this to happen. Further, we give a fast algorithm that verifies this property for specific  $m, D$  and that for a fixed  $m$  finds all such fields in polynomial time. The paper is based on author's bachelor thesis. No part of this work has been submitted to SVOČ or similar competition before.

### **Generalised Cantor base systems**

Katarína Studeničová

*ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská*

We study recently defined positional numeration systems called Cantor base systems. They include classical expansions of real numbers as a Cantor series (where the base is a sequence of integers), and also the well-known Rényi expansions in a real base beta (if the Cantor base is a constant sequence). We consider in particular alternate base systems with the base being a purely periodic sequence of real numbers. We study an analogue of two important results known for Rényi expansions, namely the theorem of Parry describing representations of 1 in base beta and the result of Schmidt on periodicity of beta-expansions. The present work is the output of my university research project and a base for my future study during the work on my Master thesis.

### **The Cheeger constant of curved tubes in space forms with constant sectional curvature**

Petr Vlachopoulos

*MU, Brno, Přírodovědecká fakulta*

Recent theoretical progress in the area of the isoperimetric problems takes quick steps forward. Many current new results concern the formulation of the isoperimetric problem in the context of eigenvalues of differential operators on smooth Riemannian manifolds. One of the specific problems is to find the Dirichlet eigenvalues of the nonlinear  $p$ -Laplace operator. Here it is possible to characterize the first eigenvalue of this elliptic operator, when  $p$  goes to 1 as the Cheeger constant. In our work, we solve an open isoperimetric problem for the Cheeger constant of curved tubes in space forms with constant sectional curvature, considering that the curved tubes form a tubular neighborhood about smooth closed curves. The proof is based on the connection between the eigenvalues of the shape operator on the tubular hypersurface and the regularity of the intersection of the Cheeger set and the curved tube. We subsequently simplify this property by using invariance of the curved tube with respect to the scaling of its  $(n - 1)$ -dimensional cross-section. We finally extend this result to the case of unbounded curved

tubes and also raise a question about curved tubes with arbitrary cross-section in space forms.

## Sekce M6

### Vertex-transitive closures of graphs

Štefánia Glevitzká

UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

A vertex-transitive closure of a graph  $\Gamma$  is a vertex-transitive supergraph of  $\Gamma$  on the same vertex set. The vertex-transitive number of  $\Gamma$  is the smallest possible degree of a vertex-transitive closure of  $\Gamma$ . Recall that a graph  $\Gamma$  is said to be vertex-transitive if for each pair of vertices  $u, v \in V(\Gamma)$  there exists an automorphism of  $\Gamma$  which maps  $u$  to  $v$ .

In this paper, we estimate (and in some cases also determine) vertex-transitive numbers for graphs of order at most two. We also prove some necessary conditions for graphs whose only vertex-transitive closure is a complete graph.

This paper is an early version of the author's bachelor thesis. All new results except for Theorem 3.3 are author's own, Theorem 3.3 is based on a cooperation of the author and the supervisor.

### Quasirandomness of Permutations

Martin Kurečka

MU, Brno, Fakulta informatiky

A large combinatorial structure is said to be quasirandom if it shares key properties with a truly random structure of the same kind. These structures play an essential role in combinatorics and various areas of applied mathematics and computer science. An important example of such structures are quasirandom graphs, whose origin dates back to the 1980s to the work of Rödl, Thomason, and Chung, Graham and Wilson. The authors have proven the notion of a quasirandom graph to be particularly robust as they provided many very different definitions for it.

In this work, we are concerned with the quasirandomness of permutations. A classical result of the previously spelt authors asserts that the quasirandomness of a large graph is captured by the number of occurrences of  $K_2$  and  $C_4$  as its subgraphs. Graham asked whether a similar statement also holds for permutations. Král' and Pikhurko answered this question affirmatively by establishing that a large permutation is quasirandom if and only if its subpermutations of order four are evenly distributed among all 24 possible patterns. Smaller sets with this property have been found; the smallest known instance contains eight permutations of order four. As our main result, we prove the first known non-trivial lower bound on the number of elements of such a set: every set of permutations that captures permutation quasirandomness has at least four elements.

This work submitted for the SVOČ competition is an enhanced version of the bachelor's thesis of the author, which is based on a single-author paper published in the journal Combinatorics, Probability and Computing.

### Unfolding Some Classes of One-Layer Polycubes

Josef Minařík

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

An *unfolding* of a polyhedron is a cutting along its surface such that the surface remains connected and it can be flattened to the plane without any overlap. An *edge-unfolding* is a restricted kind of unfolding, we are only allowed to cut along the edges of the faces of the polyhedron. A *polycube* is a special case of orthogonal polyhedron formed by glueing several unit cubes together face-to-face. In the case of polycubes, the edges of all cubes are available for cuts in edge-unfolding. We focus on one-layer polycubes and present several algorithms to unfold some classes of them. We show that it is possible to edge-unfold any one-layer polycube with cubic holes, thin horizontal holes and separable rectangular holes. This paper forms the main part of the author's bachelor thesis.

### Kritický exponent balancovaných slov

Daniela Opočenská

ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

Práce spadá pod tematiku kombinatoriky na slovech, což je relativně nové odvětví matematiky zabývající se studiem slov a formálních jazyků. Jedním z aktuálních témat kombinatoriky na slovech je právě kritický exponent a jeho minimalita pro dané skupiny nekonečných slov. Kritický exponent odráží jistou periodičnost nekonečných slov, je to největší možná hodnota, kolikrát se faktor hned za sebou ve slově opakuje. Balancovaná slova jsou skupinou slov, která dokážeme generovat pomocí dobře prozkoumaných slov sturmovských a zachovávají si mnoho podobných charakteristik. Přirozeně se nabízí otázka, zda se dá nad danou abecedou určitému množství opakování vyhnout? Obecná dolní mez je dobře známa, pro balancovaná slova však byla vyslovena pouze domněnka na základě systematického procházení prefixů slov nad  $d$ -písmennými abecedami pro  $d \leq 8$ .

Tato práce obsahuje ucelený popis vlastností sturmovských a balancovaných slov a následné odvození, jak se počítá kritický exponent a také asymptotický kritický exponent balancovaných slov, který odráží opakování faktorů v limitě pro délku faktoru jdoucí do nekonečna. Na rozdíl od matematiků, kteří řešili problém před námi hrubou silou prohledáváním dlouhých prefixů balancovaných slov, my umíme kritický exponent vyšetřit zkoumáním bispeciálů a jejich návratových slov, jejichž charakteristiky dobře známe.

Hlavním přínosem práce je popis a následná implementace algoritmů pro výpočet (asymptotického) kritického exponentu balancovaných slov, který je nezávislý na velikosti abecedy. Tyto programy byly dále intenzivně využívány pro zkoumání minimálního kritického exponentu balancovaných slov a právě pomocí programu se nám povedlo původní domněnku vyvrátit, najít menší dolní mez pro  $d \geq 11$  a pro sudé abecedy dokázat, že je nabývána.

Toto téma je zároveň tématem mé bakalářské práce a v mnohem menším rozsahu bylo již prezentováno v rámci Rektorysově soutěže na ČVUT v Praze. Výsledky získané pomocí programu jsou součástí článku L'. Dvořáková, D. Opočenská, E. Pelantová, A. Shur: On minimal critical exponent of balanced sequences, přijato k publikaci v Theoret. Comput. Sci. (2022).

### On off-diagonal ordered Ramsey numbers of nested matchings

Marian Poljak

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

For two graphs  $G^<$  and  $H^<$  with linearly ordered vertex sets, the ordered Ramsey number  $r_<(G^<, H^<)$  is the minimum  $N$  such that every red-blue coloring of the edges of the ordered complete graph on  $N$  vertices contains a red copy of  $G^<$  or a blue copy of  $H^<$ .

For a positive integer  $n$ , a nested matching  $NM_n^<$  is the ordered graph on  $2n$  vertices with edges  $\{i, 2n-i+1\}$  for every  $i = 1, \dots, n$ . We improve bounds on the ordered Ramsey numbers  $r_<(NM_n^<, K_3^<)$  obtained by Rohatgi, we disprove his conjecture by showing  $4n+1 \leq r_<(NM_n^<, K_3^<) \leq (3+\sqrt{5})n$  for every  $n \geq 6$ , and we determine the numbers  $r_<(NM_n^<, K_3^<)$  exactly for  $n = 4, 5$ . As a corollary, this gives stronger lower bounds on the maximum chromatic number of  $k$ -queue graphs for every  $k \geq 3$ . We also prove  $r_<(NM_m^<, K_n^<) = \Theta(mn)$  for arbitrary  $m$  and  $n$ .

We expand the classical notion of Ramsey goodness to the ordered case and we attempt to characterize all connected ordered graphs that are  $n$ -good for every  $n \in \mathbb{N}$ . In particular, we discover a new class of ordered trees that are  $n$ -good for every  $n \in \mathbb{N}$ , extending all the previously known examples.

## Sekce M7

### Vlastnosti stínování v numerických metodách pro parciální diferenciální rovnice

Ondřej Brichta

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

Předkládaná práce se zabývá problematikou stínování v numerických metodách pro parciální diferenciální rovnice. Cíle této práce jsou prostudovat problematiku stínování v případě lineárního zobrazení, vhodně upravit standardní metody pro účely zmíněné aplikace a aplikovat vybudovanou teorii na více-krokové metody pro numerické metody. V úvodní přehledové části se nejprve zaměřujeme na studium standardní teorie stínování, formulujeme základní tvrzení a ukážeme vztah kontraktivity a stínování. Dále nalezneme charakterizaci stínovací vlastnosti pro lineární zobrazení. Následně vhodně adaptujeme stínovací teorii, aby byla umožněna aplikace ve více-krokových numerických metodách. Příslušnou aplikaci potom vysvětlujeme na příkladu Dufortova-Frankelova schématu. V závěru práce potom uvádíme

obecné poznámky k vyšetřování stínování v obecných vícekrokových metodách.

Přínos této práce spočívá v prostudování poměrně komplikované teorie stínování, v důsledném provedení důkazů tvrzení, které se v literatuře ve snaze zestručnit výklad neuvádějí a následné úpravě pojmu a důkazů standardní teorie pro účely analýzy vícekrokových numerických metod. Některé důkazy jsou rovněž provedeny jinak, než tomu je v literatuře (např. explicitní sestrojení a využití speciální normy, ve které se lineární zobrazení se spektrem ležícím v otevřeném jednotkovém kruhu chová jako kontrakce).

### **Comparison of iterative matrix methods for information retrieval**

Jakub Hercík

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

This work describes the topic of information retrieval and introduces iterative matrix algorithms useful in this context - the Lanczos algorithm used in latent semantic indexing and the Golub-Kahan-Lanczos bidiagonalization. The efficiency of these techniques is compared in a series of numerical experiments which measure retrieval performance and computation time on collection of real-world datasets. The study of the methods is conducted in both single and double IEEE precision arithmetic, and special attention is payed to the variations. The results of our experiments suggest that in many cases, lower precision can be used without significantly damaging retrieval performance. This comparison as well as examination of the efficiency of the basic Lanczos algorithm in the context of information retrieval, something rarely done before, are the main contributions of the text.

The presented work is the core of author's bachelor's thesis, which further expands on some of the introduced concepts. No part of this work has been submitted to SVOČ or any other competition before.

### **Preconditioning in solution of electron-molecule scattering problems.**

Martina Šarmanová

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

In this work, we study low-energy electron-molecule collisions. To understand these processes, it is necessary to explain the phenomena appearing in 2D electron energy-loss spectra which we obtain as outputs of modern crossed-beam electron-molecule collision experiments. These spectra are very different for different molecules, which we still cannot explain satisfactorily. For this reason, it is appropriate to deal with mathematical modeling of the problem. The collision of an electron with a molecule can be mathematically defined within the quantum scattering theory which tells us how to formulate a problem in the language of integro-differential equations. The discretization converts the problem to a system of linear algebraic equations with a complex symmetric matrix. The matrix of this system is also sparse and for this reason we believe that the use of iterative methods to solve the resulting system is a suitable choice. However, as we were convinced when testing the convergence rate of the Krylov subspace methods for the model with two degrees of freedom (which we dealt with in the bachelor thesis), iterative methods suffer from slow convergence. This motivated us to try using preconditioning which is often considered to be crucial for the reliability of iterative techniques. Our main goal in this work was to find a suitable preconditioning technique for Krylov subspace methods, which would ensure their faster convergence. We devoted the first chapter to the brief motivation. Subsequently, we formulated the partial integro-differential equation and introduced its discretization. In the second chapter, we recalled two basic approaches to solving systems of linear equations and the idea of preconditioning. After that we introduced a few preconditioning techniques. The core of the whole work is the third chapter, which is devoted to numerical experiments. The whole project is part of the emerging diploma thesis.

### **Computations of Google's PageRank**

Barbora Smejkalová

*Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta*

The thesis is concerned with numerical methods for solving the PageRank problem. The PageRank problem is formulated and mathematically described, based on intuitive observations called theses. We introduce and analyze two numerical methods for solving the resulting algebraic problems, namely the power method and the inner-outer method. The presented numerical experiments demonstrate and compare the behavior of the methods for various test matrices and input parameters.

### **Možnosti implementácie okrajových podmienok vyšších rádov pre úlohu určovania tiažového pola Zeme**

Marek Tomka  
*STU, Bratislava, Stavebná fakulta*

V našej práci budeme skúmať možnosti implementácie okrajových podmienok druhého rádu pre úlohu určovania tiažového poľa Zeme. V prvej časti si vysvetlíme dôležité teoretické pojmy a vzťahy pre zadefinovanie geodetickejho problému. Ďalej si odvodíme postup riešenia Laplaceovej rovnice pomocou metódy konečných prvkov. Využitím teoretických poznatkov z predošlých častí práce prevedieme niekoľko numerických experimentov geodetickej úlohy v softvéri Wolfram Mathematica. Na záver porovnáme výsledky našich experimentov s presným riešením a zároveň vyhodnotíme, či sú okrajové podmienky druhého rádu vhodné na výpočet poruchového potenciálu.

## Sekce M8

**Correction of watercourses in maps using airborne laser scanning data**  
Tomáš Homola  
*STU, Bratislava, Stavebná fakulta*

Title: Correction of watercourses in maps using airborne laser scanning data Abstract: In this thesis we deal with the use of evolving planar curves to create more accurate map depiction of watercourses. For this purpose we use data from airborne laser scanning and from the OpenStreetMap database. We introduce all the input data for our mathematical model which includes classified point cloud, digital terrain model and sequence of watercourse's nodal points. Then we describe and explain all components of our mathematical model for curve evolution in detail, as well as demonstrate its functionality in several numerical experiment using real data. All computations are implemented in MATLAB software. Keywords: watercourse, planar curve evolution, classified point cloud, digital terrain model, MATLAB software

**Numerical simulations of interaction between fluid flow and rigid particles**  
Jan Hrůza  
*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

A blood is predominantly a mixture of fluid plasma and red blood cells and it is known to exhibit the non-Newtonian effect of shear thinning. Inspired by blood, we investigate a system of rigid particles submerged in a Newtonian fluid and show the presence of shear thinning and its dependency on particle distribution. In this paper, we implement a method for direct simulations of interaction between fluid flow and rigid particles based on the arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) description. The implementation is based on the finite element method and uses the FEniCS Python library and is validated using various benchmarks. The work is based on a master thesis.

**Consistent non-equilibrium thermodynamic modeling of hydrogen fuel cells**  
Jakub Jambrich  
*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

At first, a classical irreversible thermodynamic model of the hydrogen pump is derived in this thesis. The model is then numerically implemented using the Finite volume method in the VoronoiFVM library in Julia. The numerical implementation is further used to explain the measured experimental data of water and proton fluxes through the PE membrane measured by the group of Jay Benziger. The plateau that was observed in the voltage-flux measurement could not be explained in the original work, as the membrane was approximated with a single point. Such a zero-dimensional model did not predict the plateau, and therefore it was believed to originate from some interfacial effects. In this thesis, we will focus on the thermodynamically consistent implementation of the equations inside the membrane and an explanation of the observed effects using no additional assumptions.

**Jump Conditions and Dynamic Surface Tension at Non-Material Interfaces**  
Peter Kottman  
*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Problems involving fluid flow across phase interfaces arise in many branches of physics and engineering, making correct description of fluid behavior near an interface an important issue. In this thesis we

study the quasi-static Stokes flow of a linearly viscous fluid, comparing two different jump conditions for traction. We study the limit of the solution of governing equations across a transitional layer of finite thickness with the thickness going to zero, and thus motivate the assumption of nontrivial traction jump. This jump condition was originally derived using terms ill-defined even in the sense of distributions. To interpret these correctly, we use the Colombeau algebra of generalized functions. We derive the form of the traction jump for radially symmetric flow rigorously and show that this result is identical to the one obtained by the original method. The theoretical results are accompanied by numerical experiments, and possible generalizations as well as physical significance of the results are discussed. The work presented in this report is a part of the author's bachelor thesis submitted and defended in 2021.

### **Methodology for topology optimization of fluid affected device components**

Lucie Kubíčková

*VŠCHT, Praha, Fakulta chemicko-inženýrská*

Current technology possibilities, especially 3D printing, allow engineers to manufacture device components of almost arbitrary shape and connectivity. Therefore, the components can be designed to suite a specific application. To find such application-specific designs, the engineers more and more often use topology optimization (TO). The TO is one of the most general optimization approaches; however, it may be nontrivial to apply it to a specific optimization problem. In the present work, we focus on device components that come in contact with flowing fluid and we propose a robust and general methodology that allows TO of these fluid-affected components. In particular, the methodology is based on multi-objective evolutionary algorithms with the component topology encoded using a binary representation and the optimization criteria evaluated via computational fluid dynamics (CFD). Moreover, the standard CFD techniques are extended by an immersed boundary method that allows to use only one computational mesh for all the tested topologies. The new methodology capabilities are illustrated on a shape optimization of a diffuser equipped as a part of an ejector, where the optimization goal was to increase the ejector energy efficiency. The newly proposed methodology proved itself sufficiently robust and effective to solve the studied optimization problem. Eventually, it was able to identify a design by roughly 9 % more efficient than an alternative one found using a previously published and less general optimization approach developed as a part of the author's bachelor thesis. The author's contributions to the present work include (i) general framework design, (ii) link between python and OpenFOAM with focus on an effective parallelization on cluster, (iii) modification of the immersed boundary method and implementation of a custom CFD solver tailored specifically for the proposed framework.

### **Stochastické modelovanie špecifických mier plodnosti vo vybraných krajinách**

Erika Lettrichová

*UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky*

Táto práca je venovaná modelovaniu a predikovaniu špecifickej miery plodnosti vo vybraných populáciach vo vekovom intervale 18 až 42 rokov s jednoročným vekovým delením. V práci sú použité dátá o špecifickej miere plodnosti, strednom stave ženskej populácie a počte živonarodených detí podľa veku matky za jednotlivé kalendárne roky. Všetky použité dátá sú dostupné na internetovej stránke The Human Fertility Database, v rámci práce boli aplikované na odhadovanie parametrov použitých modelov. Parametre modelov boli kalibrované pomocou štatistického softvéru R, a potom ďalej spracované v programe Microsoft Excel. Cieľom práce bolo nájsť pre každú z vybraných populácií najvhodnejší model. Medzi vybrané populácie patrí Slovensko, Česko, Maďarsko, Rakúsko a Holandsko. Pri hľadaní najkvalitnejšieho modelu sme vyskúšali 10 rôznych stochastických modelov, ktoré sme zísobili postupným vylepšovaním základného Leeho modelu, ku ktorému sme pridávali rôzne kombinácie časových, vekových a kohortných parametrov. Pre kvantitatívne porovnanie modelov sme sledovali hodnoty funkcie vierošodnosti, počet odhadovaných parametrov a hodnoty Bayesovho informačného kritéria. Kvalitatívnu stránku modelov sme vyhodnocovali na základe odhadnutých rezíduí modelov. Následne, na základe vyhodnotenia najkvalitnejšieho modelu pre špecifickú mieru plodnosti slovenskej populácie, sme odhadli parametre modelu, ktoré sme použili pre krátkodobú predikciu špecifickej miery plodnosti pre obdobie do roku 2025.

Kľúčové slová: stochastické modely, špecifická miera plodnosti, Leeho model, predikcie pravdepodobnosti.

## Sekce I1

### Bounding twin-width using red potential

Jakub Balabán, Jan Jedelský

MU, Brno, Fakulta informatiky

Twin-width is a new parameter of graphs and other binary relational structures, introduced in 2020 by Bonnet, Kim, Thomassé, and Watrigant. One of their key results is that FO model checking is FPT on classes of bounded twin-width. They also bounded the twin-width of posets of bounded width. However, their double-exponential bound was very loose. In the Bachelor thesis *Constructive twin-width for posets of small width*, a quadratic bound was presented, and subsequently, in the article *Twin-Width is Linear in the Poset Width*, it was improved even further down to linear.

One of the classes of graphs for which Bonnet et al. showed an explicit and optimal contraction sequence is the class of proper interval graphs. In the Bachelor thesis *Classes of bounded and unbounded twin-width*, we explored extending this result to the class of proper  $H$ -graphs and its subclasses. The positive results were later simplified and generalized by defining proper  $k$ -mixed-thin graphs in the article *Twin-width and Transductions of Proper  $k$ -Mixed-Thin Graphs* and showing that this class has twin-width linear in  $k$ . The method used to obtain this bound is similar to the method used previously in the case of posets, and we call it the *red potential* method.

Both articles have been co-authored by Petr Hliněný, the supervisor of the mentioned bachelor theses. This SVOČ submission, which is based on the mentioned papers, is a sole work of the student authors and covers their results within the mentioned research.

### Hamiltonovské kružnice v bipartitných kubických planárnych grafoch

Richard Bíró

UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Problém existencie Hamiltonovskej kružnice v 3-súvislých bipartitných kubických planárnych grafoch je známy ako Barnettova hypotéza. Existuje niekoľko čiastkových výsledkov o štruktúre hypotetického protipríkladu a niekoľko zosilnení hypotézy, ktoré sú s daným tvrdením ekvivalentné. Cieľom práce je rozšíriť doteraz známe poznatky týkajúce sa skúmanej problematiky. Prostriedkom je študovať vlastnosti konfigurácií malých stien v bipartitných kubických grafoch, a systematicky ich klasifikovať na redukovateľné a neredučovateľné vzhľadom na existenciu Hamiltonovskej kružnice, prípadne aj vzhľadom na zosilnenia Barnettovej hypotézy. Na generovanie konfigurácií i na overovanie ich vlastností sa využije pomoc počítača. Výsledkom je objavenie novej redukovateľnej konfigurácie.

### Establishing a Herd Immunity is Hard Even in Simple Geometric Networks

Michal Dvořák, Šimon Schierreich

ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií

We study the following model of a disease spread in the social network. In the beginning, all individuals are either *infected* or *healthy*. Next, in discrete times, the disease spreads in the network from infected to healthy individuals such that a healthy individual gets infected if and only if a sufficient number of their direct neighbours are already infected.

We represent the social network as a graph. Inspired by the real-world restrictions in the current epidemic, especially by social and physical distancing requirements, we restrict ourselves to networks representable as disk graphs.

We show that finding a minimal vertex set of initially infected individuals to spread the disease in the whole network is computationally hard. We also discuss the opposite case, where our goal is to stop the disease spread in the network by, e. g., *vaccination* or *quarantine*.

This paper was created during Student Summer Research Program 2021 of FIT CTU in Prague together with Ing. Šimon Schierreich under mentorship of Dušan Knop. All nontrivial proofs are exclusively my work.

### Special classes of P-matrices in the interval setting

Matyáš Lorenc

UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta

This work focuses on generalizing some easily recognizable subclasses of P-matrices into interval

settings, including some results regarding these classes. Those classes are those of B-matrices, doubly B-matrices and  $B_{\pi}^R$ -matrices. We define the interval variants, derive their characterizations, some necessary conditions and sufficient ones, plus we introduce some of their properties, such as are the closure ones and a few conditions the entries of such matrices satisfy. Then we proceed to state a way to generate instances of some of these interval matrix classes.

The results of this work were presented on two conferences (SCAN, CoProD) with third (ILAS) coming this June. We have also two articles currently in a review process. The results were even extended as a part of SFG (Student Faculty Grant).

### Infinite sequences and symmetries in their languages

Viola Vavryčuková

*ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská*

The aim of this work is to investigate some properties of infinite words over the alphabet {A, C, G, T}, which is motivated by the structure of DNA. We start with an overview of some main concepts and results of combinatorics on words and we revisit a more general definition of a palindrome and a palindromic word. Several results concerning equations on words are also derived. Then we focus on palindromic words, first, briefly presenting known results in the context of the HKS conjecture, and second, attempting to develop a theory more specific to the alphabet {A, C, G, T}, defining a new class of morphisms called class D. The last chapter is devoted to palindromic length, where we describe algorithms for calculating this function and examine both theoretically and experimentally its growth. This work is based on the author's research project, which is a preparation for Master's thesis. It has not been submitted in the SVOČ competition or any other student competition before.

## Sekce I2

### A Constructive Bound on Shallow Neural Network Expressivity

Vít Fojtík

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

Despite abundant research into neural network applications, many areas of the underlying mathematics remain largely unexplored. The study of neural network expressivity is vital for understanding their capabilities and limitations. However, even for shallow networks this topic is far from solved. We provide an upper bound on the number of neurons of a shallow neural network required to approximate a function continuous on a compact set with given accuracy. Dividing the compact set into small polytopes, we approximate the indicator function of each of them by a neural network and combine these into an approximation of the target function. This method, inspired by a specific proof of the Stone-Weierstrass Theorem, is more general than previous bounds of this character and it is purely constructive.

The results presented are the main content of the Master's thesis Approximation of Functions Continuous on Compact Sets by Layered Neural Networks. The contents of Sections 3 and 4 are original results, as well as parts of Section 2.

### Implicitní spolupráce agentů ve více-účastnickém prostředí

Aleksej Gaj

*ČVUT, Praha, Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská*

Tato práce se zabývá problémem rozhodování za neurčitosti. Konkrétně se zaměřuje na implicitní kooperaci rozhodovacích agentů ve více-agentním prostředí. Metodologicky jsou to nezávislé bayesovské bytosti, které používají plně pravděpodobnostní návrh rozhodovacích strategií. Agenti kooperují přes sdílení svých rozhodovacích pravidel z předchozího kroku. Pravidlo, které poskytl soused, agent používá jako externí prediktor pro obohacení svých představ o sousedovi. Toto řešení bylo ilustrováno na Nashově obchodní hře, která je abstraktním modelem obchodování. Získané výsledky ukazují, že implicitní kooperace: i) vede ke zvýšení úspěšnosti hry, ii) přináší větší individuální zisky hráčům.

Text práce je shodný s textem bakalářské práce, jedinou změnou jsou opravené překlepy a přidání příloh.

### Hierarchické řízení rojů při evakuaci

Kristýna Janovská

*ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií*

V této práci se zabývám návrhem hierarchického systému koordinace agentů určeného pro simulaci evakuace. V práci rozeznávám dva typy agentů. Řídící agenti navzájem komunikují pomocí algoritmu konfliktového prohledávání a odvádějí své roje do bezpečné oblasti, zatímco agenti následníci následují svého řídícího agenta.

Představím několik modelů, které se liší jak chováním řídících agentů vůči svým rojům, tak chováním agentů následníků, co se týče pokusu o samostatnou evakuaci.

V práci provádím experimenty, jejichž výsledky ukáží, jak úspěšnost evakuace ovlivňují parametry chování agentů. Výsledky těchto experimentů poukáží na výhody komunikace mezi řídícími agenty, problémy, které mohou při evakuaci nastat a jejich závislost na nevhodném chování agentů.

Tato práce je zároveň mou bakalářskou prací. S částí této práce jsem se také zúčastnila SVOČ 2021.

### **Vektorová reprezentace výzkumných projektů**

Pavel Mikuláš

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

V této práci se zabývám počítacovým zpracováním dat o výzkumných projektech financovaných ze státního rozpočtu. Porovnáme různé metody převedení nestrukturovaných textových dat do vektorových reprezentací a pokusíme se v datech nalézt různé struktury. Velký důraz bude kladen na měření podobnosti a shlukování projektů. Práce je experimentální a měla by sloužit jako ukázka postupu zpracování velkého množství objektů reálného světa pomocí metod statistiky a strojového učení.

### **One Bit at a Time: Impact of Quantisation on Neural Machine Translation**

Marek Petrovič

*MU, Brno, Fakulta informatiky*

Despite the precision of the large language models, the deployment of these models still faces some practical issues. Except for being memory-demanding, the main issue lies in the speed of prediction. In the case of generative language models, the time of auto-regressive generation scales with the output length. Another significant limitation of translation models remains in their domain-specificity given by the domain of the training data.

Our work investigates the impact of model quantization on these issues. In theory, quantisation holds a potential to address these problems through lower bit-width computations allowing for model compression, speed-up, and regularization incorporated in training. Specifically, we inspect the effect that quantization has on Transformer neural language translation model.

In addition to the obtained measurements, the contributions of this work are also in the implementations of quantized Transformer and the reusable framework for evaluation of speed, memory requirements, and distributional robustness of generative language models.

### **Generatívne súperiace siete a detekcia anomalií v oblasti bankových podvodov**

Laura Vištanová

*UPJŠ, Košice, Prírodovedecká fakulta*

Generatívne súperiace siete (GAN siete) patria medzi nové metódy v oblasti analýzy dát a umelej inteligencie. Tieto siete boli pôvodne navrhnuté pre generovanie umelých obrázkov, avšak s postupom času sa ich užitočnosť preukázala aj pri generovaní iných typov dát, ako napr. tabuľkových dát. V tejto práci popisujeme všeobecnú štruktúru GAN sietí, ako aj špeciálne GAN siete vhodné na generovanie tabuľkových dát. Podrobnejšie sa venujeme sietiam TGAN a CTGAN. Značná časť práce je venovaná anomaliám a detekcii anomalií. V poslednej kapitole prezentujeme nový postup pre riešenie problému detekcie anomalií pomocou GAN sietí, ktorý aplikujeme na reálne dátá z oblasti detekcie podvodov v bankových transakciách. Porovnávame rôzne výbery atribútov z pôvodnej dátovej sady, ako aj rôzne algoritmy pre detekciu anomalií. V závere práce prezentujeme výsledky, ktoré potvrdzujú užitočnosť použitia GAN sietí pre problém odhalenia podvodníkov, nakoľko sa nám podarilo pomocou GAN sietí na tých istých dátach dosiahnuť lepšie výsledky ako bez nich.

### **Multi-agentní hledání cest se spojitým časem založené na celočíselném lineárním**

**programování**

Yana Zabrodskaya

*ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií*

Tato práce se zabývá problémem hledání nejkratší cesty pro několik robotů tak, aby se tito roboti nesrazili. Za účelem řešení výše uvedeného problému byl vyvinut algoritmus, který je založen na celočíselném lineárním programování s prvky líné komplikace. Následně je algoritmus experimentálně vyhodnocen.

## Sekce I3

### **Controlling image synthesis by finding feature representations in latent space of generative model**

Róbert Belanec

*UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky*

In our work, we present a method of controlled realistic image generation to generate facial composites from a known set of features, similar to a police draftsman. For this purpose, we have used a pre-trained StyleGAN2 generator to generate realistic images and a convolutional neural network classifier to label the facial characteristics in generated images. To find the correct facial characteristic in the latent space of StyleGAN2, we have used a linear regression algorithm, assuming a linear relationship between StyleGAN2 input noise vectors and the predicted facial features of the convolutional neural network classifier. After finding the feature-modifying vector for multiple facial characteristics, we were able to modify the generator output successfully (e.g. adding eyeglasses or age). In some generated and modified images, the desired facial features did not manifest. This probability of not getting an image with the desired set of attributes can be minimized by generating more images and choosing the image most similar to the desired image. We have created an implementation of a controllable generation method that is capable of controlling the StyleGAN2 generator based on a set of features. Based on the evaluation, we think that our implementation is a step towards automated police facial composites.

### **Web-based Framework for Edge Sharpening in 3D Scans**

Martin Gergel

*UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky*

Processing of complex point clouds and meshes is often limited to devices with powerful hardware, OS-dependent software, installed libraries, virtual environments, and so on. Web applications, on the other hand, need only a compatible browser, can provide server-side processing and they are faster to use than setting up a local environment. A web-based framework for 3D data visualization, conversion, and processing has been designed and developed. Including traditional procedures and novel machine learning-based alternatives, the user has the choice between these different algorithms, enabling direct comparison, creating pipelines, or further analysis. The direct visual comparison is especially important, as it is not always clear which solutions are better than others. State-of-the-art machine learning architectures are usually successfully used on classical processing tasks such as classification and segmentation. We've dived deeply into the problem of recovering sharp edges in corrupted 3D meshes, achieving various transformations in end-to-end trainable models. Methods to detect and extract edges were also implemented. Combining both analytical and data-driven approaches, we've been able to gather interesting results with various evaluation metrics and visual comparisons. The work presented in this paper for the ŠVOČ competition is part of the author's bachelor thesis, where the main asset is a dynamic web application for 3D processing using modern libraries and approaches. This paper is mainly focused on scan sharpening with different ideas proposed by the author.

### **Rozpoznávání grafických značek v dokumentech**

Ivan Hochman

*MU, Brno, Fakulta informatiky*

Tato práce vznikla ve spolupráci s firmou Konica Minolta, mezi jejíž zaměření patří zpracování dokumentů. K rozpoznávání grafických značek firem v dokumentech byla využita hluboká neuronová síť. Zvolena byla architektura YOLO (You Only Look Once) s ohledem na její přesnost a rychlosť. Pomocí této architektury byly natrénovány modely, které se lišily vstupními parametry, a následně byly jednotlivé modely vhodně zvolenými metrikami porovnány a z nich byla vybrána nejlepší varianta. Součástí práce

jsou také účelné modifikace architektury pro zjednodušení tréninku a vyhodnocení modelů a také tvorba vhodné datové sady, která sloužila pro trénink i vyhodnocování jednotlivých modelů.

### **Snímání a následná detekce a klasifikace vad skleněných tyčí**

Matěj Latka

*ČVUT, Praha, Fakulta informačních technologií*

Práce se zabývá automatizovanou detekcí a klasifikací vad na skleněných tyčích. Jsou analyzována předchozí řešení podobných problémů a popsán vlastní postup, v rámci kterého byly navrženy čtyři snímací soustavy využívající pokročilých optických prvků a osvětlení. Dále byly upraveny a rozšířeny analyzované metody detekce a klasifikace vad. Druhá z nich, využívající model založený na moderní architektuře Faster R-CNN, detekuje správně na jednom z datasetů 83 % vad a správně klasifikuje 77 % z nich.

### **Softvér na lokálne affinnú a globálne laplaceovu transformáciu historických máp**

Matúš Varhaník, Gabriela Cvečková, Michaela Rohová, Eva Sabatulová

*STU, Bratislava, Stavebná fakulta*

V tejto práci sa oboznámime s matematickým modelom a numerickou metódou na registráciu máp. Mapy sa neustále využívajú a to najmä vďaka vývoju technológií, pričom zachytávajú postupný vývoj sveta a jeho zobrazenia. Naším cieľom bude zhotoviť softvér na transformáciu historickej mapy na súčasnú. Tento program aplikujeme na mapu stredovekého Uhorského kráľovstva, Tabula Hungariae, aby sme vedeli zistiť, ktoré miesta na aktuálnej mape zodpovedajú geografickým územiam z Uhorských čias.

## Sekce I4

### **Comparing Biological Sequences with Neural Networks**

Filip Kerák

*UK, Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky*

In bioinformatics it is often necessary to compare different sequences to determine their similarity. This comparison can be used to classify an organism to category or to analyse functions of different parts of sequences. The comparison is often performed by Needleman-Wunsch algorithm, a dynamic programming algorithm with a simple scoring scheme, which often can not capture all properties of biological sequences.

In our work, we examine possibilities of application of neural networks to better express properties of biological sequences and possible underlying structure in errors introduced during sequencing. We propose a recurrent neural network model with convolution which fills a table similar to dynamic programming. To train this model, we only use final labels 0 and 1 to indicate whether two sequences are considered similar or not. Our model achieved results comparable with Needleman-Wunsch algorithm and on noisy data performed slightly better. The model is slightly difficult to train, therefore we provide methods to speed up convergence and improve overall accuracy. This work is part of author's master thesis that will be defended.

### **Zpracování TIL-Script konstrukcí**

Tomáš Michalovský

*SU, Opava, Filozoficko-přírodovědecká fakulta*

Tato práce se zabývá zpracováním TIL-Script konstrukcí. TIL-Script konstrukce jsou komputační variantou jazyka konstrukcí Transparentní intensionální logiky (TIL). Ve své práci shrnuji své zapojení do jiných publikovaných vědeckých prací, kde mým hlavním úkolem bylo naprogramovat zpracování konstrukcí z vícerých pohledů. V práci se zabývám dvěma hlavními směry. Prvotní oblastí je využití ve strojovém učení s učitelem se symbolickou reprezentací faktů a hledání explikací, tedy jakýchsi popisů daných pojmu pro vyhledávání relevantních zdrojů textových dat. Následně se práce zabývá modifikacemi, které byly nutné pro využití v oblasti zpracování prostorových dat. V práci je rozvedena teorie nutná pro pochopení teorie TIL, strojového učení s učitelem, formální konceptuální analýzy a problematiky zpracování prostorových dat specifikovaných v jazyku TIL-Script. Vlastním přínosem je programová část, která umožňuje ověřování teoretických výsledků výzkumů. Tato práce přináší ucelený pohled na

stávající výzkum. V soutěži SVOČ ani dalších podobných soutěžích dosud žádný z výsledků uplatněn nebyl. Práce bude nadále rozvíjena pro publikační výstupy.

### **Nové nástroje na monitorovanie biotopov Natura2000 v softvéri NaturaSat**

Ivana Piačková

*STU, Bratislava, Stavebná fakulta*

Príspevok sa zaobrá novými nástrojmi na monitorovanie biotopov Natura 2000 v softvéri NaturaSat. Tieto nástroje slúžia na monitorovanie zmien štatistických ukazovateľov vypočítaných z hodnôt z dostupných optických kanálov satelitnej snímky vytvorenej satelitmi Sentinel-2. Tieto zmeny sú monitorované vo vnútri krieviek, ktoré predstavujú vysegmentované oblasti zo sústavy chránených území Natura 2000. Nástroj automatického monitorovania využíva satelitné snímky stiahnuté cez Copernicus Open Access Hub a informuje užívateľa o výrazných zmenách vo vybratých optických kanáloch snímky. Druhá časť príspevku sa venuje rozšíreniu priestoru vlastností pre nástroje klasifikácie biotopov Natura 2000 v softvéri NaturaSat. Priestor vlastností predstavuje vektor štatistik vypočítaných pre vybranú krievku z optických kanálov vybranej snímky. Tento priestor je rozšírený o štatistiky, ktoré sú vypočítané z nadmorských výšok v bodech satelitnej snímky.

### **Crypto-currency miner detection from extended IP flow data**

Richard Plný

*CTU, Prague, Faculty of Information Technology*

This bachelor thesis addresses cryptomining from the security perspective with an emphasis on abusive mining. It explores the possibilities of detection of crypto-miners in high-speed computer networks with the use of flow-based monitoring approach. A setup for continuous traffic capture is proposed and used for creating datasets with real-world miners' traffic. Furthermore, a detection method is proposed, capable of operation on high-speed networks. The proposed solution was implemented as a group of NEMEA modules. Since its deployment on the CESNET2 network (serving around half a million users), it has generated more than 100 000 alerts with almost none false positives. Moreover, it protects MetaCentrum (national computational grid) from abusive mining.

### **Podnikové aplikácie s využitím technológie blokových reťazcov**

Matúš Revický

*UPJŠ, Košice, Prírodovedecká fakulta*

Problémom v oblasti distribúcie tepelnej energie je zabezpečenie spoľahlivého a pravidelného odpočtu. Pri rádiovom zbere dát o spotrebe pomocou senzorov je potrebné zabezpečiť auditovateľnosť, bezpečnosť a nemennosť dát. Ako jedna z možností riešenia sa ukázal sofistikovaný monitorovací systém s využitím technológie blockchainu. V práci sa realizuje analýza aplikovateľnosti blockchain frameworkov na monitorovanie spotreby. Výsledkom tejto práce je moderný, progresívny informačný systém založený na blockchain frameworku Hyperledger Fabric v2.3 v súlade s medzinárodnými technickými normami. Zameriava sa na bezpečnosť, nemennosť, transparentnosť dát a integráciu technológie blockchain do komplexných biznisových aplikácií v energetickom sektore. Súčasťou práce sú aj merania a vyhodnotenie výkonu implementovaných smart kontraktov pomocou nástroja Hyperledger Caliper. Experimenty sú zamerané na rýchlosť generovania a posielania požiadaviek v závislosti od počtu lokálnych Caliper klientov a na minimalizáciu neúspešných transakcií pri zachovaní čo najvyššej prieplustnosti distribuovanej blockchainovej siete.

### **Machine-learning-based self-adaptation of component ensembles**

Michal Töpfer

*UK, Praha, Matematicko-fyzikální fakulta*

In the area of distributed self-adaptive smart systems (such as applications of Internet of Things and Cyber-Physical Systems), machine learning has been successfully used in several applications including the prediction of metrics regarding the components in the system (e.g., battery consumption), and pruning of the space of possible adaptations. It is clear that machine learning can be a useful tool in self-adaptive systems. Most of the research works focus on using the machine learning algorithms for a specific task, yet they are (at least partially) lacking in providing a systematic approach to the introduction of machine learning into the architecture of the system.

In this thesis, we propose ML-DEECo – a machine-learning-enabled component model for adaptive

component architectures. It is based on the concepts of autonomous components and their ensembles (coalitions) from the DEECo component model. We enrich DEECo with abstractions for specifying machine-learning-based estimates directly in the architecture of the system. The architect can thus focus on the business logic of the application while all the tasks necessary to provide the estimates (such as collecting the data and training the model) are provided by our runtime framework. We provide an implementation of the ML-DEECo runtime in Python and evaluate it by constructing simulations of self-adaptive systems from the areas of smart farming and Industry 4.0.

This work was submitted as master thesis in the academic year 2021/2022.

Generálny sponzor

**ALLPLAN**  
A NEMETSCHEK COMPANY