

### Úloha 1 (4 body)

Napíšte program, ktorý zobrazí krivku so zadanou krivosťou  $\kappa(t)$  a torziou  $\tau(t)$  (obe sú hladké funkcie  $t$ .)

### Úloha 2 (2 body)

Predstavte si kružnicu s polomerom  $R$ , po ktorej sa *zvonku* pohybuje koleso s polomerom  $r$ . K stredu tohto kolesa je vo vzdialenosti  $d$  pevne pripravený bod, ktorý rotuje spolu s kolesom. Čísla  $R, r, d$  môžu byť ľubovoľné kladné čísla. Krivka, ktorú daný bod pri pohybe opíše, sa nazýva *epitrochoida* a má parametrické vyjadrenie

$$\gamma(t) = \left( (R+r) \cos t - d \cos \left( \frac{R+r}{r} t \right), (R+r) \sin t - d \sin \left( \frac{R+r}{r} t \right) \right)$$

Napíšte program, ktorý zobrazí epitrochoidu pre zadané hodnoty  $R, r, d$ . Zistite, pre aké hodnoty týchto parametrov je krivka jednoduchá uzavretá a kde má singulárne body. Celkovo sa zamyslite nad tým, ako hodnoty parametrov ovplyvňujú tvar krivky.

### Úloha 3 (2 body)

*Hypotrochoida* je krivka podobná epitrochoide, ale v tomto prípade koleso rotuje po *vnútornej* strane kruhu. Táto krivka má parametrické vyjadrenie

$$\gamma(t) = \left( (R-r) \cos t + d \cos \left( \frac{R-r}{r} t \right), (R-r) \sin t - d \sin \left( \frac{R-r}{r} t \right) \right)$$

Zobrazte krivku a opäť zistite, ako hodnoty parametrov  $R, r, d$  vplývajú na jej tvar.

### Úloha 4 (3 body)

Zobrazte jednoduchú uzavretú krivku

$$\gamma(s) = (4 \cos s - 0.5 \cos(5s), 4 \sin s - 0.5 \sin(4s))$$

Vytvorte animáciu, v ktorej sa táto krivka transformuje na kružnicu  $\beta(s) = (\cos s, \sin s)$  tzv. *priamočiarnou homotópiou*. Znamená to, že každý bod krivky  $\gamma(s)$  sa bude postupne posúvať po úsečke až k bodu  $\beta(s)$  (t.j. k bodu s rovnakou hodnotou parametra  $s$ ). Presnejšie, nech animácia prebieha v časovom intervale  $t \in \langle 0, 1 \rangle$ . V každom časovom okamihu  $t$  zostrojte krivku  $\delta(s, t)$  s

tou vlastnosťou, že  $\delta(s, 0) = \gamma(s)$  a  $\delta(s, 1) = \beta(s)$  a pre ľubovoľné pevné  $s$  ležia všetky body  $\delta(s, t)$  na úsečke.