

Zadanie 5

Úloha 1

Vrcholom krivky $\gamma(t) : I \rightarrow \mathbb{R}^2$ sa nazýva bod $\gamma(t_0)$ taký, že znamienková krivosť má v bode t_0 stacionárny bod, t.j. $\frac{d\kappa_s}{dt}(t_0) = 0$.

1. Uveďte príklad hladkej krivky parametrizovanej na konečnom intervale, ktorá
 - má práve jeden vrchol (2 body)
 - má práve dva vrcholy (2 body)
 - má nekonečne veľa vrcholov (2 body)
 - nemá žiaden vrchol (2 body).

Pre každú krivku napíšte jej parametrické vyjadrenie, načrtnite obrázok a vyznačte vrcholy.

2. Každá jednoduchá uzavretá krivka musí mať aspoň štyri vrcholy. Dôkaz tohto tvrdenia nie je však úplne triviálny. Vy dokážte, že každá jednoduchá uzavretá krivka musí mať aspoň jeden vrchol. Dôkaz musí byť matematicky presný a korektný. (2 body)

Úloha 2 (5 bodov)

Dokáže ekvivalentnosť definícií konvexnej krivky, ktoré boli uvedené v rámci prednášky.