

Je more METER NAD MOROM?



Človek si takmer od svojich počiatkov *mapoval* životné teritórium, ved' mapový obraz Zeme sa niekde objavuje skôr než poznanie písma.

Geodézia je jedna z najstarších vied o Zemi. Jej začiatky siahajú do období dávno pred naším letopočtom a spájajú sa nielen s túžbou poznávať, ale predovšetkým s praktickými potrebami života. Popri základných zememeračských postupoch, ktorých úlohou bolo najmä mapovanie životného priestoru a vytyčovanie stavebných objektov, sa ľudstvo už od nepamäti zaoberalo aj otázkami: *Aký tvar má naša planéta? A aká je veľká?*

Prvé správy o geodetických či zememeračských schopnostiach pochádzajú z čias starovekých civilizácií od Egyptanov, Babylončanov, Sýrčanov a v Európe od antických Grékov či Rimanov. Vysokú úroveň geodézia však dosahovala aj v Číne, v Indii a v krajinách kultúrnych národov Ameriky. Už vý-



Zna kresbe z roku 1888 vidieť základný nivelačný bod na území Slovenska ktorý bol pri Strečne (vľavo od tunela).

znamní grécki myslitelia ako Pytagoras, Platón či Aristoteles tvrdili, že Zem má tvar gule. Prvé historicky známe určenie veľkosti Zeme urobil matematik Eratostenes okolo roku 250 pred n. l., neskôr Poseidonios (135 – 51 pred n. l.). V období stredoveku to boli arabskí učitelia, ktorí okolo roku 827 na príkaz kalifa Al-Mámuna vykonali prvé určenie veľkosti Zeme na základe priameho merania dĺžky 1 stupňa poludníkového oblúku medzi Palmýrou a Rakkou.

Výrazný míľnik v poznávaní našej planéty prinieslo objavenie Ameriky (1492) a prvé oboplávanie sveta Magalhãesovou výpravou v rokoch 1519 – 1522. Asi o dve storočia neskôr, po významných bádaniach Kopernika, Keplera či Galilea, prišiel zná-

my spor o sploštení Zeme medzi Newtonom (zakladateľom teórie gravitácie) a Casinim. Tento spor vyústil až do experimentálneho overenia ich tvrdení pomocou tzv. stupňových meraní, a to v rovníkovej oblasti v Peru a v polárnom Laponsku (1735 až 1743). Merania dali za pravdu Newtonovi, čím sa dokázalo sploštenie Zeme smerom k pólom.

Ďalší výrazný krok v geodézii prišiel s vypustením prvej umelej družice. Sledovaním dráh družíc sa mohli ďalej spresňovať informácie o tvare a sploštení Zeme, ako aj o priebehu jej tiažového poľa. V súčasnosti vieme pomocou družicovej geodézie a globálnych navigačných systémov (napr. americký GPS, ruský GLONASS alebo pripravovaný európsky GALILEO) veľmi presne určovať priestorovú polohu bodov na zemskom povrchu, a tak monitorovať aj deformácie či posuny jej litosférických dosiek. Od 90. rokov minulého storočia môžeme pomocou tzv. *altimetrických družíc* veľmi presne monitorovať aj hladinu morí a oceánov.

OD JADRANU K BALTU

Základnou úlohou modernej geodézie je teda určovanie veľkosti Zeme, jej tvaru a tiažového poľa. S tým súvisí aj určovanie polohy bodov na zemskom povrchu. V minulosti sa väčšinou určovala osve horizontálna poloha bodov (polohopis) a osve ich vertikálna zložka (výškopis). Vertikálna zložka, teda nadmorská výška bodov, sa odvodzovala a ešte vždy odvodzuje z nameraných výškových rozdielov (prevýšení) medzi jednotlivými bodmi na zemskom povrchu, pričom každý výškový systém má definovaný tzv. *nultý referenčný bod* (bod s nulovou výškou). Ten je zväčša definovaný priemernou hladinou mora vo vybranom maregrafe (vodočte).

Na území Slovenska bol najdlhšie platný Jadranský výškový systém, a to približne od 80. rokov 19. storočia. Jeho *nultý referenčný bod* sa nachádzal v Terste pri Jadranskom mori. Ešte v rámci Rakúsko-Uhorska sa odtiaľ pomocou nivelácie preniesla výšková informácia až na základný nivelačný bod na území Slovenska, ktorý bol pri Strečne. Po vzniku ČSR v 1918 sa od tohto bodu vytvárala nivelačná sieť pre medzivojnové Československo.

Keď sme sa stali súčasťou komunistického bloku, prešli sme na výškový systém platný vo vtedajšom Sovietskom zväze. Naša nivelačná sieť sa musela napojiť na Baltský výškový systém, ktorého *nultý referenčný bod* je v Kronštadte neďaleko mes-

Aby sa zjednotili lokálne výškové systémy a zadefinoval sa svetový výškový systém, je potrebné zvoliť si jednu základnú referenčnú plochu, ktorá by prechádzala akýmsi stredom ustálenej hladiny mora po celom svete.

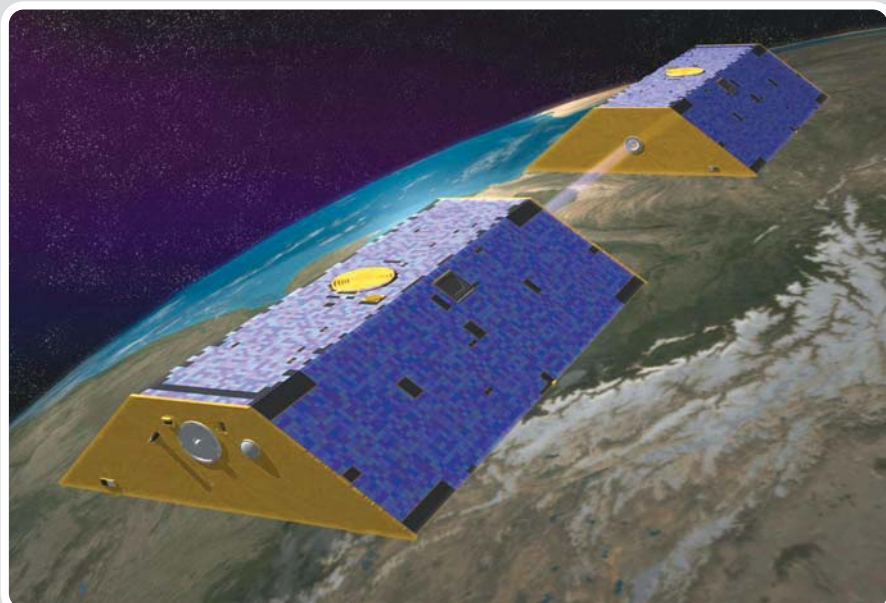
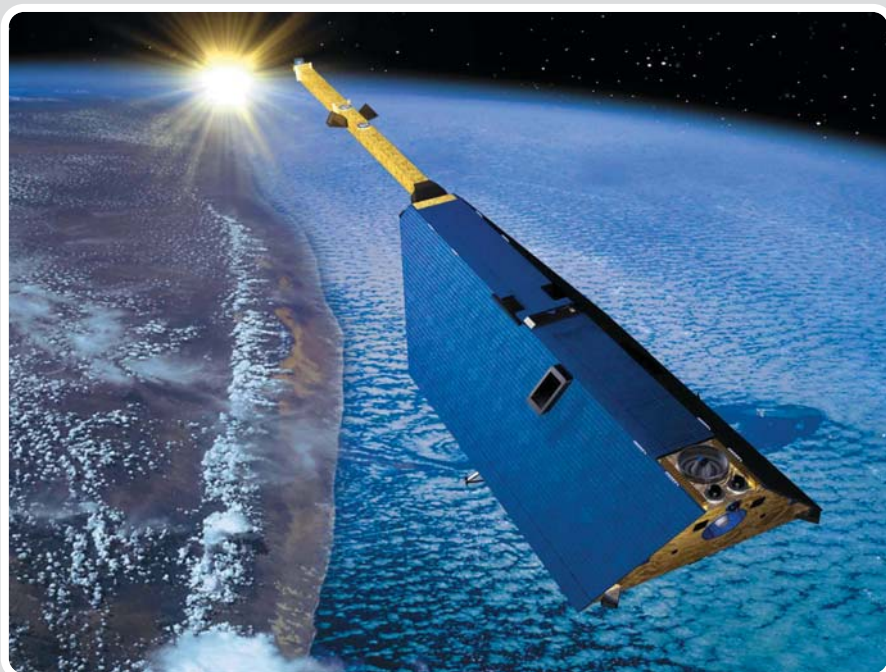
ta Sankt Peterburg. Rozdiel výšok medzi Jadranským a Baltským výškovým systémom predstavoval na Slovensku v priemere až okolo 40 cm.

ZJEDNOTENIE VÝŠKOVÝCH SYSTÉMOV

Rôzne výškové systémy robia ťažkosť aj v súčasnosti. Napríklad nedávno nastali problémy pri stavbe mosta medzi Nemeckom a Švajčiarskom, teda medzi krajinami, ktorých nadmorské výšky sa odvodzujú z dvoch výškových systémov, medzi ktorými je rozdiel približne 27 cm. Hoci projektanti o tom vedeli, omylom dali pri prepočte výšok z jedného systému do druhého opačné znamienko a takmer mohli vzniknúť dva mosty nad sebou... Našťastie, kontrolné výpočty chybu odhalili.

Aj takéto praktické dôvody viedli k myšlienke vytvoriť celosvetový jednotný výškový systém. Keďže výškové systémy sa realizujú väčšinou nivelovaním, prepojením nivelačných sietí jednotlivých krajín je možné vytvoriť jednotný výškový systém v rámci kontinentu. Problém nastáva, keď je medzi kontinentmi more či oceán, pretože cez ne sa nedá nivelovať.

Myšlienka zjednotenia všetkých výškových systémov sa mohla začať naplňať až s príchodom vesmírnych družíc, ako sú CHAMP, GRACE a GOCE. Vďaka ich presnému monitorovaniu tiažového poľa Zeme sa dajú výškové systémy na rôznych kontinentoch zjednotiť do jedného celosvetového výškového systému.



Družicové misie CHAMP, GRACE a GOCE (zhora dole) monitorujúce tiažové pole Zeme.

V rámci Európy sa už niekoľko rokov buduje jednotný Európsky výškový systém. Napríklad pri rekonštrukcii železníc, ktorá v súčasnosti na Slovensku prebieha, je už povinnosťou udávať výšky vytvorených inžinierskych diel aj v tomto systéme.

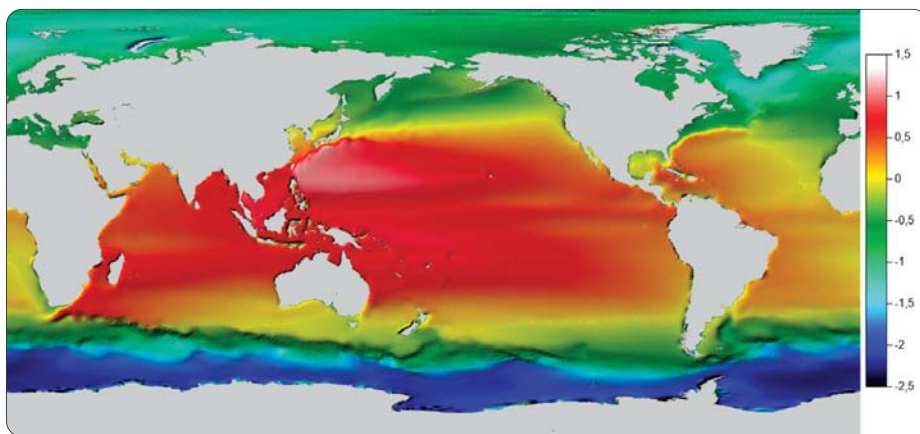
TIAŽOVÉ POLE ZEME

V súčasnosti vieme pomocou globálnych navigačných systémov (GPS, GLONASS, GALILEO) určiť priestorovú (3D) polohu ľubovoľných bodov na Zemi. Hoci takéto priestorové súradnice obsahujú aj výškovú zložku, táto má iba čisto geometrický charakter (napr. vzdialenosť od ťažiska Zeme). Nadmorské výšky, ako ich poznáme, majú však fyzikálny charakter. To znamená, že by mali odrážať jednoduchú skutočnosť: *Ako tečie voda*. Takto nadmorské výšky súvisia s tiažovým poľom Zeme. Ale čo vlastne je tiažové pole Zeme?

Akékoľvek hmotné teleso vytvára gravitačné pole, ktoré je charakteristické *gravitačnými silami*. Tie priťahujú všetky hmotné telesá v jeho blízkosti. Základnou veličinou popisujúcou toto pole je *gravitačný potenciál*. Zem tým, že rotuje, vytvára aj odstredivé pole, to znamená, že na všetky telesá spojené so Zemou pôsobia aj *odstredivé sily*. Keďže na Zemi pôsobí gravitačné pole spolu s odstredivým, tak hovoríme o *tiažovom poli* Zeme. Inými slovami, spojením gravitačných síl s odstredivými dostávame tiažové sily. Podobne spojením gravitačného potenciálu s odstredivým hovoríme o *tiažovom potenciáli*. Gravitačná zložka je na našej planéte dominantná, a preto čím sme vyššie, tým je tiažový potenciál menší, a naopak, bližšie k Zemi narastá.

Všetky hmotné telesá na zemskom povrchu (aj mimo neho) sú ovplyvnené týmto tiažovým poľom, a teda sú priťahované *smernom dole*. Preto nám tečúca voda hneď ukáže, ktorým smerom tiažový potenciál narastá, a teda klesá nadmorská výška. Ak voda vytvorí ustálenú hladinu napríklad v priehrade alebo v pohári, táto hladina predstavuje tzv. *ekvipotenciálnu plochu*, čiže plochu s rovnakým tiažovým potenciálom.

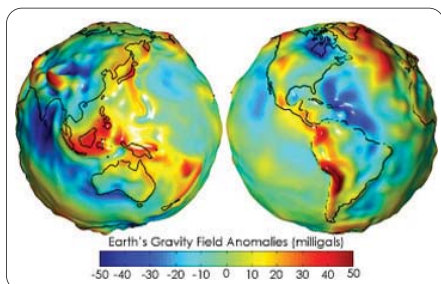
Keby Zem bola nerotujúca homogénna hmotná guľa, potom by boli ekvipotenciálne plochy sústredné guľové plochy. Tým, že Zem rotuje (čo zapríčiňuje aj jej sploštenie), sa vďaka odstredivým silám ekvipotenciálne plochy zbiehajú smerom k pólu. Naša Zem je navyše nehomogénne teleso, v dôsledku čoho sú tieto ekvipotenciálne plochy ešte zložitejšie. Ale nikdy sa nepretínajú. Čo je však podstatné, nadmorské výšky súvisia práve s rozdielom tiažového potenciálu v daných bodoch a nejakou jeho referenčnou hodnotou, ktorú si môžeme zvoliť.



Výška ustálenej hladiny oceánov vzhľadom na ekvipotenciálnu plochu – geoid – definovanú konštantou W_0 (v metroch).

GRAVIMETRIA

Je tu však jeden malý problém – tiažový potenciál sa zatiaľ nedá priamo merať. Čo sa však dá merať, je jeho zmena, ktorú poznáme pod pojmom *tiažové zrýchlenie* a označuje sa g . Veľkosť tiažového zrýchlenia nie je vždy rovnaká. Závisí od geografickej šírky, nadmorskej výšky a od hmôt, ktoré ju generujú. Aj keby bola Zem homogénna, potom na rovníku na úrovni morskej hladiny by mala hodnotu približne $9,780 \text{ m/s}^2$ a na póloch $9,832 \text{ m/s}^2$. Veľmi presnému meraniu hodnoty g sa



Mapa rozloženia gravitačného poľa Zeme získaná sondami v projekte GRACE

venuje *gravimetria*. V súčasnosti vieme merať veľkosť tiažového zrýchlenia pomocou gravimetrov s presnosťou až na 8 desatinných miest. To je taká veľká presnosť, že gravimetrické merania sa už používajú na zisťovanie geologických štruktúr v zemskej kôre alebo na hľadanie nerastných surovín pri geofyzikálnom prieskume. V geodézii sa používajú ako vstupné hodnoty do výpočtov, pomocou ktorých potom vieme vypočítať veľkosť tiažového potenciálu.

GEOID A KONŠTANTA W_0

Kedysi si ľudia mysleli, že ustálená hladina morí a oceánov by mala predstavovať akúsi referenčnú hladinu s nulovou výškou. Teda intuitívne predpokladali, že takáto hladina by mala byť plochou s rovnakým tiažovým potenciálom. Za ideálnych podmienok by to aj tak malo byť. Vzhľadom

na to, že morská voda má rôznu teplotu, slanosť či obsah iných látok a podlieha morským prúdom či zemskej rotácii, ustálená hladina morí a oceánov má v skutočnosti rôznu nadmorskú výšku. Lepšie povedané rôznu výšku vzhľadom na nejakú zvolenú hladinovú plochu s rovnakým tiažovým potenciálom.

A tak napríklad rozdiel medzi chladnými vodami pri pobreží Antarktídy a teplými vodami v Tichom oceáne južne od Japonska predstavuje takmer tri metre, alebo rozdiel medzi teplými vodami Gofského prúdu a studeným Labradorským prúdom východne od Severnej Ameriky dosahuje až meter.

V dôsledku takejto rôznej výšky morskej hladiny majú jednotlivé vodočty (maregrafy) po celom svete rôznu nadmorskú výšku a sú medzi sebou posunuté. To spôsobuje, že aj výškové systémy v rôznych krajinách sú medzi sebou posunuté. Napríklad v Južnej Amerike je niekoľko výškových systémov, pričom rozdiely medzi nimi dosahujú až decimetre. Nový Zéland ako ostrovná krajina má až 13 lokálnych výškových systémov, ktoré sú medzi sebou nie-

koľko centimetrov posunuté. V Európe máme dodnes platných viac než 12 výškových systémov a rozdiely medzi nimi dosahujú tiež až decimetre.

Aby sa zjednotili lokálne výškové systémy a zadefinoval sa svetový výškový systém, je potrebné zvoliť si jednu základnú referenčnú plochu, a to takú, ktorá prechádza akýmisi stredom ustálenej hladiny mora po celom svete, a teda ju najlepšie nahrádza. Takáto plocha je definovaná konštantnou hodnotou tiažového potenciálu W_0 a nazýva sa *geoid*. Geoid tiež predstavuje akési základné fyzikálne priblíženie sa tvaru Zeme.

Na zavedenie nového svetového výškového systému je teda potrebné optimálne zvoliť konštantu W_0 , čím sa presne definuje referenčná hladinová plocha s nulovou výškou. Väčší problém však zostáva určiť jej presný priebeh v priestore.

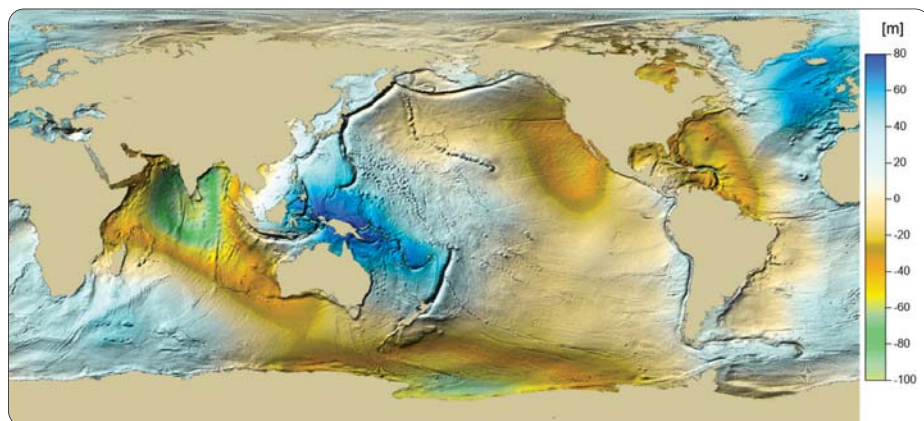
SLOVÁCI V ELITE

Konštanta W_0 sa už v minulosti prijala medzi svetové konštanty, ale jej číselné vyjadrenie nebolo až také presné – v porov-

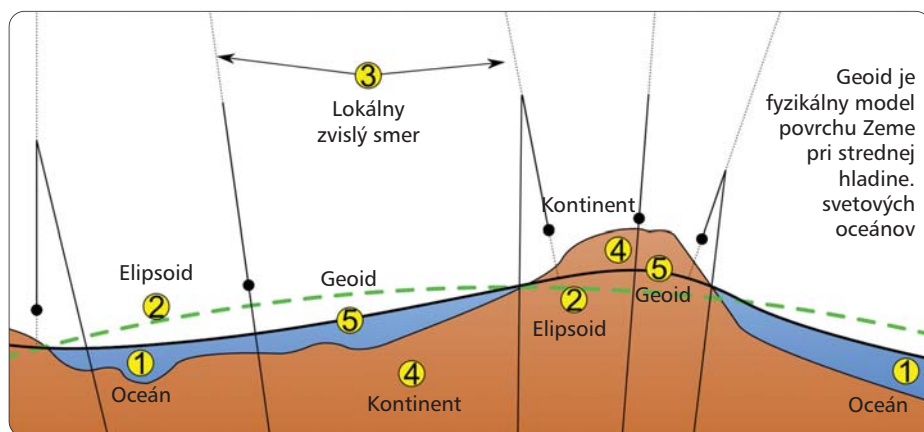
Kedže výsledky a metodika výpočtov slovenských vedcov zaujali medzinárodnú odbornú komunitu, jednou zo štyroch skupín vedeckého tímu sa stali aj vedci zo Slovenskej technickej univerzity v Bratislave.

naní s najnovšími výpočtami predstavoval rozdiel pri nadmorskej výške asi 26 cm. V roku 2011 sa Medzinárodná geodetická asociácia (IAG) rozhodla zostaviť tím vedcov, ktorí by sa pod vedením Dr. Laury Sánchezovej z Technickej univerzity v Mníchove podieľali na výpočte novej hodnoty konštanty W_0 .

Kedže výsledky a metodika výpočtov slovenských vedcov zaujali medzinárodnú odbornú komunitu, jednou zo štyroch skupín vedeckého tímu sa stali aj vedci zo Slo-



Model strednej hladiny mora



venskej technickej univerzity v Bratislave – Ing. Zuzana Minarechová, PhD., Ing. Róbert Čunderlík, PhD., a prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.

Možnosť, ako vypočítať W_0 , je niekoľko. Keď poznáme presnú polohu hladiny mora, vieme pomocou modelov tiažového poľa Zeme vypočítať tiažový potenciál na jej povrchu. Spracovaním obrovského množstva údajov z merania *altimetrických* družíc vieme určiť priestorovú polohu tzv. strednej hladiny mora s rádovo centimetrovou presnosťou. Vedci sa zhodli na výbere dvoch najpresnejších modelov strednej hladiny mora, ktoré už v sebe zahŕňali viacero fyzikálnych korekcií, pretože aj tie bolo treba uvážiť. Na tejto strednej hladine mora bolo potrebné určiť čo najpresnejšie tiažový potenciál. Každá zo štyroch skupín použila svoju metódu výpočtov, pričom sa použili jednak najnovšie dostupné modely tiažového poľa Zeme, ale aj vlastné modely vypočítané jednotlivými skupinami. A tak každá zo skupín poskytla vlastné odhady konštanty W_0 .

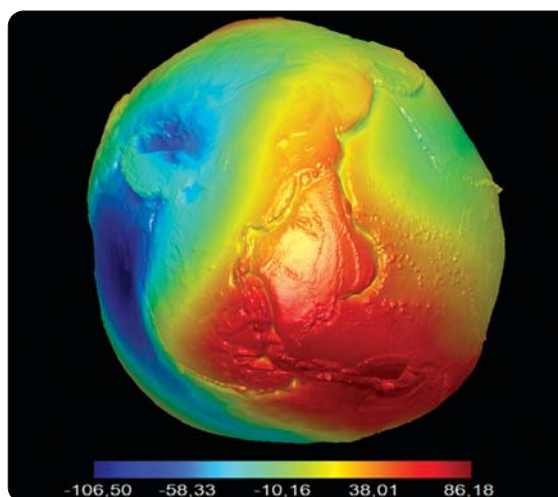
POČÍTAČE NESTÍHALI

Tiažové modely Zeme sa dajú vypočítať rôznymi spôsobmi. Slovenskí vedci ich určovali pomocou riešenia parciálnych diferenciálnych rovníc. Keďže hranicou výpočtovej oblasti bol zemský povrch s členitou topografiou, komplikovaná geometria neumožňovala nájsť riešenie v tvare nejakého uzavretého vzorca, tzv. analytické riešenie, ale bolo treba použiť numerické metódy. Pri jednej z takýchto metód sa zemský povrch nahradil plochou skladajúcou sa z trojuholníkov. Takto sa povrch Zeme rozdelil na obrovské množstvo trojuholníkov – išlo približne o 13 miliónov bodov, ktoré vytvárali 26 miliónov trojuholníkov! Trojuholníky mali konštantnú výšku 3 uhlové minúty v smere zemepisnej šírky, čo predstavuje asi 5 km, takže vytvorili veľmi jemnú sieť po celom zemskom povrchu vrátane strednej hladiny mora.

Pred matematikmi stáli zrazu rovnice s toľkými neznámymi, koľko bolo bodov siete. Takže sa muselo vyriešiť 13 miliónov rovníc s 13 miliónmi neznámymi. Len na

porovnanie: na gymnáziách sa riešia maximálne štyri rovnice o štyroch neznámých...

Prirodzene, takéto výpočty sa už nedajú riešiť na kalkulačke či bežnom notebooku, aj počítače majú čo robiť. Na Katedre matematiky a deskriptívnej geometrie Stavebnej fakulty STU sa vybudoval paralelný počítačový klaster (zskupenie počítačov pracujúcich ako jeden počítač), ktorý patrí v rámci slovenských vysokých škôl medzi najvýkonnejšie. Ale ani tento klaster *nestíhal*.



Potrebné by boli stovky TB internej pamäte, pričom klaster mal približne len 1,2 TB. Výpočty sa preto robili postupne: počet rovníc sa zredukoval a opätovne sa prepočítal. Pri každej takejto operácii sa výsledok zlepšoval, až sa po 5 až 6 krokoch nemenil. Jedna operácia na klasteri STU trvala približne osem hodín. Vďaka numerickým trikom sa napokon aj taká veľká sústava rovníc vypočítala a výsledný model tiažového poľa Zeme sa použil na určenie hodnoty konštanty W_0 .

NOVÁ HODNOTA W_0

Ostatné skupiny vedcov, ktoré sa podieľali na výpočte W_0 , použili iné metódy a výpočty, čo v konečnom dôsledku predstavovalo akúsi spoločnú skúšku správnosti. Činnosť medzinárodného vedeckého tímu trvala štyri roky. A výsledok? Výpočty jednotlivých skupín sa líšili naozaj len minimálne – išlo o rozdiely 2 až 3 cm.

Nová hodnota konštanty W_0 sa oficiálne prijala na 26. valnom zhromaždení Svetovej únie geodetov a geofyzikov v Prahe v lete 2015. Vedci pod vedením Dr. Laury Sánchezovej výpočtami určili, že hodnota tiažového potenciálu Zeme, ktorá najlepšie vystihuje strednú hladinu mora, je daná konštantou $W_0 = 62\,636\,853,4 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

Priebeh strednej hladiny mora vzhľadom na novú hodnotu W_0 je znázornený na treťom obrázku. Je zjavné, že v chladnejších oblastiach bližšie k pólom je hladina mora pod touto hodnotou, a naopak, v teplejších moriach smerom k rovníku je nad ňou. Najnižšie (viac ako -2 m) je pri pobreží Antarktídy a najvyššie (asi +1,2 m) je v Tichom oceáne východne od Filipín. V Európe sú jej hodnoty pozdĺž celého pobrežia záporné. V zaužívanom ponímaní tak dochádza k paradoxu, že hladina mora je v Európe vlastne *pod hladinou mora*.

Vplyvom klimatických zmien, ako je globálne otepľovanie a s tým súvisiace topenie sa ľadovcov, hladina morí postupne stúpa. Preto sa vedci museli zaoberať aj



Model tiažového poľa Zeme vypočítaný numerickými metódami – výška geoidu nad referenčným elipsoidom (v metroch).

otázkou, či by sa mala konštanta W_0 časom meniť. Ukázalo sa však, že by bolo veľmi nepraktické meniť svetový výškový systém priebežne s kontinuálnou zmenou strednej hladiny mora. A tak došlo k dohode, že hodnota W_0 sa bude viazať k istému referenčnému obdobiu. To znamená, že aktuálna výška hladiny mora sa síce bude časom meniť, ale zvolená referenčná plocha s nulovou výškou zostane istý čas nemenná. A to až dovtedy, pokiaľ nepríde k novej dohode, aby sa zvolila aktuálnejšia hodnota W_0 , ktorá by najlepšie vystihovala priebeh hladiny morí a oceánov v novom referenčnom období.

Ing. Róbert Čunderlík, PhD.,
prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.
STU Bratislava
Foto archív autorov, ESA,
NASA, L. V. Prikryl, wikiPédia