Ukážkový test 2015/2016

1. Použitím Gaussovej eliminačnej metódy nájdite riešenie sústavy rovníc. (4 body)

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 6 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 6 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 &= 4 \end{aligned}$$

2. Nájdite prvé tri riešenia $x = 0.5\cos(x)$ metódou prostej iterácie, ak $x_0 = 1$. (4 body)

3. Aplikujte operátor gradientu, divergencie a Laplaceov operátor na funkciu $f(x, y, z) = x^2z^3 + 2yz + e^z + xln(xy)$. (6 bodov)

4. Aké bude riešenie úlohy $y' = x - 5$, $y(0) = 3$ v bode $x = 4$, ak túto úlohu riešime pomocou Eulerovej metódy s krokom $h = 1$? Vypočítajte aj presné riešenie v jednotlivých bodoch intervalu a výsledky graficky znázornite. (6 bodov)

5. Nech výpočtová oblasť je trojuholník s vrcholmi $A[0, 0]$, $B[8, 0]$, $C[0, 8]$ a okrajovými podmienkami:
   $x = 0 : \ u(0, y) = y^2$
   $y = 0 : \ u(x, 0) = x^2$
   $y = 8 - x : \ u(x, y) = 64.$
   Aké bude numerické riešenie $\Delta u(xy) = \frac{xy}{4}$ vo vnútorných uzloch oblasti, s krokom $h = 2$? Na získanie numerického riešenia aplikujte metódu konečných diferencií. (8 bodov)

6. Vysvetlite princíp riešenia okrajových úloh pomocou metódy konečných objemov. (6 bodov)

7. Odvoďte aký tvar budú mať bázové funkcie na 2D štvoruholníkovom elemente s rozmermi $a \times b$. (6 bodov)

8. Vysvetlite spojenie elementových sústav rovníc do globálneho konečnoprvkového modelu pri použití dvoch lineárnych štvoruholníkových elementov. (6 bodov)

9. Odvoďte fyzikálny zákon zachovania rovnováhy a následne slabú formuláciu Laméovych rovníc elasticity v 3D na riešenie pomocou MKP. (6 + 8 bodov)