

## Vizualizácia komplexných funkcií ako lokálnej parametrizácie algebraických kriviek

*RNDr. Miroslava Valíková*

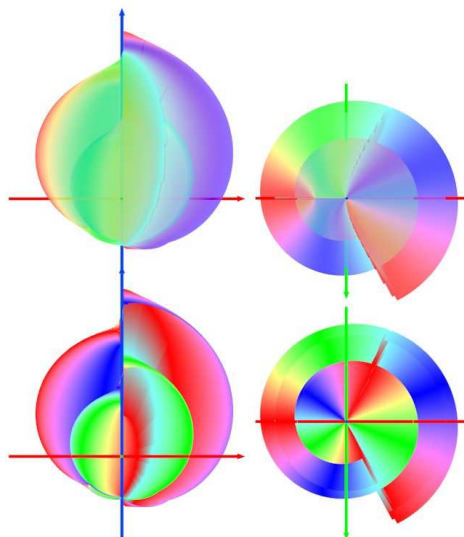
Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, Oddelenie geometrie,  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave

Cieľom práce je vytvoriť postup na vizualizáciu komplexných mnoholistých funkcií pomocou Riemannových plôch.

Vizualizácia grafov komplexných funkcií patrí medzi náročné úlohy najmä kvôli dimenzii ambientného priestoru, v ktorom sa funkcie nachádzajú. Množinu komplexných čísel  $C$  vieme stotožniť s rovinou  $R^2$ , a teda  $f: C \rightarrow C$  môžeme zobrazovať ako  $f: R^2 \rightarrow R^2$ . To znamená, že graf takejto funkcie sa nachádza v štvorrozmernom priestore. Preto na vizualizáciu komplexných funkcií používame špeciálne metódy vizualizácie, napríklad ofarbovanie definičného oboru funkcie. Pre tejto metóde nahradíme jeden rozmer farebným prechodom.

V našej práci sa venujeme vizualizácii mnoholistých komplexných funkcií. Sú to funkcie, ktoré jednému vzoru priradia viac obrazov, napríklad logaritmus, alebo odmocnina. Pri takýchto funkciách samotná metóda vizualizácie pomocou ofarbovaniu definičného oboru nestačí, pretože zobrazí iba jeden list funkcie. Mnoholisté funkcie sa najčastejšie vizualizujú pomocou Riemannových plôch.

Naša metóda zobrazuje mnoholisté funkcie na Riemannovej ploche nad Riemannovou sférou, čím zabezpečíme zobrazenie celého definičného oboru funkcie, vrátane nekonečna. Riemannovu plochu aproximujeme mnohostenom, ktorého každý vrchol má priradený bod z komplexnej roviny. Na zobrazení argumentu hodnoty funkcie používame farebný prechod. Modul funkcie spolu s argumentom určujú vzdialenosť vrcholov mnohostenu od stred súradnicovej sústavy. Pomocou vytvorenej vizualizácie získame prehľad o priebehu funkcie na jej definičnom obore. Touto metódou sme vizualizovali desingularizáciu  $A_k$  singularít. Na obrázku vidíme vizualizáciu singularít  $A_2$  z rôznych pohľadov a spodnej časti sú zobrazené prierezy grafov.



V ďalšej práci plánujeme odstrániť aliasy, ktoré vznikajú kvôli uniformnému deleniu aproximácie Riemannovej plochy. Zaujímavé by bolo preskúmať pojem uzla v okolí singularného bodu a identifikovať ho vo vizualizáciách. Tiež chceme rozšíriť vizualizácie na ďalšie typy singularít, napr  $E_k$ .