

O paralelných súradniciach

doc. RNDr. Mária Kmeťová, PhD.

Katedra matematiky

Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre

Paralelné súradnice sú známe v súvislosti s vizualizáciou viacrozmerých dát v pomerne novom vednom odbore vizualizácia informácií. Okrem takéhoto praktického využitia môžu byť užitočné aj pri vizualizácii abstraktných geometrických vzťahov projektívnej geometrie alebo aj vo vizualizácii objektov n -rozmernej geometrie pre $n > 3$. Pre ilustráciu využijeme program GeoGebra, ktorého verzia 4.2 umožňuje simultánnu prácu v dvoch geometrických oknách.

Pomocou paralelných súradníc môžeme zobraziť bod n -rozmerného priestoru v rovine tak, že jednotlivé súradnice bodu vyznačíme na vzájomne rovnobežných osiach umiestnených v rovine paralelne s y -ovou osou. Zobrazenie objektov dvojrozsmernej roviny pomocou paralelných súradníc dáva model duálneho zobrazenia rozšírenej euklidovskej roviny. Obrazom bodu je priamka daná ako spojnica vyznačených súradníc na paralelných osiach a zároveň obrazom priamky je bod: priesečník obrazov dvoch jej bodov. Vzťah medzi homogénnymi súradnicami bodu a priamkovými súradnicami jeho obrazu je nasledovný:

$$D \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = [x_1 - x_2, 1, -x_1], \text{ kde } D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ je matica zobrazenia.}$$

Pre nevlastné body roviny platí: $D \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} = [x_1 - x_2, 0, -x_1]$, teda ich obrazmi sú priamky rovnobežné s paralelnými súradnicovými osami.

Pri zachovaní incidencie bodov a priamok v tomto zobrazení dostaneme nasledujúci vzťah medzi priamkovými súradnicami priamky a homogénnymi súradnicami jej obrazu (bodu):

$$M \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = (b, -c, a + b), \text{ kde } M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ je matica zobrazenia.}$$

Na nasledujúcom obrázku je ilustrované zobrazenie bodov kružnice. V ľavom geometrickom okne programu Geogebra sú vyznačené niektoré body kružnice a v pravom geometrickom okne sú zobrazené ich obrazy v paralelných súradniciach.

