

Vizualizácia komplexných funkcií na Riemannovej sfére

Mgr. Miroslava Valíková

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky,
oddelenie geometrie
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave
miroslava.valikova@fmph.uniba.sk

Cieľom práce je zostaviť sadu vizualizačných metód, ktoré umožnia pre dané holomorfné zobrazenie skúmať jeho štruktúru.

Na začiatku sme sa oboznámili s pojmom komplexného čísla. Množinu všetkých komplexných čísel označujeme písmenom \mathbb{C} . V našom štúdiu pracujeme s rozšírenou komplexnou rovinou $\Sigma = \mathbb{C} \cup \infty$, čo je komplexná rovina rozšírená o bod nekonečno. Pre lepšiu vizualizáciu namapujeme rozšírenú komplexnú rovinu pomocou stereografickej projekcie na Riemannovu sféru, ozn. S^2 . Riemannova sféra je jednotková sféra so stredom v začiatku súradnicovej sústavy, pričom \mathbb{C} stotožníme so súradnicovou rovinou xy . V našej práci postupujeme od jednoduchých zobrazení, ako sú polynomicke zobrazenia a Möbiova transformácia. Pokračovať budeme zložitejšími holomorfnými funkciami, ako sú exponenciálna funkcia, logaritmická funkcia a iné.

V budúcnosti chceme zostaviť algoritmus, ktorý bude ponúkať čo najlepšiu vizualizáciu takýchto funkcií. Zobrazenie $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ transformujeme na zobrazenie $f': \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ a skúmame ho ako množinu bodov $(x, f'(x)) \subset \mathbb{R}^4$. Na vizualizáciu budeme využívať napríklad rozklad priestoru na $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}$ a ďalšie. Pokračovať chceme skúmaním funkcií pomocou Riemannových plôch a pre lepšiu interaktivitu použijeme sférické splajny.