Geometria a jej aplikácie, SvF STU, Radlinského 11, Bratislava, 28. január 2010
Abstrakt prednášky ***Pošteková, J., Solčan, Š.: O jednej zaujímavej triede...***

O jednej zaujímavej triede monomiálnych kriviek.

***Mgr. Jana Pošteková*[1]*, Doc. RNDr. Štefan Solčan, PhD*[2].**

[1]Katedra aplikovanej matematiky, Strojnícka fakulta, Žilinská univerzita, Žilina
postekovaj@fstroj.uniza.sk
[2]Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava
stefan.solcan@fmph.uniba.sk

Príspevok je venovaný špeciálnej triede monomiálnych kriviek $C(p^2, p^2+p, p^2+p+1, (p+1)^2), p \in N$ v 4-rozmernom afiinnom priestore A_K^4, pričom K je algebraicky uzavreté pole ľubovoľnej charakteristiky. Monomiálnou krivkou C v A_K^4 rozumieme krivku danú parametricky $(t^{p^2}, t^{p^2+p}, t^{p^2+p+1}, t^{(p+1)^2})$. Našim cieľom je ukázať, že spomínaná trieda kriviek je v danom priestore množinovým úplným prienikom.

Problém sme rozdelili do dvoch častí. Pre pole konečnej charakteristiky $char(K) = p$, p - prvočíslo, je situácia známa a podrobne popísaná napr. v [Sol2002].

V druhej časti uvažujeme pole charakteristiky $char(K) = 0$. Najjednoduchšia krivka vznikne pre $p = 2$ a to $C(4,6,7,9)$. A.Katsabekis ukázal ([Kat2005], Thm.6.3), že táto krivka je množinovým úplným prienikom. Pre $p = 3$ sa jedná o krivku $C(9,12,13,16)$ a pri nej sme využili postup A.Thomu, v ktorom danej krivke C v afinnom pristore A_K^4 priradí projektívnu krivku $P(C)$ v priestore P_K^3. V našom prípade to bude krivka $P(C)$ daná parametricky $(u^7, u^4v^3, u^3v^4, v^7)$. Ak je krivka $P(C)$ aritmetická Cohen-Macaulay-ho, potom je množinovým úplným prienikom v P_K^3 ([StVog], Thm.1), čo je prvým predpokladom, aby podľa A.Thomu bola aj krivka C množinovým úplným prienikom ([Thoma1995], Thm.2.1). Druhá podmienka je, že mocnina špeciálneho binómu $(u^{16} - u^9)$ musí patriť okruhu $K[u^7, u^4v^3, u^3v^4, v^7]$ (čo je ľahko overiteľné, stačí zobrať mocninu $r = 7$). Ako otvorený problém nám ostalo ešte ukázať, že krivka $P(C)$ je aritmetická Cohen-Macaulay-ho a potom by sme naše závery pre $p = 2$ a $p = 3$ chceli zovšeobecniť pre ľubovoľné $p \in N$.

V závere vyslovujeme hypotézu, že krivky $C(p^2, p^2+p, p^2+p+1, (p+1)^2)$ sú pre všetky prirodzené čísla p množinovými úplnými prienikmi pri ľubovoľnej charakteristike základného poľa.

Literatúra:

[Kat2005] Katsabekis: Projections of cones and the arithmetical rank of toric varieties
[Ren1976] Renschuch: Elementare und Praktische Idealtheorie
[Sol2002] Solčan: Monomiálne krivky $C(p^2, p^2+p, p^2+p+1, (p+1)^2)$ ako množinové úplné prieniky
[StVog] Stűckrad-Vogel: On the number of equations defining an algebraic set of zeros in n-space
[Thoma1995] Thoma: On the STCI problem for monomial curves in A^n and P^n

Príspevok bol vypracovaný za podpory grantu VEGA 1/0730/09