

Lokálna Bézoutova veta

Mgr. Alexander Mat'ašovský

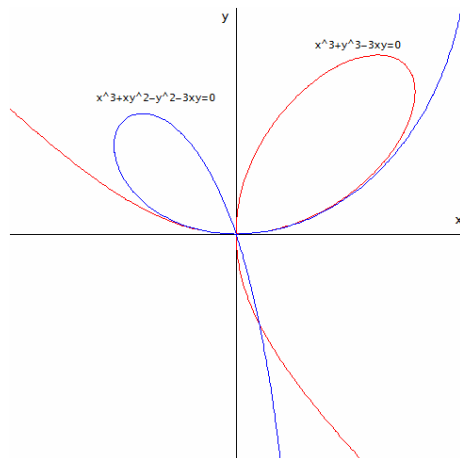
Katedra algebr, geometrie a didaktiky matematiky,
oddelenie geometrie

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave
alexander.matasovsky@fmph.uniba.sk

Cieľom príspevku je vysvetliť geometrický význam korekcie ρ z lokálnej Bézoutovej vety, formulovanú podľa Bydžovského.

Klasická Bézoutova veta hovorí o počte spoločných bodov dvoch rovinných algebraických kriviek v projektívnej rovine nad algebraicky uzavretým poľom, pričom sa predpokladá, že krivky nemajú spoločný komponent. Tvrdenie vety súvisí s pojmom násobnosti bodu v prieniku kriviek a jeho definíciou. B. Bydžovský vo svojej monografii *Úvod do algebraickej geometrie* (1947) publikoval lokálnu formuláciu Bézoutovej vety a doplnil ju tvrdením: *Priesečník, ktorý je na jednej krivke r -násobný, na druhej krivke s -násobný a v ktorom majú krivky spoločných h dotyčníc, je priesečníkom aspoň $(rs+h)$ -násobným*. Klasická Bézoutova veta totiž nehovorí o násobnosti priesečníka dvoch kriviek vo vzťahu k jeho násobnosti na jednotlivých krivkách a dotykovej situácie v ňom. Ekvivalentné tvrdenie je, že existuje nezáporné celé číslo ρ také, že priesečník je práve $(rs+h)+\rho$ -násobným bodom kriviek.

Aká je geometrická interpretácia korekcie ρ ? V tomto príspevku pokúsime nájsť odpoveď na túto otázku. Na príkladoch ukážeme súvis medzi rádom styku a súčtom počtu spoločných dotyčníc a korekcie ρ dvoch kriviek.



$$C: x^3 + y^3 - 3xy = 0$$

$$D: x^3 + xy^2 - y^2 - 3xy = 0$$

Násobnosť bodu O na jednotlivých krivkách je $r=s=2$.

Počet spoločných dotyčníc $h=1$.

Násobnosť bodu O je aspoň $rs+h=2 \cdot 2+1=5$.

Násobnosť bodu O je práve 6.

Korekcia $\rho=6-5=1$.

Rád styku kriviek v bode O je $n=2$.

Teda $n=h+\rho$ (?).

Platnosť tejto hypotézy zatiaľ nie je ani dokázaná ani vyvrátená.

Kľúčové slová: lokálny okruh, ideál, algebraická krivka, Samuelova násobnosť, rád styku, dotyčnica.