

Spádové plochy

Mgr. Peter Záhradník

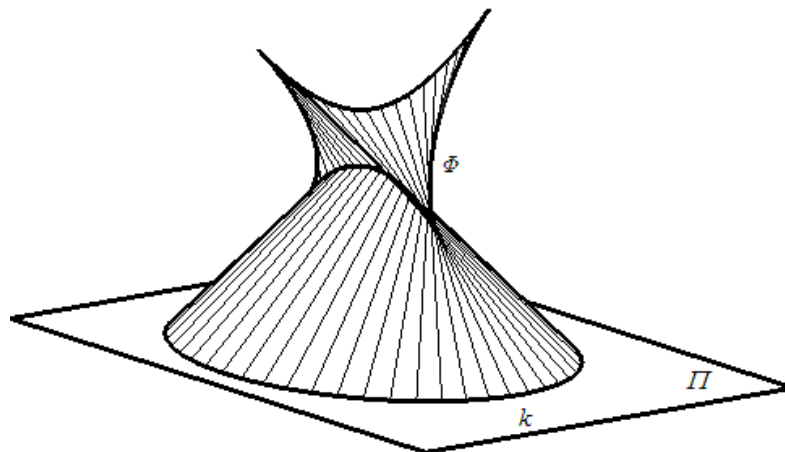
Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského
Bratislava

Spádové plochy nachádzajú využitie v technickej praxi najmä pri konštruovaní násypov a výkopov pozdĺž komunikácií, ďalej pri stavbách netradičných striech, v geometrii pri zostrojovaní cyklografických priemetov kriviek a podobne. Keďže majú spádové plochy veľa pekných vlastností a aplikácií, rozhodol som sa ich podrobnejšie preskúmať vo svojej diplomovej práci. Použité metódy majú najbližšie ku klasickej diferenciálnej geometrii.

Práca je rozdelená do troch kapitol. V prvej je definovaná spádová plocha vzhľadom na rovinu ako plocha, ktorej dotykové roviny vo všetkých bodoch zvierajú s danou rovinou (tzv. horizontálnou) konštantný uhol. V tejto kapitole je tiež odvodené parametrické vyjadrenie spádovej plochy nad krivkou ležiacou v horizontálnej rovine. Jednoznačnosť konštrukcie je zabezpečená pomocou orientácie priestoru, horizontálnej roviny a krivky. Tu sa skúma aj vplyv zmeny tejto orientácie na výslednú spádovú plochu. V záverečnej časti prvej kapitoly je ukázaná konštrukcia spádovej plochy prechádzajúcej krivkou neležiacej v horizontálnej rovine, ako obálky jednoparametrickej sústavy spádových kužeľových plôch s vrcholmi ležiacimi na danej krivke.

Jadro celej práce tvorí druhá kapitola. V nej je dokázané, že spádová plocha zadefinovaná v prvej kapitole, neobsahujúca planárne ani kruhové body, je rozvinuteľnou priamkovou plochou. Dôkaz je rozdelený do dvoch etáp. V prvej je dokázané, že spádová plocha má v každom bode nulovú Gaussovú krivosť. Tento výsledok i jeho dôkaz je originálny. V druhej je použitá klasická veta z diferenciálnej geometrie, ktorá hovorí, že plocha bez planárnych a kruhových bodov a s nulovou Gaussovou krivosťou je rozvinuteľná priamková plocha. Ďalej je tu dokázaných niekoľko tvrdení, ktoré ukazujú vzťah medzi tvarom riadiacej krivky a ňou určenej spádovej plochy. Napríklad, že spádová plocha nad osovo súmernou krivkou je súmerná podľa vertikálnej roviny incidentnej s osou súmernosti krivky.

V záverečnej kapitole sa skúma súvis spádových plôch s dvoma typmi kriviek, a to s ekvidištantou rovinnej krivky a mediálnou osou rovinnej oblasti.



Obr. Spádová plocha nad elipsou